ИССЛЕДОВАНИЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР В ПЛАСТИНЕ, СОЗДАВАЕМОГО БЫСТРО ДВИЖУЩИМСЯ ИСТОЧНИКОМ ТЕПЛА С РАЗЛИЧНЫМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

Гладковский В.И., Сазонов М.И., Черненко В.П.,
Черненко Н.В., Чопчиц Н.И., Хвисевич В.М.

При механической обработке высокопрочных металлов [1] с целью повышения производительности труда для разупрочнения поверхностного слоя обрабатываемого материала целесообразно нагревать его плазменно-дуговым способом. В данной работе рассмотрена расчетно-аналитическая модель температурного поля в полуограниченном теле, создаваемого быстродвижущимся точечным источником тепла заданной мощности. Процесс нахождения температурного поля на каждом из временных интервалов разбивается на два этапа. На первом этапе определяется температурное поле, порождаемое быстродвижущимся источником, в предположении, что свободная поверхность тела адиабатична[2]

$$T(x',y',z')=\frac{}{2\pi\lambda\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}\exp\left[-\frac{V\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}{}\left(1-\cos\varphi'\right)\right], \qquad (1)$$

где $q=const$ - тепловой поток, $\lambda=const$ - коэффициент теплопроводности, V - скорость перемещения точечного источника тепла, a - температуропроводность, $\varphi'=(\hat{\vec{i},\vec{z}'})$, $\vec{z}'=x'\vec{i}+y'\vec{j}+z'\vec{k}$.
Воспользовавшись очевидными соотношениями

$$x'^2+y'^2+z'^2=(x+V\tau)^2+y^2+z^2,$$

$$\cos\varphi'=\frac{x'}{\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}=\frac{x+V\tau}{\sqrt{(x+V\tau)^2+y^2+z^2}}$$

перейдем в систему отсчета, связанную с неподвижным телом

$$T(x,y,z,\tau)=\frac{}{2\pi\lambda\sqrt{(x+V\tau)^2+y^2+z^2}}\times \qquad (2)$$

$$\times\exp\left[-\frac{V}{2a}\sqrt{(x+V\tau)^2+y^2+z^2}\left(1-\frac{x+V\tau}{\sqrt{(x+V\tau)^2+y^2+z^2}}\right)\right].$$

В дальнейшем будем рассматривать температурное поле при $y=0$, поскольку сравнение с экспериментом возможно только для этой плоскости.

Рассмотрим различные приближения. При $z=0$ температурное поле имеет вид

$$T(x,\tau)=\frac{q}{2\pi\lambda(x+V\tau)}. \tag{3}$$

При $x=0$, имеем

$$T(z,\tau)=\frac{q}{2\pi\lambda\sqrt{V^2\tau^2+z^2}}\exp\left[-\frac{V}{2a}\sqrt{V^2\tau^2+z^2}\left(1-\frac{V\tau}{\sqrt{V^2\tau^2+z^2}}\right)\right] \tag{4}$$

При $z, x \ll V\tau$, получим

$$T(\tau)=\frac{q}{2\pi\lambda V\tau}. \tag{5}$$

и, наконец, при $z, x \gg V\tau$, имеем

$$T(z)=\frac{q}{2\pi\lambda z}\exp\left[-\frac{Vz}{2a}\left(1-\frac{V\tau}{z}\right)\right]\approx\frac{q}{2\pi\lambda z}\exp\left(-\frac{Vz}{2a}\right).$$

Из (6) легко видеть, что при $z\to\infty$, $T(z)\to 0$.

На втором этапе "включается" теплообмен [3]

$$-\lambda\left.\frac{dT}{dz}\right|_{z=0}=\alpha_{эф}\left(\theta-T_{z=0}\right), \tag{6}$$

где $\alpha_{эф}=\alpha_\ell+\alpha_c$, α_c – коэффициент конвективного теплообмена, $\alpha_\ell=\varepsilon\sigma\dfrac{T_c^4-T_{z=0}^4}{T_c-T_{z=0}}\approx 4\varepsilon\sigma T_c^3$ – коэффициент лучистого теплообмена, ε – степень черноты поверхности тела, σ – постоянная Стефана-Больцмана, T_c – температура окружающей среды.

Однако даже при таких упрощающих предположениях относительно характера теплообмена, строгое решение задачи о поле температур в теле с "начальным распределением температуры вида (2) аналитическим способом не может быть получено. Из физических соображений следует, что в течение небольшого промежутка времени остыванию, в основном подвержен приповерхностный слой тела. При скоростях, применяемых на практике, условие $V\tau \gg z$ оказывается выполненным, поэтому для начального распределения температур можно применять формулу (5). Кроме того, если ограничиться рассмотрением точек, близких к началу координат, тогда в первом приближении можно считать, что распределение температуры в окрестности начала координат также описывается формулой (5) (вместо формулы (4), в которую для последующей сшивки решений вводится безразмерный параметр ξ

$$T_0 = T_0(\tau_0) = \xi q / \left(2\pi\lambda V\tau_0\right). \qquad (7)$$

Здесь через τ_0 обозначен момент времени, в который происходит "включение" теплообмена.

Вводя критерий Био: $Bi_z = \alpha_{эф} z/\lambda$ и Фурье $Fo_z = a(\tau-\tau_0)/z^2$, распределение температуры в процессе остывания можно записать в виде [2]

$$T(x,z,\tau) = \theta(T_0 - T_c) + T_c, \quad T_0 = T(x \ll V\tau_0,\ z \ll V\tau_0,\ \tau_0 \ll 1),$$

где T_c – температура среды, а θ – параметр температуры, определяемый следующим выражением

$$\theta(Bi_z, Fo_z) = 1 - erfc\left(1/2\sqrt{Fo_z}\right) + erfc\left(1/2\sqrt{Fo_z} + Bi_z\sqrt{Fo_z}\right) exp\left(Bi_z + Bi_z^2 Fo_z\right)$$

Применимость полученной формулы ограничена двумя обстоятельствами. Во-первых, при больших $V\tau_0$ теряет смысл раздельное рассмотрение процессов нагрева и остывания, и, во-вторых, при больших $/\tau - \tau_0/$ упрощающее предположение о характере лучистого теплообмена, выраженное формулой (6), становится неприемлемым. Характерное расстояние $x^* = V\tau_0$ определяет, в сущности, расстояние от точки наблюдения до плазмотрона, такое, что при $x < x^*$ преобладают процессы нагрева поверхности от плазмотрона, а при $x > x^*$ начинают преобладать процессы, связанные с остыванием поверхности за счет теплообмена с окружающей средой (в основном, с газовым потоком на поверхности). Суммируя результаты при $x=0,\ y=0$, распределение температур можно записать в следующем виде. При $\tau < \tau_0$ имеем

$$T_1(z,\tau) = \frac{q}{2\pi\lambda\sqrt{V^2\tau^2 + z^2}} exp\left[-\frac{V\sqrt{V^2\tau^2 + z^2}}{2a}\left(1 - \frac{V\tau}{\sqrt{V^2\tau^2 + z^2}}\right)\right]$$

С другой стороны при $\tau > \tau_0$ можно записать

$$T_2(z,\tau) = T_c + \left(\frac{mq}{2\pi\lambda V\tau_0} - T_c\right)\left[1 - erfc\frac{1}{2\sqrt{\frac{a(\tau-\tau_0)}{z^2}}} + erfc\left(\frac{1}{2\sqrt{\frac{a(\tau-\tau_0)}{z^2}}} + \frac{\alpha_{эф} z}{\lambda}\sqrt{\frac{a(\tau-\tau_0)}{z^2}}\right) \times\right.$$

$$\times \exp\left(\frac{\alpha_{эф} z}{\lambda} + \frac{\alpha_{эф}^2 z^2}{\lambda^2} \cdot \frac{a(\tau-\tau_0)}{z^2} \right).$$

При этом, как указано выше, $(\tau-\tau_0)$ не должно быть слишком большим, т.е. "хвост" распределения $T(z,\tau)$ при больших τ указанными формулами достаточно точно не описывается. С целью проверки полученных соотношений рассмотрим температурное поле в чугуне марки ИЧХ, для которого

$$\lambda = 16,76\ \text{Вт/м}\cdot\text{К}, \quad \rho = 7,2\cdot 10^3\ \text{кГ/м}^3,$$

$$C_p = 0,54\cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кГ}\cdot\text{К}}, \quad a = \frac{\lambda}{C_p \rho} = 4,3\cdot 10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

Скорость источника примем равной 0.38 м/с

Расчеты проведем для 3-х значений координаты z

$$z_1 = 0,1\text{мм}, \quad z_2 = 0,5\text{мм}, \quad z_3 = 0,9\text{мм}.$$

При этом

$$P_e \sim \frac{Vz}{a} \approx 10^2,$$

так что источник быстродвижущийся. Для оценки величины теплового потока q примем мощность плазмотрона $P = 36,5$ кВт, к.п.д. плазмотрона $\eta = 0,6$. Тогда $q = 21,8$ кВт. Значение α примем равным

$$\alpha \approx 45\ \text{Вт/м}^2\text{К}, \qquad T_c = 600^\circ C$$

степень черноты $\varepsilon_s = 0,5$ (литературные данные отсутствуют).

Тогда

$$\alpha_п \sim 3\ \text{Вт/м}^2\cdot\text{К}$$

Поэтому фактически лучистый теплообмен можно не учитывать. Примем

$$\alpha_{эф} = \alpha_п + \alpha \approx 50\ \text{Вт/м}^2\cdot\text{К}$$

Значение m примем из условия сшивания решений для $T(z,\tau)$ при $\tau < \tau_0$ и $\tau > \tau_0$ при $\tau = \tau_0$. Расчёты показывают, что при $z = 0,1 \div 1$мм m слабо меняется около значения $m \approx 1,02$, так что в пределах точности расчёта можно положить $m = 1$. Значение τ_0 рассчитывалось так, чтобы выполнялось условие $z \ll V\tau_0$ с точностью до величины порядка 10^{-2}. Поэтому принималось $\tau_0 = 0,1c$. Расчеты показывают, что распределения температур мало чувствительны к изменениям τ_0 в интервале $0 < \tau_0 < 0,1c$. Результаты расчетов приведены в таблице.I. Значения температур округлялись с точностью до 10°C. Результаты вычисления очень чувствительны к тому, какой принимается температура потока газов, омывающих поверхность тела (речь идет о температурном поле при $\tau > \tau_0$). Надежные экспериментальные данные на этот счет отсутствуют, поэтому была при расчетах принята сетка температур $T_c \in (300 \div 700^\circ C)$ и выбрано окончательно значение температуры $T_c = 600^\circ C$, при котором совпадение с

Таблица I

τ, c	0,02	0,04	0,06	,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,30
$z_1=0{,}1$ мм	630	1500	1100	900	730	630	560	610	490	400	340
$z_2=0{,}5$ мм	320	800	950	850	700	630	570	540	470	430	350
$z_3=0{,}9$ мм	140	320	320	430	420	380	340	330	330	310	360

λ – теплопроводность среды, Вт/(м К);
ρ – плотность, кг/м^3;
c_p – теплоемкость газа при изобарическом процессе ($p=const$);
a – температуропроводность, $\frac{м^2}{с}$;
$\alpha_л$ – 3 Вт/м^2·К;
$\alpha_{эф} = \alpha_e + \alpha$;
m – коэффициент сгибки
P_e – число Пекле;
α – коэффициент теплопередачи, Вт/(м^2·К);

p – давление газа, Па;
m_0 – масса молекулы, кг;
M – молярная масса, кг/к моль;
R – универсальная газовая постоянная, дж/моль К;
P_0 – приведенное давление;
q – поверхностная плотность теплового потока, Вт/м^2;
$C_{уд}$ – удельная теплоемкость, Дж/(кг К);
$C_{об}$ – объемная теплоемкость, Дж/м^3 К.

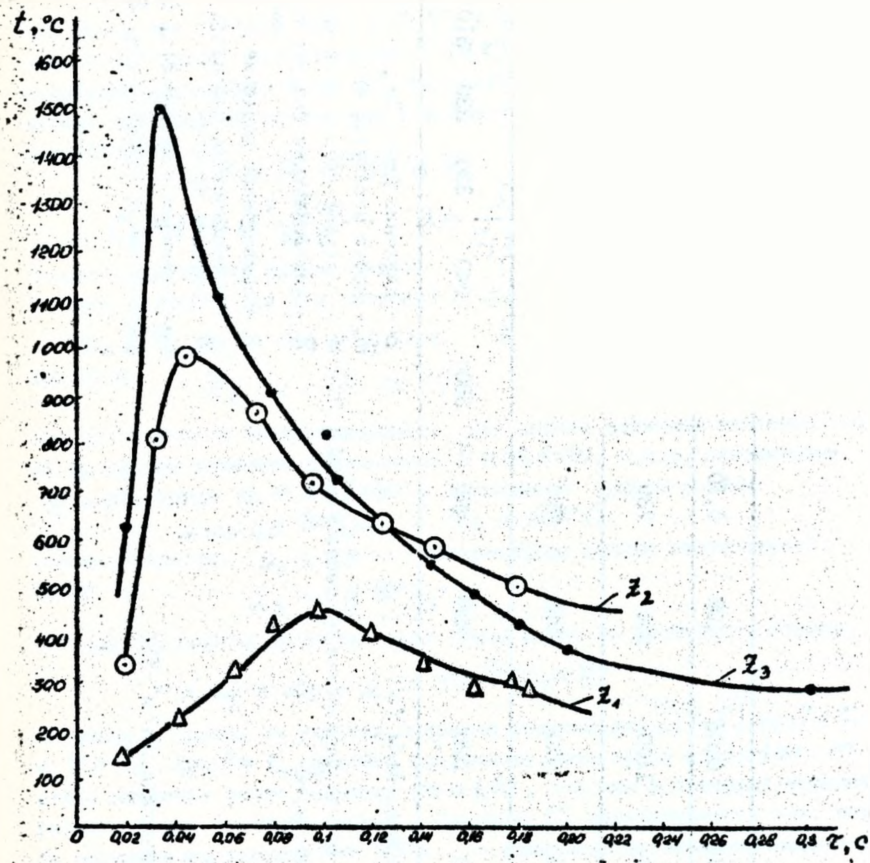

Рис. I Расчетные значения температур в зависимости от времени.

экспериментом получается наиболее хорошим.

Графики, иллюстрирующие расчетные значения распределения температур в зависимости от времени τ, приведены на рис. I. Для сравнения на этом же рисунке приведены экспериментальные графики по данным [3]. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что фактически для всех τ имеем $T_{теор} > T_{эксп}$. Это может свидетельствовать о том, что некоторая часть тепла, не учитываемая выше, уходит реально в направлении оси Oy или о том, что температура T_c газового потока фактически несколько меньше, чем это было принято в данном случае. Возможно также, что неточны значения α и η. Здесь нужны дальнейшие исследования. Существенно, что в области $\tau > \tau_o$ как теория так и эксперимент дают "инверсное" распределение температур по глубине, т.е. при $z_1 > z_2$ имеем $T_2 < T_1$. Если не учитывать теплообмен с газовым потоком и для всех τ пользоваться выражением для T_1 (без учета теплообмена на поверхности), то значения T, полученные при этом, такие зависимости не обнаруживают.

__Выводы__: Рассмотрена модель для расчета температурного поля в полуограниченном теле, порождаемого быстродвижущимся точечным источником тепла заданной мощности, с учетом теплообмена на свободной поверхности. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментом, показывающее достаточно хорошее совпадение результатов (в пределах 5÷10%).

Имеющиеся расхождения указывают, возможно, на тот факт, что использование формулы (I), полученной на основе уравнения теплопроводности, содержащем бесконечную скорость теплопередачи, является не вполне оправданным и требуется модификация этого решения. Дальнейших исследований требует также учет конечных размеров источника тепла, и характера распределения теплового потока по сечению, а также теплообмена растекающейся струи с поверхностью.

Литература

I. Макаров А.Д. Оптимизация процессов резания.-М.: Машиностроение, 1986. -278с.
2. Резников А.Н. Теплообмен при резании и охлаждении инструмента. -М.: Машгиз, 1963. - 213с.
3. Пехович А.И. и др. Расчет теплового режима твердых тел. -Л.: Энергия, 1976. - 211с.