

Заключение. Разработаны методика и алгоритм расчета плоских стержневых систем методом конечных элементов с учетом упруго-податливого соединения элементов в узлах на неподвижные нагрузки.

Изложены и обсуждаются принципы, положенные в основу компьютерной программы, приведены расчетные зависимости используемых методов расчета, описаны интерфейс программы и принципы ее использования, представлен пример расчета.

Программа «SiriusPlus», с нашей точки зрения, создает условия и базу для более глубокого изучения методов расчета и понимания физических основ работы сооружений, способствует интенсификации и активизации учебного процесса, индивидуализации познавательной деятельности, развитию творческого и инженерного мышления будущих специалистов.

Список цитированных источников

1. Борисевич, А.А. Строительная механика: учебное пособие / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – Мн.: БНТУ, 2007. – 821 с.
2. Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчетах стержневых систем: учебное пособие. – Брест: БрГТУ, 2007. – 172 с.

УДК 681.3:624.04

УЧЕБНАЯ КОМПЬЮТЕРНАЯ ПРОГРАММА РАСЧЕТА БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ НА НЕПОДВИЖНЫЕ НАГРУЗКИ

Жданов Д.А., Игнатюк В.И.

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Введение. Применение ЭВМ в учебном процессе – это необходимость сегодняшнего дня, позволяющая облегчить трудоемкие вычислительные процессы при выполнении расчетов, расчетно-проектировочных и курсовых работ, выполнять исследование работы сооружений, интенсифицировать учебный процесс.

Метод расчета. Рассматривается статический расчет балок на упругом основании (рис.1) методом местных упругих деформаций с использованием следующих гипотез и допущений:

– принимается, что основание (грунт) обладает упругими свойствами и его деформация пропорциональна прикладываемой нагрузке;

– считаем, что между опорной поверхностью балки и основанием существует неразрывная связь, поэтому теоретически в основании могут возникать и растягивающие усилия;

– принимается, что реактивные силы, возникающие в точках основания, пропорциональны упругим осадкам (перемещениям) этих точек.

Последняя гипотеза носит название гипотезы Винклера, а рассматриваемое основание называют винклеровым основанием. Упругую реакцию для таких оснований можно выразить зависимостью

$$r = cby, \quad (1)$$

где b – ширина балки со стороны ее опирания на основание; c – коэффициент постели, представляющий реакцию единицы площади основания (грунта) при его осадке, равной единице; y – прогиб балки.

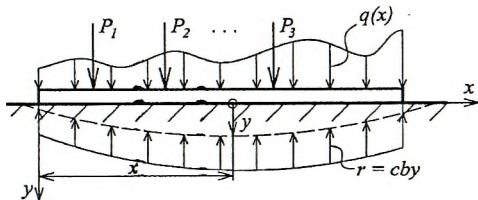


Рисунок 1 – Расчётная схема балки

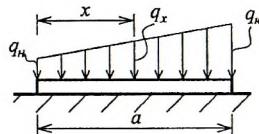


Рисунок 2 – Трапецидальная нагрузка

Значения коэффициента постели устанавливаются опытным путем или для различных видов оснований принимается из справочников [1].

Балка, лежащая на сплошном упругом основании, является статически неопределимой системой. Интенсивность реакции в каждой точке связана с прогибом балки в этих точках и, следовательно, для решения задачи необходимо найти уравнение изогнутой оси балки, в соответствии с которым можно будет определить внутренние силы в балке. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки имеет вид [2]

$$EIy'' = M.$$

Продифференцировав это выражение дважды, и учитывая, что

$$\frac{d^2M}{dx^2} = q^*,$$

где q^* – распределенная нагрузка, действующая на балку и включающая внешнюю нагрузку q и реакцию основания r , то есть

$$q^* = q - r,$$

получим

$$EIy'''' = q - r,$$

или с учётом (1)

$$EIy'''' + cby = q. \quad (2)$$

В случае отсутствия внешних распределенных нагрузок уравнение будет однородным, т.е.

$$EIy'''' + cby = 0$$

или

$$y^{IV} + 4\lambda^4 y = 0,$$

где

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{cb}{4EI}}.$$

Общее решение однородного уравнения определяется в виде

$$y = e^{-\lambda x} (C_1 \sin \lambda x + C_2 \cos \lambda x) + e^{\lambda x} (C_3 \sin \lambda x + C_4 \cos \lambda x). \quad (3)$$

Частное решение уравнения (2) ищется в форме соответствующей зависимости изменения функции нагрузки $q(x)$. Для нагрузки, распределенной по трапециевидальной зависимости (рис. 2),

$$q_x = q_n + \frac{q_k}{a} x,$$

частное решение уравнения (2) определяется степенной функцией

$$y^* = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + K.$$

Подставив её в (2), найдем:

$$A = 0, \quad B = 0, \quad C = 0, \quad D = \frac{q_k}{a} \cdot \frac{1}{4\lambda^4}, \quad K = \frac{q_n}{bc}.$$

В результате частное решение получим в виде

$$y^* = \frac{q_n + \frac{q_k}{a} x}{bc}. \quad (4)$$

Для равномерно распределенных нагрузок

$$q(x) = q_0 = q$$

частное решение имеет вид

$$y = q/bc.$$

В результате полное решение уравнения (2) принимает вид

$$y = e^{-\lambda x} (C_1 \sin \lambda x + C_2 \cos \lambda x) + e^{\lambda x} (C_3 \sin \lambda x + C_4 \cos \lambda x) + \frac{1}{bc} \left(q_0 + \frac{q_k}{a} x \right). \quad (5)$$

Постоянные C_1 , C_2 , C_3 и C_4 находятся из граничных условий.

При действии нескольких сосредоточенных и распределенных нагрузок балку следует разбивать на отдельные участки между точками приложения сил. В этом случае необходимо отдельно записывать для каждого из участков решение

в виде (3) или (5). При этом на каждом из участков i будем иметь по четыре граничных условия для определения постоянных C_1, C_2, C_3 и C_4 . Всего число неизвестных постоянных будет равно $4n$, где n – число участков. Соответственно и число граничных условий должно быть равно $4n$. Могут использоваться следующие граничные условия:

а) на концах балки:

$$y'' = -M_0/EI; \quad y''' = -P_0/EI, \quad (6)$$

где M_0 и P_0 соответственно момент и поперечная сила, приложенные по краям балки;

б) в точках контактов участков:

$$y_i^{\text{кон}} = y_{i+1}^{\text{нач}}; \quad y_i''^{\text{кон}} = y_{i+1}''^{\text{нач}}; \quad M_i^{\text{кон}} = M_{i+1}^{\text{нач}} + M_i; \quad Q_i^{\text{кон}} = Q_{i+1}^{\text{нач}} + P_i, \quad (7)$$

где $y_i^{\text{кон}}$, $y_i''^{\text{кон}}$, $M_i^{\text{кон}}$, $Q_i^{\text{кон}}$, $y_{i+1}^{\text{нач}}$, $y_{i+1}''^{\text{нач}}$, $M_{i+1}^{\text{нач}}$, $Q_{i+1}^{\text{нач}}$ – соответственно прогиб, угол поворота, момент и поперечная сила на конце i -го участка и в начале следующего участка; M_i и P_i – сосредоточенные момент и сила, приложенные в точках контактов участков.

После определения постоянных C_i подставим их в (5), и, дифференцируя, получим зависимости для определения прогиба, изгибающего момента и поперечной силы в любом сечении балки:

$$\Theta = y' = \lambda(C_1 e^{-\lambda x} (-\sin \lambda x + \cos \lambda x) + C_2 e^{-\lambda x} (-\sin \lambda x - \cos \lambda x) + C_3 e^{\lambda x} (\sin \lambda x + \cos \lambda x) + C_4 e^{\lambda x} (-\sin \lambda x + \cos \lambda x)), \quad (8)$$

$$M = EIy'' = 2\lambda^2(C_1 e^{-\lambda x} (-\cos \lambda x) + C_2 e^{-\lambda x} (\sin \lambda x) + C_3 e^{\lambda x} (\cos \lambda x) + C_4 e^{\lambda x} (-\sin \lambda x)), \quad (9)$$

$$Q = EIy''' = 2\lambda^3(C_1 e^{-\lambda x} (\sin \lambda x + \cos \lambda x) + C_2 e^{-\lambda x} (-\sin \lambda x + \cos \lambda x) + C_3 e^{\lambda x} (-\sin \lambda x + \cos \lambda x) + C_4 e^{\lambda x} (-\sin \lambda x - \cos \lambda x)). \quad (10)$$

Учебная компьютерная программа. Рассматривается создание учебной компьютерной программы статического расчёта балок на упругом основании. Расчет выполняется методом местных упругих деформаций на основе методики, изложенной ранее. На основе данной методики разработан алгоритм и составлена компьютерная программа расчета балок на упругом основании.

Программа написана на языке C++ [3]. Пользовательский интерфейс реализован в системе Borland C++ Builder. Основное окно программы представлено на рис. 3.

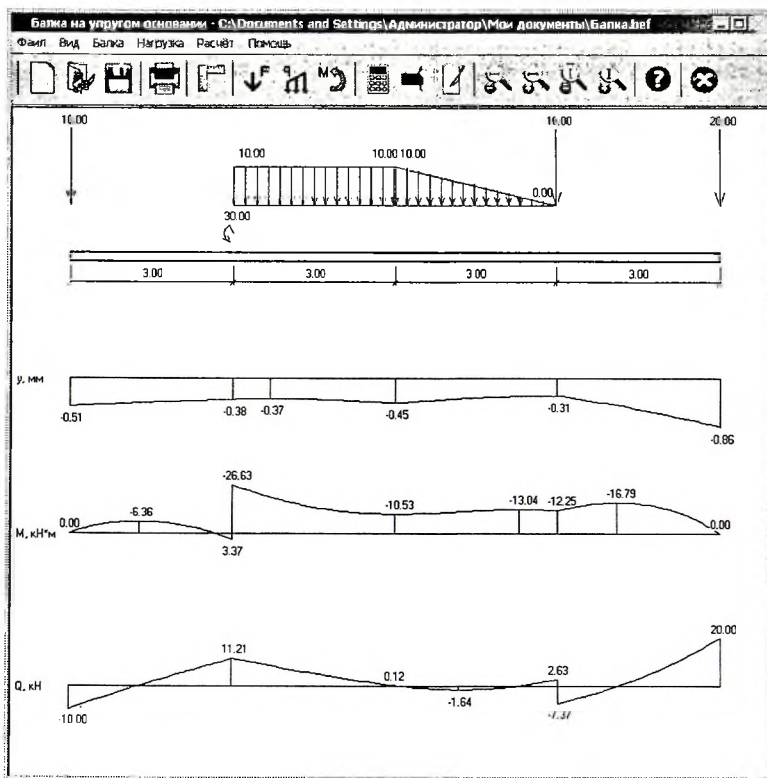


Рисунок 3 – Графическое представление результатов расчета

Управление программой производится через строку меню или при помощи панели инструментов. Для ввода исходных характеристик балки и основания необходимо вызвать окно «Исходные данные» через пункт меню «Балка - Исходные данные» или на панели инструментов. Аналогично для ввода или изменения нагрузки, действующей на балку, необходимо вызвать пункт меню «Нагрузка» или с панели инструментов выбрать соответствующий вид нагрузки (сосредоточенная, распределённая, момент) и указать её параметры.

Результаты расчета представляются как в графическом (в виде эпюр усилий и перемещений), так и в численном (табличном) видах (рис. 3 и 4 соответственно). Расчётные величины могут быть получены в любом промежуточном сечении.

На рис. 3 показан расчет при помощи программы «UprOs» балки прямоугольного сечения на упругом основании со следующими параметрами: длина – 12 м, ширина – 1 м, высота – 0,6 м, модуль упругости – 27000 МПа, коэффициент постели – 16200 кН/м³. Нагружение балки показано на рисунке.

Сечение, м	Прогиб, см	Изгибающий момент, кН*м	Поперечная сила, кН
0	-0,0500495090702086	0	-3,99999999999979
0,1	-0,0502066929502397	-0,958863323998408	-3,18079819320344
0,2	-0,0497259160304479	-1,83646315599206	-8,37070965251577
0,3	-0,0491687140446581	-2,63340605662226	-7,56366
0,4	-0,0486170163238427	-3,25009490077515	6,77760
0,5	-0,0480722007321972	-3,98322326541208	-5,99443
0,6	-0,0475355794654106	-4,54987354850637	-5,22002
0,7	-0,0470083068739391	-5,03351492972596	-4,45422
0,8	-0,0464913782511131	-5,44100145631631	-3,63689
0,9	-0,0459656321901593	-5,77317043944793	-2,94784
1	-0,0454917523068203	-6,03084109546283	-2,26689
1,1	-0,045010268924845	-6,21481343818941	-1,47384
1,2	-0,0445415607218605	-6,32596741959683	0,74849
1,3	-0,0440695953342059	-6,36476231611557	-0,03063
1,4	-0,0436432359191163	-6,33223635804565	0,679956
1,5	-0,0432136326737028	-6,22900659948687	1,383478
1,6	-0,042796834310391	-6,05576802636529	2,080146
1,7	-0,0423524844890496	-5,81319890014477	2,770165
1,8	-0,0420000842065168	-5,50195133491041	3,453727
1,9	-0,0416189931447095	-5,12266210557168	4,131027
2	-0,0412484305789805	-4,6759468500111	4,802247
2,1	-0,040887478648555	-4,16241150798669	5,467528

Рисунок 4 – Численное представление результатов расчета

Заключение. Разработанная программа «UrgOs» позволяет выполнять расчёт балок на упругом основании на основе принятой модели и выполнять исследование влияния параметров на усилия системы. Можно выполнить расчет балки на упругом основании при изменении коэффициента постели по длине балки по любому закону, выполнив аппроксимацию зависимости коэффициента постели и разбив балку на отдельные участки, в пределах которых коэффициент постели принимают постоянным. Программа может использоваться в расчетной практике и учебном процессе.

Список цитированных источников

1. Основания, фундаменты и подземные сооружения. Справочник проектировщика. – М., 1985. – 480 с.
2. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов: учебник / Под. ред. А.Е. Саргсяна. – М.: Высш. шк., 2000. – 416 с.
3. Как программировать на С: [пер. с англ.] / Х. М. Дейтел, П. Дж. Дейтел. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2006. – 912 с.