

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ  
ПРОЦЕССОВ В СЛОЖНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ МЕТОДОМ  
ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

И.М.Буралев, И.А.Игунов

Рассматривается проблема создания инженерных средств расчета динамики механических колебательных систем. Объектами расчета являются технологические машины и установки, динамические схемы которых представлены в виде кусочно-однородных трехмерных упругих и вязко-упругих тел, соединяемых жестко или упругими связями и смываемых идеальной жидкостью. Такие механические системы могут крепиться мягкими упругими связями к неподвижной опоре и находиться под монохроматическим воздействием одного из основных типов крайних задач. Специально рассматривается низкочастотный режим нагружения.

В основу математического моделирования исследуемых процессов положен метод граничных интегральных уравнений в прямой постановке. Описание колебаний трехмерных упругих, вязкоупругих деформируемых тел (подконструкций) ориентируется на разрешающее граничное интегральное уравнение второго рода относительно амплитуды перемещений, а жидкостей - на разрешающее граничное интегральное уравнение второго рода относительно амплитуды давления на контактной поверхности. Для низкочастотных режимов нагружения и для конструктивных систем, имеющих внешние мягкие упругие связи с неподвижной опорой, заданы дополнительные управляющие параметры корректного математического моделирования. В случае мягкой связи принято условное разделение перемещения на две составляющие. В случае малой частоты используется разложение фундаментального решения в ряд по частоте. Моделирование конструктивной системы как фойгтовского фильтра

внешней силы позволяет построить механическую колебательную систему с одной степенью свободы, описывающую качественное поведение сформулированной математической модели. Из анализа такой системы и выделяются управляющие параметры математической модели - параметр приведенной частоты и параметр приведенной жесткости. Из оценок этих параметров установлены критерии низкочастотности нагружения и жесткости внешних упругих связей.

Для численного моделирования используется вариант метода граничных элементов, являющийся численной реализацией прямого метода граничных интегральных уравнений, когда они рассматриваются в соответствующих коллокационных узлах. Для граничных перемещений (давлений) выбираются коллокационные узлы в углах четырехугольного элемента, а для граничных усилий (скоростей) - в центре. При этом граница аппроксимируется квадратичными, перемещения (давления) - линейными, усилия (скорости) - постоянными элементами. При построении дискретных аналогов разреженных интегральных уравнений деформируемого твердого тела используется регуляризованная форма вписанной функции Грина. Коэффициенты дискретного аналога вычисляются с помощью квадратуры численного интегрирования по Гауссу при использовании приемов понижения особенностей. После учета связей, крайних условий и контактных соотношений строится система линейных алгебраических уравнений, решение которой осуществляется блочным методом Гаусса.

Приводятся результаты численных экспериментов на задаче о взаимодействии вязкоупругим шаровым слоем, помещенном в акустическую безграничную среду, на задаче об обмотке куба и т.п. Представлены модельные эксперименты по расчету звукового поля в системе акустическая среда - упругое тонкостенное цилиндрическое тело с камерой. Приведенные примеры демонстрируют высокую точность и возможности численного моделирования.