

УЧЕТ ДЛИТЕЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ БЕТОНА ПРИ
ПРОЕКТИРОВАНИИ КОНСТРУКЦИЙ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Использование для железобетонных конструкций высокопрочных бетонов и арматуры является, как известно, одним из путей снижения их материалоемкости. Учет при этом длительных деформаций бетона позволяет использовать высокопрочную неупругую стержневую арматуру вплоть до напряжений, соответствующих условному пределу текучести.

Рассмотрим, например, центрально сжатый железобетонный элемент под нагрузкой, изменяющейся во времени в соответствии с графиком, показанным на рис. 1.

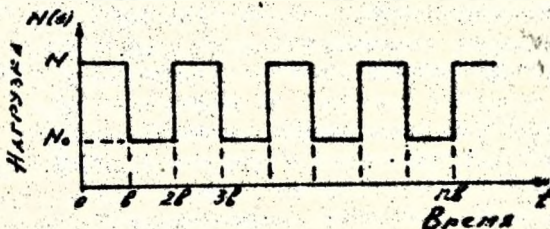


Рис. 1

Данный график изменения нагрузки можно аппроксимировать функцией вида

$$N(t) = \sum_{n=0}^{\infty} [N - (N - N_0) \cdot U_1(t - n\tau)] \quad (1)$$

где функция $U_1(t - n\tau)$ принимает значения [1]:

$$U_1(t - n\tau) = \begin{cases} 0 & \text{при } 2n\tau \leq t < (2n+1)\tau; \\ 1 & \text{при } (2n+1)\tau \leq t < (2n+2)\tau, \quad n=0,1,2,\dots \end{cases}$$

Положим, что модуль упруго-линейных деформаций бетона $E(t) = E_0 = \text{const}$. Для произвольного момента времени t справедливо, очевидно, уравнение:

$$G_1(t) \cdot F_1 + G_2(t) \cdot F_2 = N(t) \quad (2)$$

где $\sigma_a(t)$, $\sigma_b(t)$ - соответственно напряжения в арматуре и бетоне с учетом его ползучести;

F_a , F_b - площади поперечного сечения арматуры и бетона в рассматриваемом элементе.

Воспользовавшись уравнением, выражающим связь между напряжениями и деформациями в матричной теории упругой наследственности [2] найдем:

$$\sigma_a(t) = \frac{N(t)}{F_a} - \lambda_0 \int_0^t \sigma_b(\tau) e^{-(t-\tau)} d\tau - \lambda_1 \cdot E_m \sigma_b(t), \quad (3)$$

где $F_0 = F_a(\lambda_1/\mu)$ - площадь приведенного сечения элемента;
 $\mu = F_a/F_b$ - процент армирования; $m = E_a/E_b$ - модульный коэффициент;
 $\lambda_0 = \mu E_b C_{01}/E_a m$, $\lambda_1 = \mu E_b C_{02}/E_a m$, C_0 и γ - параметры.

Здесь первый член соответствует упруго-мгновенным напряжениям второй и третий - величине их уменьшения соответственно за счет линейной и нелинейной составляющей деформаций ползучести. Найдем решение уравнения (3) путем последовательных приближений, используя преобразование Лапласа [3].

Опуская промежуточные вычисления, для второго приближения

$\sigma_a(t)$, получим:

$$\begin{aligned} \sigma_a(t) = \frac{1}{F_a} \left\{ N(t) \frac{t}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} [N e^{-\alpha t} + (N - N_0) \mu_1 (t - n\theta)] \right\} - \\ - \lambda_0 \left[\left(\frac{t^2}{2} + \frac{3t^2}{\rho} + \frac{3}{\delta} \frac{t^3}{2} + \frac{t^3}{2} \right) \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha t} \right) - \frac{t^2}{\rho} \left(\frac{1}{\alpha - \gamma} \right) e^{-\alpha t} + \right. \\ \left. + \frac{t - \delta}{\alpha - \gamma} e^{-\gamma t} \right] + \frac{3t^2}{\rho} \lambda_0 \left[\frac{1}{\alpha - \gamma} e^{-\alpha t} + \frac{t - \delta}{\alpha - \gamma} e^{-\gamma t} \right] - \frac{3t^2}{\delta} \lambda_0 \left(\frac{1}{\alpha - \delta} e^{-\alpha t} + \right. \\ \left. + \frac{t - \delta}{\alpha - \delta} e^{-\delta t} \right) - \frac{1}{\delta} \left(\frac{2t}{\alpha - \gamma} e^{-\alpha t} + \frac{\delta - \gamma}{\alpha - \gamma} e^{-\gamma t} \right) \right], \quad (4) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \alpha = \lambda_0 + \gamma; \quad \rho = \alpha + \gamma; \quad \delta = 2\alpha + \\ + \gamma; \quad \gamma = 3\alpha + \gamma; \quad \theta = \gamma C_{01} / \alpha^2 (N/F_a); \end{aligned}$$

C_{01} и γ - параметры, а функция $\mu_1(t-n\theta)$ принимает значения [1]:

$$u_2(t - n\tau) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < t < n\tau, \\ e^{-\lambda(t - n\tau)} & \text{при } t = n\tau. \end{cases}$$

Сопоставление соответствующих экспериментальных величин напряжений в бетоне с их теоретическими значениями: а по выражению (4) показало, что нет необходимости в вычислении следующих приближений для $\sigma_b(t)$. При этом даже при режиме загрузки с периодическими разгрузками (рис. 1), к концу пятого цикла загрузки напряжения в арматуре увеличились на 54,5%, при уровнях нагрузки $\sigma_b/R_{sn} = 0,4 + 0,5$, характерных для эксплуатационных значений.

Таким образом, учет действительной работы сжатых железобетонных элементов позволяет использовать для их армирования стержневую арматуру высоких классов. Это дает возможность существенно снизить расход стали.

Литература

1. Roberts G. E., Kaufman H. *Table of Laplace transforms*. 1966.
2. Арутюнян Н. X. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехтеоретиздат, М., 1952.
3. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. "Наука", М., 1971.