УДК 539.3

В.И.Игнатюк
БИСИ

УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ОСЕВЫМ СЖАТИЕМ С УЧЕТОМ СДВИГОВЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Тонкостенные цилиндрические оболочки, широко применяющиеся во многих областях техники, являются перспективным конструктивным элементом и в сооружениях сельскохозяйственного строительства. В процессе эксплуатации они могут подвергаться действию статистических и динамических нагрузок. Вопросам устойчивости оболочек при динамическом нагружении в последнее время уделяется все больше внимания. Различные подходы к решению таких задач достаточно подробно рассмотрены в работах [3,4].

В данной работе рассматривается устойчивость замкнутых гладких цилиндрических изотропных и трансверсально изотропных оболочек при импульсном нагружении осевым сжатием, возрастающим во времени по линейному закону $p=\gamma\cdot t$ (γ скорость возрастания нагрузки). Плоскость изотропии трансверсально изотропных оболочек совпадает с ее срединной поверхностью. Координатные линии α, β и z направлены соответственно по образующей, окружности и нормали к ним. Задача решается энергетическим методом в линейной постановке на основе уточненной теории тонких оболочек по сдвиговой модели типа Тимошенко [5].

Компоненты перемещений срединной поверхности оболочки разыскиваются в виде, удовлетворяющем граничным условиям шарнирного опирания:

$$
\begin{aligned}
u &= \cos d_m\alpha\left[a^1_{mn}\cdot\cos n\beta + a^2_{mn}\cdot\sin n\beta\right];\\
v &= \sin d_m\alpha\cdot\left[b^1_{mn}\cdot\sin n\beta + b^2_{mn}\cdot\cos n\beta\right];\\
w &= \sin d_m\alpha\cdot\left[c^1_{mn}\cdot\cos n\beta + c^2_{mn}\cdot\sin n\beta\right];\\
\gamma_1 &= \cos d_m\alpha\cdot\left[d^1_{mn}\cdot\cos n\beta + d^2_{mn}\cdot\sin n\beta\right];\\
\gamma_2 &= \sin d_m\alpha\cdot\left[e^1_{mn}\cdot\sin n\beta + e^2_{mn}\cdot\cos n\beta\right],
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где $\alpha_m = m\pi R/L$; m и n -параметры волнообразования в направлениях соответственно α и β; $a^1_{mn}, a^2_{mn}, b^1_{mn}, b^2_{mn}, \ldots, e^2_{mn}$-неизвестные коэффициенты, зависящие от времени.

Уравнение движения рассматриваемой оболочки получено с использованием уравнения Лагранжа II рода и имеет вид:

$$\frac{d^2C_{mn}}{dt^2} + \omega^2_{mn}\left(1 - \frac{\gamma\cdot t}{p_{mn}}\right)\cdot C_{mn} = 0, \qquad (2)$$

где p_{mn}, ω_{mn} - статистическая критическая нагрузка и частота свободных колебаний, отвечающие рассматриваемой форме волнообразования.

Применяя к уравнению (2), определяющему характер движения оболочки при динамическом нагружении, критерий динамической устойчивости, предложенный в [I], получаем выражение для коэффициента динамичности

$$k_g = \frac{1}{p_3}\sqrt[3]{\frac{p_{mn}\cdot\gamma^2}{\omega^2_{mn}}} + \frac{p_{mn}}{p_3}, \qquad (3)$$

где p_3 - статическая критическая (айлерова) нагрузка, определяемая минимизацией p_{mn} по m и n.

Динамическая критическая нагрузка $p_g = k_g\, p_3$ зависит от двух величин, поэтому исследуем влияние сдвиговых деформаций отдельно на p_3 и k_g, вычисление которых по полученным зависимостям может быть произведено с учетом сдвиговых деформаций и без них. Численные расчеты выполнены для гладких изотропных и трансверсально изотропных (с G/E =0,2; 0,I; 0,05; 0,02; 0,0I) оболочек с отношением R/h от 20 до I00 на ЭВМ "Наири-2" при $\gamma = 5\cdot10^4$ кг/см^2·сек.

Результаты вычислений показывают, что учет сдвиговых деформаций приводит к снижению статической критической нагрузки. Величина этого снижения (см.таблицу) для изотропных оболочек незначительна, а для трансверсально изотропных возрастает с уменьшением G/E и R/h (G - модуль сдвига в поперечном направлении). При этом для изотропных оболочек параметры волнообразования m и n остаются теми же, что и без учета сдвига, а для трансверсально изотропных для $G/E \leq 0,1$ наблюдается увеличение числа волн m по длине оболочки. Величина снижения, приведенная в таблице, вычисляется по формуле

$$\eta\% = \frac{p_{30} - p_{3\,сдв.}}{p_{30}}\cdot 100\%, \qquad (4)$$

где p_{30} и $p_{3\,сдв.}$ - величины p_3 соответственно без учета и с учетом сдвиговых деформаций.

	Изотропная оболочка	Трансверсально изотропная				равным
		0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
100	0,35	0,38	0,40	2,33	6,30	12,60
50	0,58	1,12	2,51	5,93	12,60	24,80
20	1,43	2,63	6,26	11,40	31,40	51,00

Анализируя приведенные результаты, можно отметить, что учет сдвиговых деформаций в расчетах на устойчивость рассматриваемых оболочек необходим при $R/h \leq 20$ для $G/E \leq 0,1$; при $R/h \leq 50$ для $G/E \leq 0,05$; при $R/h \leq 100$ для $G/E \leq 0,02$. Полученные результаты хорошо согласовываются с известными из других источников [2,6].

Вычисление коэффициента динамичности с учетом сдвиговых деформаций и без них дает практически одинаковые значения. Таким образом, влияние сдвиговых деформаций на динамическую критическую нагрузку определяется их влиянием на статическую критическую нагрузку.

Литература.

1. Амиро И.Я. К определению критических значений быстро возрастающих во времени сжимающих сил. - Прикл.механика,1979,15, № 5, с. 54-60.
2. Бабич И.Ю.,Гузь А.Н. Устойчивость трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки при осевом сжатии. -Механика полимеров,1969, 6, с.1064-1068.
3. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. -М.: Наука, 1972, - 432с.
4. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа: Задачи аэроупругости. -М.:Наука, 1976. -416с.
5. Игнатюк В.И. Устойчивость цилиндрических ребристых оболочек при динамическом нагружении. -М.: 1981 -23с.Деп.в ВИНИТИ, № 135-81Деп.
6. Кравчук В.С. О влиянии модуля сдвига на критические напряжения стеклопластиковых цилиндрических оболочек нагруженных осевой сжимающей силой. -Прикл.механика,1969,5, № 9,с.129--133.