5. С приложением внешней нагрузки изменение напряженно-деформированного состояния, по данным расчета по составленной программе и по вычислительному комплексу, соответствует общим представлениям о работе балки. При этом, по данным вычислительного комплекса, в средней части высоты сечения приопорной зоны балки величины главных сжимающих деформаций изменяются в сторону уменьшения в меньшей степени, а главные растягивающие деформации практически не изменяются. По данным составленной программы изменение главных сжимающих и растягивающих деформаций происходит таким образом, что создаются условия для образования наклонной трещины, начинающейся в средней трети высоты сечения по узкой полосе.

6. Величины и направления векторов главных деформаций, полученных по составленной программе, как при обжатии бетона, так и при приложении внешней нагрузки находятся в лучшей сходимости с одноименными данными, полученными экспериментальным путем [4].

### Список цитированных источников

1. СНБ 5.03.01–02 «Бетонные и железобетонные конструкции». Стройтехнорм. 2002. – С. 274.

2. Междуэтажные перекрытия переменной высоты тепловых и атомных станций / В.Ф. Старостин, Ю.К. Тритчер, Л.В Сасонко [и др ] / Бетон и железобетон /. – 1986.–№ 1.– С. 8-10.

3. Чупак, Н.М. Работа железобетонных балок с отогнутой преднапрягаемой арматурой / Совершенствование строительных конструкций и строительного производства. – Кишинев: Штинца. – 1984. – С. 76–81.

4. Малиновский, В.Н. Сопротивление предварительно напряженных балок из высокопрочного бетона с отогнутой стержневой арматурой при изгибе с поперечной силой: автореф. дис канд. техн. наук: 05.23.01 / В.Н. Малиновский; Ленинградский инж.-стр. инс-т. – Ленинград, 1988. – 24 с.

5. Малиновский, В.Н Влияние предварительнонапряженной полого отогнутой арматуры на напряженно-деформированное состояние железобетонных балок / В.Н. Малиновский, Б.Г. Холодарь, Н.Н. Шалобыта // Вестник БрГТУ. – 2008. – № 1(49): Строительство и архитектура. – с. 74–77.

6. Малиновский, В.Н. Численное исследование напряженно-деформированного состояния в железобетонных балках с предварительно напряженной полого отогнутой арматурой / В.Н. Малиновский, Н.Н. Шалобыта, П.В. Кривицкий // Вестник БрГТУ Строительство и архитектура. – 2009. – № 1.

7. Железобетонные конструкции. Основы теории расчёта и конструирования //Учебное пособие для студентов строительных специальностей; под редакцией проф. Т.М. Пецольда и проф. В.В. Тура – Брест: БГТУ, 2003. – 380 с.

УДК 624.012

## ДЕФОРМАЦИОННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА В ОБЕСПЕЧЕНИИ НАДЕЖНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

**Уласевич В.П., Костюк О.В.**

**Введение**. Независимо от строительного материала, из которого будут изготовлены строительные конструкции зданий и сооружений, они должны быть запроектированы так, чтобы была обеспечена *достаточная степень надежности* при возведении, эксплуатации или при оценке их технического состояния [1]. При этом требуемая степень надежности должна учитывать:

*а*) причины и формы вероятного разрушения, с учетом возможного проявления неблагоприятных сочетаний воздействий, свойств материалов, изменения геометрических параметров и своевременного принятия мер для ограничения последствий разрушения;

*б*) степень риска для жизни людей, экономический ущерб и социальные затраты, которые могут возникнуть в результате проявления исключительных, но прогнозируемых воздействий или воздействий окружающей среды;

*в*) обоснованную возможность оценки риска от неточностей, возникших в результате ошибочного выбора расчетной модели или метода ее расчета, недостаточно точно оценивающих действительную работу конструктивной схемы.

Условия, необходимые для обеспечения в процессе проектирования требуемой степени надежности, должны быть однозначно прописаны в соответствующих нормативных документах с учетом всех возможных предельных состояний первой (по безопасности) и второй (по пригодности к нормальной эксплуатации) групп применительно к конкретным видам конструкций (металлических, железобетонных, деревянных). При этом в нормативных документах (СНБ, ТКП) для каждого вида предельного состояния разрабатываются *расчетные модели*, адекватно соответствующие принятой конструктивной схеме с учетом свойств конструктивных материалов и геометрических параметров ее элементов.

В контексте с вышесказанным исключительно важным и своевременным следует считать принятый в Республике Беларусь СТБ ISO 2394-2007 [1], идентичный (IDT) международному стандарту ISO 2394:1998 General principles on reliability for structures, устанавливающий общие принципы оценки надежности строительных конструкций. В оценке степени надежности строительных конструкций и оснований стандарт, подчеркивая значение вероятностного метода расчета для решения научных задач (например, для калибровки частных коэффициентов), указывает на роль в проектных расчетах моделей метода частных коэффициентов (коэффициентов надежности), позволяющий расчетные условия предельных состояний *первой* и *второй* групп *метода предельных состояний* выразить через функцию $g$, зависящую от расчетных значений базисных переменных [1]:

$$g(S_d, R_d, C, \gamma_n) > 0, \tag{1}$$

где

$$S_d=S(F_d, a_d, \theta_{sd}, f_d); \quad R_d=R(f_d, a_d, \theta_{Rd}, F_d). \tag{2}$$

Включенные в функцию воздействий $S_d$ и в функцию сопротивлений конструкций $R_d$ (2) переменные обозначают: $F_d$, $f_d$ – расчетные воздействия и расчетные значения свойств материалов; $a_d$ – расчетные значения геометрических параметров; $\theta_{sd}$ и $\theta_{Rd}$ – базисные переменные, характеризующие погрешности расчетных моделей; $C$ – ограничения для обеспечения условий нормальной эксплуатации; $\gamma_n$ – частный коэффициент, учитывающий ответственность конструкции с учетом возможного разрушения, и зависящий от степени ее надежности. Среди них функции $F_d$ и $f_d$, являются доминирующими (основными), а переменные $\theta_{sd}$, $\theta_{Rd}$ и другие зависят от метода статического расчета (проблема строительной механики) и методик расчета конструктивных элементов, изложенных в нормативных документах (СНБ, ТКП) для конкретных строительных конструкций (металлических, железобетонных, деревянных) с учетом вида предельного состояния.

Вышесказанное позволяет сделать следующий вывод:

формирование модели конструктивной схемы и ее решение – единый интегрированный процесс, цель которого – предельно удовлетворить условию (1), применительно ко всем возможным предельным состояниям;

в процессе расчетов необходимо принять такие расчетные модели (расчетные схемы), результаты расчета которых будут предельно близкими к напряженным и деформированным состояниям конструктивной схемы здания или сооружения. Достичь этого в решении уравнений (1) можно, совершенствуя как методы строительной механики, так и нормы проектирования строительных конструкций.

**Нелинейность моделей и методы их расчета.** В строительной механике методы определения напряженного и деформированного состояния (НДС) подразделяют на линейные и нелинейные. Поскольку все строительные конструкции под воздействиями работают нелинейно, то функции (2) уравнения надежности (1) являются в общем случае нелинейными. В то же время при расчетах конструкций стремятся использовать линейные методы расчета, забывая иногда при этом о необходимости соблюдения основных концепций:

– наличие условий для соблюдения гипотезы о малости перемещений и подчиненности материала линейному закону деформирования;

– соблюдение условий геометрической неизменяемости системы в процессе ее деформирования (принцип отвердевания), что должно быть обеспечено при проектировании конструктивных решений.

Метод расчета, позволяющий более точно описать функции $S_d$ и $R_d$, уравнения предельных состояний (1), их связь с параметрами $\theta_{sd}$, $\theta_{Rd}$ и другими ограничениями путем учета деформированной схемы рассчитываемой модели, называют деформационным расчетом или расчетом по деформированной схеме. При этом следует различать нелинейность: *геометрическую* – как результат учета изменений геометрии деформированной схемы равновесия; *физическую*, вызванную учетом в процессе деформирования материала нелинейной связи напряжений и деформаций; *конструктивную*, порождаемую выключением элементов, представляющих собой одностороннюю связь [2]. С увеличением прочностных характеристик материалов и применением их в конструктивных схемах необходимость учета деформированной схемы становится все более актуальной.

В настоящее время на принципах МКЭ разработано несколько универсальных программных комплексов, алгоритмы которых направлены на решение широкого круга задач (стержневые системы, пластины, оболочки) с учетом реальных диаграмм деформирования материалов (физическая нелинейность). Однако попытки учитывать деформированную схему систем из гибких стержней, способных порождать существенную геометрическую нелинейность, следует считать решенными менее удачно.

**Деформационный метод расчета стержневых систем.** Предназначенный для расчета гибких стержневых систем деформационный метод, изложенный в [3, 5], отличается от [2] и других тем, что роль КЭ в нем выполняет универсальный гибкий стержень [4], позволяющий учитывать деформированную схему модели более точно за счет предварительного нелинейного расчета каждого КЭ с целью оценки его НДС в основной системе МКЭ. В результате – узлы конечно-элементной модели загружаются более достоверной узловой нагрузкой, состоящей из приложенных внешних сосредоточенных сил и опорных реакций от нелинейного расчета КЭ. В этом случае расчетная модель, учитывающая геометрическую и конструктивную нелинейность, описывается системой уравнений

$$[K(\Delta)]\cdot\{\Delta\}=\{P_u\}+[T_a]^T\cdot\{P_s'\}+\{R\} \tag{3}$$

Здесь: $\{\Delta\}$ – вектор неизвестных перемещений узловых точек системы; $[K(\Delta)]$ – матрица внешней жесткости системы, зависящая, при переходе из исходного состояния в рассчитываемое, от искомого вектора перемещений $\{\Delta\}$, каждый элемент которой $K_{ij}$ представляет собой реакцию $r_i$ в $i$-м направлении от единичного перемещения узла в $j$-м направлении; $\{r\}$ – вектор компонентов суммарных реакций всех узлов системы на все примыкающие к ним стержни; $\{P_u\}$ – вектор всех внешних нагрузок, действующих в узлах системы; $\{P'_s\}$ – вектор узловых усилий в стержнях системы с учетом граничных условий закрепления элемента в узлах, вызванных воздействием распределенных по длине элементов поперечных нагрузок, температурными воздействиями, усилиями предварительного напряжения в стержнях расчетной модели; $[T_a]$ – матрица преобразований координат; $\{R\}$ – вектор опорных реакций, действующих в узлах, на которые наложены опорные связи. Если в узле нет опорных связей, то соответствующие им величины в векторе $\{R\}$ системы (2) равны нулю.

Вектор $\{P'_s\}$ в уравнении (3) формируется по данным, полученным для всех стержней системы произвольной геометрической структуры из решения нелинейных разрешающих уравнений относительно сплошной поперечной нагрузки произвольной интенсивности *q(x)*, температурными воздействиями, воздействием предварительного натяжения [4]. Если на рассчитываемую стержневую систему действует только узловая нагрузка, то вектор $\{P'_s\}$ равен нулю.

Структура системы уравнений (3), адекватная геометрической структуре рассчитываемой стержневой системы, формируется *по исходным данным* в автоматическом режиме из матриц внутренней жесткости $[K_э']$ отдельных *КЭ*. Структура $[K_э']$ с учетом специальных функций, учитывающих продольно-поперечного изгиб и возможные способы сопряжения концов *КЭ* с узлами, а также алгоритм формирования блочной структуры матрицы жесткости отдельного $i$-го конечного элемента $[K_э]_i$, представлены в [5]. Матрица жесткости свободной системы $[K(\Delta)]$ порядка $k=m\ n$ ($m$ – число узлов; $n$ – число степеней свободы узла) представляет собой также блочную структуру, каждый член которой представлен блоком матриц $[K_э(\Delta)]_i$.

При наложенных на систему внешних связей в системе уравнений (3) матрица внешней жесткости свободной системы $[K(\Delta)]$ преобразуется в матрицу жесткости закрепленной системы $[K^*(\Delta)]$ вычеркиванием строк и столбцов, соответствующих наложенным связям, при этом, вычеркиванием соответствующих строк в векторах $\{P_u\}$, $\{P_s\}$, $\{R\}$ образуются вектора $\{P_u^*\}$, $\{P_s^*\}$, $\{R^*\}$. Поскольку в результате этих преобразований в векторе $\{R^*\}$ остаются только нулевые элементы, то на данной стадии он может быть исключен. Тогда искомый вектор перемещений в глобальной системе координат будет определен из (3) по выражению

$$\{\Delta^*\}=[K^*(\Delta)]^{-1}\cdot\left(\{P_u^*\}+\{P_s^*\}\right), \tag{4}$$

где $\{\Delta^*\}$ – вектор, образованный из $\{\Delta\}$ после вычеркивания строк, соответствующих направлениям, в которых на систему наложены связи.

Вектор усилий $\{r'\}$ по концам каждого $КЭ$ в местной системе координат вычисляется по выражению

$$\{r'\} = [K'(\Delta)]\ [T_\alpha] \cdot \{\Delta\} - \{P_s'\}, \tag{5}$$

где $[K'(\Delta)]$ – матрица жесткости $КЭ$ в местной системе координат в деформированном рассчитываемом состоянии.

Найденный вектор $\{r'\}$ позволяет определить усилия в произвольном сечении $КЭ$, используя зависимости, определенные нами в [4].

Алгоритм формирования матрицы $[K(\Delta)]$ стержневых систем и решения уравнения (3) способом «последовательных увязок силовых и деформационных параметров» изложен в [3, 5] и реализован в программе SdCAD средствами программирования математической среды MathCAD. Достоинство способа решения – быстрая сходимость итерационного процесса и отсутствие необходимости вычислять частные производные, как это требуют все градиентные методы. В этом способе в матрице (3) на стадии итераций трансцендентные функции (2) принимаются равными единице. После решения системы (4) матрица внешней жесткости (3) пересчитывается с учетом (2) при значениях продольных сил, полученных в векторе $\{r'\}$ с последующим вычислением определителя. Это позволяет по результатам определителя оценить состояние общей устойчивости системы: если определитель матрицы $[K(\Delta)]$ существенно положителен, то при любых значениях перемещений и поворотов концов $КЭ$ – система устойчива; в критическом состоянии матрица жесткости становится вырожденной (ее детерминант меньше или равен нулю), что свидетельствует о неустойчивом состоянии системы. Устойчивость или неустойчивость стержневой системы в целом позволяет оценить и анализ перемещений (деформаций) всех стержней системы. Так, функция перемещений каждого из них строится по уравнениям деформированного состояния.

Таким образом, разработанный нами деформационный метод расчета позволяет рассчитывать стержневые системы как на узловые, так и на внеузловые нагрузки, а после выключения отдельных стержней из работы продолжает расчет с перераспределением усилий в системе на оставшиеся стержни (учет конструктивной нелинейности), если система не теряет общую устойчивость. Такая возможность метода продемонстрирована в [5] на решении известной задачи А.В. Перельмутера [2], для решения которой им предложено использовать вариационный принцип Лагранжа при ограничениях на усилия $u_k$ и перемещения $z_k$ в связях-вантах. Оценка точности решения этой задачи по программе SdCAD, изложенная в [5], свидетельствует практически о полном совпадении результатов расчета.

**Заключение.** Разработанный нами деформационный метод расчета позволяет повысить степень надежности гибких стержневых систем, так как он дает возможность принять расчетную модель стержневой системы, предельно близко соответствующую реальной работе проектируемой конструктивной схеме. Это достигается благодаря тому, что результаты расчета, полученные по [5], дают возможность спрогнозировать все возможные предельные состояния проектируемой системы, описанные уравнением предельных состояний (1), в том числе и такие, которые оценить другими методами расчета или невозможно, или можно лишь приближенно. К числу таких предельных состояний следует отнести:

– устойчивость положения и формы равновесия как отдельных стержней, так и всей стержневой системы;

– возможность выключения наложенных связей (конструктивная нелинейность) и оценить последствие такого состояния;

– спрогнозировать возможность прогрессирующего обрушения и спроектировать конструктивные мероприятия по его предотвращению;

– спрогнозировать оценку возможных температурных воздействий;

– выполнить искусственное регулирование усилий с целью их оптимального перераспределения в элементах проектируемых систем.

К сожалению, в процессе проектирования часто недостаточно внимания уделяется влиянию геометрической и возможной конструктивной нелинейности на степень надежности проектируемой системы. В случае сложных стержневых систем это может привести к значительным ошибкам в оценке их НДС, и следовательно, снизить их надежность. Изложенный в настоящей статье деформационный метод расчета и компьютерная программа SdCAD, в которой он реализован, призваны обеспечивать интегрированный подход, что позволяет до предела снизить ошибки, скрытые в результате недооценки влияния деформированной схемы равновесия на точность расчета, и таким образом, повысить степень надежности проектируемых систем.

## Список цитируемых источников

1. Надежность строительных конструкций. Общие принципы: СТБ ISO 2394-2007 (ISO 2394:1998, IDT). Введ. 29.12 2007, № 67. – Минск: Госстандарт Республики Беларусь, 2007. – 65 с.

2. Перельмутер, А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – Киев: Сталь, 2002. – 600 с.

3. Уласевич, В.П. Деформационный расчет гибких балочно-вантовых систем методом конечных элементов в среде MathCAD / В.П. Уласевич, О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. Строительство и архитектура. – 2004. – № 1 (25). – С. 111–117.

4. Уласевич, В.П. Прямолинейный гибкий стержень как универсальный конечный элемент в расчетах гибких стержневых систем методом конечных элементов / В.П. Уласевич. О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. Строительство и архитектура. – 2007. – № 1 (43). – С. 45–49.

5. Уласевич, В.П. Деформационный метод расчета балочно-вантовых систем и его роль в проектировании усиления конструкций перекрытий / В.П. Уласевич, О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. Строительство и архитектура. – 2008. № 1 (49). – С. 57–62.

УДК 624.012.36

# КОСВЕННОЕ АРМИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ НАПРЯГАЮЩЕГО БЕТОНА

**Санникова О.Г., Кондратчик А.А.**

**Введение.** Сцепление арматуры с бетоном является одним из наиболее важных факторов, обеспечивающих не только их совместную работу, но и условия формирования напряженного состояния на приопорных участках элементов с предварительно напряженной арматурой. Как правило, говоря о сцеплении, имеют в виду химическое взаимодействие между сталью и бетоном, склеивание материалов в контактном слое, смятие или срез бетона между искусственными неровностями на поверхности арматуры, трение между арматурным стержнем и окружающим его бетоном. Эти факторы определяют величину потерь предварительного напряжения, длину зоны анкеровки напрягаемой арматуры, изменение величины напряжений обжатия бетона и т. д. Для железобетонных конструкций из напрягающего бетона системные исследования в данной области не проводились.