

Существует множество методов решения внешней задачи оптимизации (рис. 3). При проектировании строительных конструкций обычно используются методы нулевого порядка, не требующие вычисления производных целевой функции.

При разработке алгоритма оптимизации следует учитывать, что методы безусловной минимизации и планирования экспериментов позволяют значительно сокращать число сравниваемых вариантов, но их возможности ограничиваются нахождением локальных минимумов целевой функции. Для поиска глобальных минимумов требуется применение метода перебора вариантов или методов случайного поиска. В данном случае будем использовать метод перебора вариантов, так как он обладает самым простым алгоритмом и дает наиболее точный результат.

Выводы:

- В качестве критерия оптимизации каркаса с плоскими перекрытиями целесообразно принять сметную стоимость колонн и перекрытий, приведенную на 1 м² площади здания.
- Для обеспечения выполнения ограничений (решения внутренней задачи) следует использовать метод предельного равновесия, метод грузовых площадей, упрощенный деформационный метод и другие изложенные методы, не требующие больших объемов вычислений.
- Для поиска наиболее рационального варианта из множества возможных (решение внешней задачи) можно применить метод перебора вариантов.

Список цитированных источников

1. Матчан В.А., Давыдюк А.И. Преимущества и недостатки различных конструктивных решений в жилищном домостроении.// Вестник БрГТУ. Строительство и архитектура. – 2007 – № 43. – С. 5–11 с.
2. Рекомендации по оптимальному проектированию железобетонных конструкций. – М., НИИЖБ Госстроя СССР, 1981. – 170 с.; М., Стройиздат, 1987. – 40 с.
3. СНБ 5.03.01-02. "Конструкции бетонные и железобетонные". – Мн.: Стройиздат, 2002. – 247 с.
4. И.Н Тихонов. Армирование элементов монолитных железобетонных зданий. Пособие по проектированию – М., ФГУП «НИЦ «Строительство» НИИЖБ им А.А. Гвоздева ЗАО «КТБ НИИЖБ», 2007. – 170 с.
5. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчетов и конструирования// Учебное пособие для студентов строительных специальностей, под ред. проф. Т.М. Пецольда и проф. В.В. Тура – Брест, БГТУ, 2003. – 380 с.: илл.

УДК 624.012

К ВОПРОСУ ОБ УЧЁТЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПРИ РАСЧЁТЕ НАПРЯЖЕНИЙ В БЕТОННЫХ МОНОЛИТНЫХ ПЛИТАХ ПОКРЫТИЙ, НАХОДЯЩИХСЯ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ОСНОВАНИЕМ

Желткович А.Е.

Введение. В настоящее время нормативным документом, регламентирующим проектирование полов производственных, жилых, общественных, административных и бытовых зданий, является СНиП 2.03.13-88 [1]. При проектировании нормы устанавливают только два основных параметра бетонных слоёв полов – толщину плиты и класс бетона по прочности на сжатие. Методика расчёта напряжений в таких конструкциях, учитывающая процессы температурных воздействий, усадки, расширения, протекающих в бетоне в период твердения (напряжения, вызванные вынужденными деформациями), при взаимодействии проектируемого слоя с основанием в нормах отсутствует.

Исследование напряжённо-деформированного состояния бетона при развитии усадки продолжается уже не одно десятилетие. Этому вопросу посвящен целый ряд работ [2 – 9], причём в работах [4, 5] рассмотрены плиты покрытий различного назначения. В ряде случаев расчётные модели, применяемые для вычисления напряжений от усадки (расширения), в конструкциях строятся на основе применения аналогии температурного воздействия, так как механизм деформаций, возникающих в конструкциях от этих воздействий и от температуры, во многом схож.

1. Теоретические основы расчёта собственных напряжений в плитах.

1.1. Постановка задачи.

В существующем методе расчёта напряжений (самонапряжения) [10], напряжением в бетоне предполагается оценивать по визуальному эффекту, по деформациям ограничивающих связей, (арматуры, сборной части конструкции), жесткости которых на принятый момент считаются известными. Он основан на подсчёте упругой деформации ограничивающей связи (арматуры), когда известен модуль упругости и деформация этой связи, а также количество располагаемой в бетоне ограничивающей связи и её положение, (распределение) в бетоне конструкции.

Если в качестве ограничения выступает не только арматура, но и ограничивающий сборный элемент в сборно-монолитной конструкции, величину напряжения предложено оценивать, используя гипотезу «условного армирования» [10].

Широкие исследования по изучению влияния усадочных и температурных воздействий на бетонную плиту, находящуюся во взаимодействии с основанием, представлены в работе [4]. В работе получены решения, использующие уравнения упругого деформирования конструкции. Напряжения в плите рассчитывались из условия, что тело конструкции считалось сформировавшимся. Таким образом, применялся традиционный метод решения подобных задач.

В работе [5] приведена математическая модель поведения плиты, претерпевающей усадочные деформации в условиях ограничения усадки со стороны основания.

В общем случае решение относительно напряжения σ_c может быть представлено в виде

$$\sigma_c = -E_{c,t} \cdot \varepsilon_{ch,t} \cdot \left[1 - \frac{\cosh \beta \left(\frac{L}{2} - x \right)}{\sinh \beta \frac{L}{2}} \right] + \sigma_{c,0} \cdot \frac{\cosh \beta \left(\frac{L}{2} - x \right)}{\sinh \beta \frac{L}{2}} \quad (1.1)$$

Это решение в свою очередь получено из предпосылки, что остаточная (недореализовавшаяся часть деформации), деформация бетона является упругой

$$\sigma_c = E_c \cdot \left(\frac{du}{dx} - \varepsilon_{sh,t} \right) \quad (1.2)$$

В формуле (1.1) и формуле (1.2):

$\frac{du}{dx} = \varepsilon_{св\text{язная}}$ – связная деформация бетона плиты;

$\varepsilon_{sh,t} = \varepsilon_{свободная}$ – свободная усадочная деформация бетона;

$\sigma_{c,0}$ – внутреннее осевое напряжение, являющееся результатом действия дополнительной внешней нагрузки;

β – коэффициент, зависящий от характеристик контакта бетона плиты с основанием, модуля упругости бетона, геометрии плиты.

Известно, что бетон является упругопластическим материалом, особенно это свойство может проявляться, когда бетон только изготовлен, находится в стадии твердения, формируется, а ограничивающая связь, сдерживающая деформации, весьма значительна. Если деформации бетона развиваются быстро, при достаточно большой жёсткости связи, такой расчёт будет давать погрешность из-за неучтённой релаксации напряжений являющейся следствием проявления пластических деформаций. Отметим, что это свойство может проявляться как в расширяющемся бетоне, так и в бетоне, претерпевающем усадку. Характерно, что при усадке процесс релаксации будет продолжаться, даже когда бетон уже достаточно сформирован, после 28 суток, когда активность усадочных процессов постепенно затухает.

Расчётные методы напряжений с использованием т.н. гипотезы «условного армирования» [10], а также описанные в работе [5], не лишены недостатков. Метод [10] основан на эмпирических зависимостях, связывающих напряжения и деформации бетона, напряжения и деформации арматуры (связи), учитывается принцип неразрывности деформаций, т.е. расчёт производится при условии совместности деформации бетона конструкции и ограничивающей связи. Метод [5] не учитывает явления ползучести бетона при усадке в связных (ограниченных) условиях.

1.2. Основные уравнения

Задачу расчёта напряжений монолитной бетонной бесшовной плиты предлагается произвести в два этапа. Расчёт связных вынужденных деформаций – на основе известного дифференциального уравнения представленного в [5] (стадия деформаций). Расчёт напряжений – в соответствии с принципом, изложенным в [2] с возможностью учёта упругопластические свойства бетона (стадия напряжений).

Принцип расчёта напряжений, принятый в [2], основан на том предположении, что возможен расчёт напряжений в теле бетона, основываясь исключительно на знании величины деформации, которая не реализовалась вследствие ограничения со стороны наложенной связи. Эту часть деформации можно представить как сумму упругой и пластической деформаций.

Для случая, когда известна связная деформация и степень ограничения, при равномерном распределении ограничения по длине конструкции (в качестве которого выступает арматура, усилия в бетоне и арматуре считаются уравновешенными), с учётом: $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 - \varepsilon_2$, (см. рис. 1), выражение для усилий примет вид

$$A_s \cdot E_s \cdot (\varepsilon_3 - \varepsilon_2) = A_b \cdot E_b \cdot \varepsilon_2; \quad (1.3)$$

отсюда

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_3 \cdot A_s \cdot E_s}{A_s \cdot E_s + A_b \cdot E_b}. \quad (1.4)$$

Напряжения могут быть определены

$$\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_2. \quad (1.5)$$

Как видно из рис. 1, напряжения в бетоне можно рассчитать исходя из величины деформации, которую бетон армированного образца не реализует вследствие ограничения со стороны арматуры – ε_2 , (в дальнейшем назовём её – неореализовавшаяся часть деформации), тогда перепишем её как

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{\text{предельная}} - \varepsilon_{\text{реализованная}}. \quad (1.6)$$

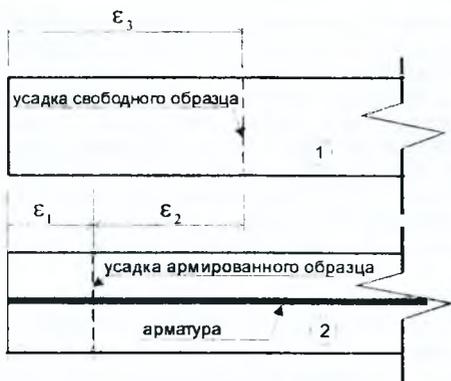


Рисунок 1 – К расчёту напряжений в бетоне при ограничивающем действии арматуры

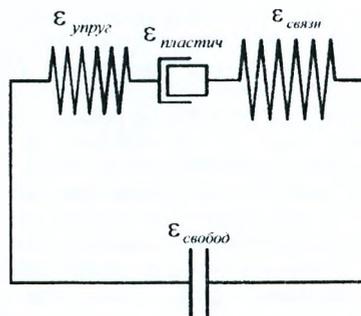


Рисунок 2 – Механическая модель развития деформаций в бетоне

где

$\epsilon_1 = \epsilon_{\text{свобод}} - \text{деформация в бетонном образце при наличии арматуры};$

$\epsilon_2 = \epsilon_3 - \text{разница деформации в образцах 2 и 3, та деформация, которую бетон армированного образца не реализует вследствие ограничения (недореализовавшаяся)};$

$\epsilon_3 = \epsilon_{\text{свобод}} - \text{деформация в свободном образце, без арматуры.}$

Механизм учёта упругопластических деформаций можно представить в виде простой механической модели, см. рис. 2

Присутствие пластических деформаций в бетоне можно описать поршневой аналогией, (рис. 2). Представим деформацию ϵ_2 , как состоящую из упругой и пластической составляющей [2]

$$\epsilon_2 = \epsilon_{\text{упруг}} + \epsilon_{\text{пластич}} \quad (1.7)$$

Напряжения в бетоне будут определяться только упругой составляющей деформации. Для того, чтоб найти эту упругую составляющую, представим, что

$$\frac{\epsilon_{\text{пластич}}}{\epsilon_{\text{упруг}}} = \phi \quad (1.8)$$

тогда

$$\epsilon_{\text{пластич}} = \phi \cdot \epsilon_{\text{упруг}}; \quad (1.9)$$

формулу (1.7) можно записать, как: $\epsilon_2 = \epsilon_{\text{упруг}} \cdot (1 + \phi)$ (1.10)

тогда с учётом (1.10), уравнение (1.7) перепишем в виде

$$\epsilon_{\text{упруг}} \cdot (1 + \phi) = \epsilon_{\text{свобод}} - \epsilon_{\text{святи}}; \quad (1.11)$$

отсюда

$$\epsilon_{\text{упруг}} = \frac{\epsilon_{\text{свобод}} - \epsilon_{\text{святи}}}{1 + \phi} \quad (1.12)$$

так как

$$\sigma_b = \epsilon_{\text{упруг}} \cdot E_b, \quad (1.13)$$

напряжения в бетоне тогда запишутся, как

$$\sigma_b(t) = (\varepsilon_{\text{свободное}} - \varepsilon_{\text{сжатия}}) \frac{E_s(t)}{1 + \phi(t)}, \quad (1.14)$$

где $\phi(t)$ – коэффициент упругопластических деформаций.

Напряжённо-деформированное состояние в плите предложено определять в соответствии с алгоритмом, представленным на рис. 3. Алгоритм условно разделён на блоки. Первый блок – расчёт деформаций плиты, второй – расчёт напряжений.

Первый блок

1. Для расчёта плиты задаются геометрическими параметрами исследуемой плиты. По предварительно установленным (заданным) зависимостям изменения физико-механических свойств бетона: деформации свободного расширения или усадки; связанные деформации расширения (усадки); напряжения, полученные при усадке (на кольцах), или самонапряжение, полученное на призмах, при расширении; модуля упругости бетона и стали; кубиковой прочности бетона при сжатии, прочности бетона при растяжении; плотности бетона, строятся аппроксимационные кривые этих характеристик.

2. Рассчитываются деформации недореализовавшиеся вследствие ограничения – $\varepsilon_{\Delta}(t)$, затем упругие составляющие деформации $\varepsilon_{\text{упр}}(t)$, пластические составляющие $\varepsilon_{\text{пласт}}(t)$. Строятся графики изменения коэффициентов упругопластических деформаций от времени $\phi(t)$.

3. Корректируется величина упругопластических деформаций $\phi(t) \rightarrow \phi(\varepsilon_{\Delta}(t))$, (выводится зависимость коэффициента упругопластических деформаций в зависимости от величины недореализовавшейся деформации, $\varepsilon_{\Delta}(t)$).

4. Рассчитываются напряжения $\tau_{\text{трения}}$, возникающие вследствие действия собственного веса конструкции плиты (напряжение, возникающее в сечении от собственного веса плиты и трения, приводится к эквивалентному сдвиговому напряжению, действующему в контакте).

5. Устанавливается момент времени T , на который необходимо произвести расчёт напряжений и деформаций в плите.

6. Устанавливаются сдвиговые характеристики бетона с основанием $\tau_1(f_{cm}), \tau_2(f_{cm}), \delta_1(f_{cm}), \delta_2(f_{cm})$, полученные в зависимости от прочности бетона образца. Рассчитывается величина суммарного сдвигового сопротивления $\tau_{\text{сдв}}(T)$ (напряжение, полученное при сдвиге, суммируется с эквивалентным значением $\tau_{\text{трения}}$).

7. Строится график, показывающий время, при котором край плиты достигнет величины деформации, соответствующей наибольшему касательному напряжению $\tau_{\text{max}}(T)$.

8. Производится расчёт деформаций плиты $u(x)$. Если используется трёхлинейная диаграмма сдвига, то производится разбиение на характерные участки

$u < u_1$, $u_1 < u \leq u_2$, $u > u_2$, и для каждого участка записывается изменение $\tau(u)$, с параметрами b , и k , представляющими коэффициенты графиков функций на указанных участках. Перед расчётом задаются (в первом приближении) значениями постоянных интегрирования $C_1^1, C_2^1, C_2^2, C_2^3, C_1^3, C_2^2$ и координатами x_1 и x_2 , соответствующими месту локализации уровней напряжений. Производится расчёт $u_i(x)$.

Второй блок:

9. Для расчёта напряжений требуется произвести расчёт деформаций плиты $u_i(x)$ из условия её свободного деформирования. Для этого предварительно производится расчёт плиты, из предположения её свободного деформирования (условно плита разбивается на $n \leq 10-100$ участков). Затем производится расчёт относительных деформаций плиты при условии реального взаимодействия с основанием, ($\varepsilon_{плиты 1}$ – при использовании двухлинейной диаграммы сдвига, $\varepsilon_{плиты 2}$ – при трёхлинейной).

10. Производится расчёт недореализовавшейся деформации в плите при взаимодействии с основанием, для случаев, когда принимается диаграмма сдвига двухлинейная или трёхлинейная: ($\varepsilon_{\Delta 1}(x)$ – двухлинейная, $\varepsilon_{\Delta 2}(x)$ – трёхлинейная). Рассчитывается коэффициент упругопластических деформаций $\phi(\Delta, x)$ в каждой точке плиты.

11. Производится расчёт напряжений.

По результатам исследований на 28 сутки:

- связанных деформаций усадки полос-плит, изготовленных в лаборатории испытательного центра БрГТУ, см. рис. 4;

- сдвига бетонного штампа по бетонному основанию и основанию со скользящим слоем (полиэтиленовая плёнка) и установленным зависимостям « $\tau - u$ » ($\tau_{max}(T) = 1,03$ МПа, $\tau_2(f_{cm}) = 0,24$ МПа, $u_1(f_{cm}) = 0,000039$ м, $u_2(f_{cm}) = 0,000169$ м);

- значениям свободной усадки ε_{sh} , полученным на образцах-призмах, размерами $7 \times 7 \times 20$ см, выполненных из того же бетона и хранившихся в тех же условиях, что и полосы-плиты ($\varepsilon_{sh} = 0,000340$);

- значениям связанной усадки и напряжений, полученных на устройствах для получения усадочных напряжений и характеристик ползучести бетона – большим и малом деформационных кольцах ($\varepsilon_{б.б.кольца} = 0,000027$, $\varepsilon_{б.м.кольца} = 0,000119$, $\sigma_{б.б.кольца} = 5,86$ МПа, $\sigma_{б.м.кольца} = 5,8$ МПа). При исследовании усадки оперировали двумя точками, соответствующими – 25% и 108% ограничения усадки (большое деформационное кольцо, см. рис. 5,6). Контролировалось изменение упругопластических деформаций при разных степенях ограничения усадки, графики изменения упругопластических деформаций представлены на рис. 7, 8;

- значениям модуля упругости, полученных на бетонных призмах размерами $10 \times 10 \times 40$ см ($E_c = 33550$ МПа);

Алгоритм работы программы:

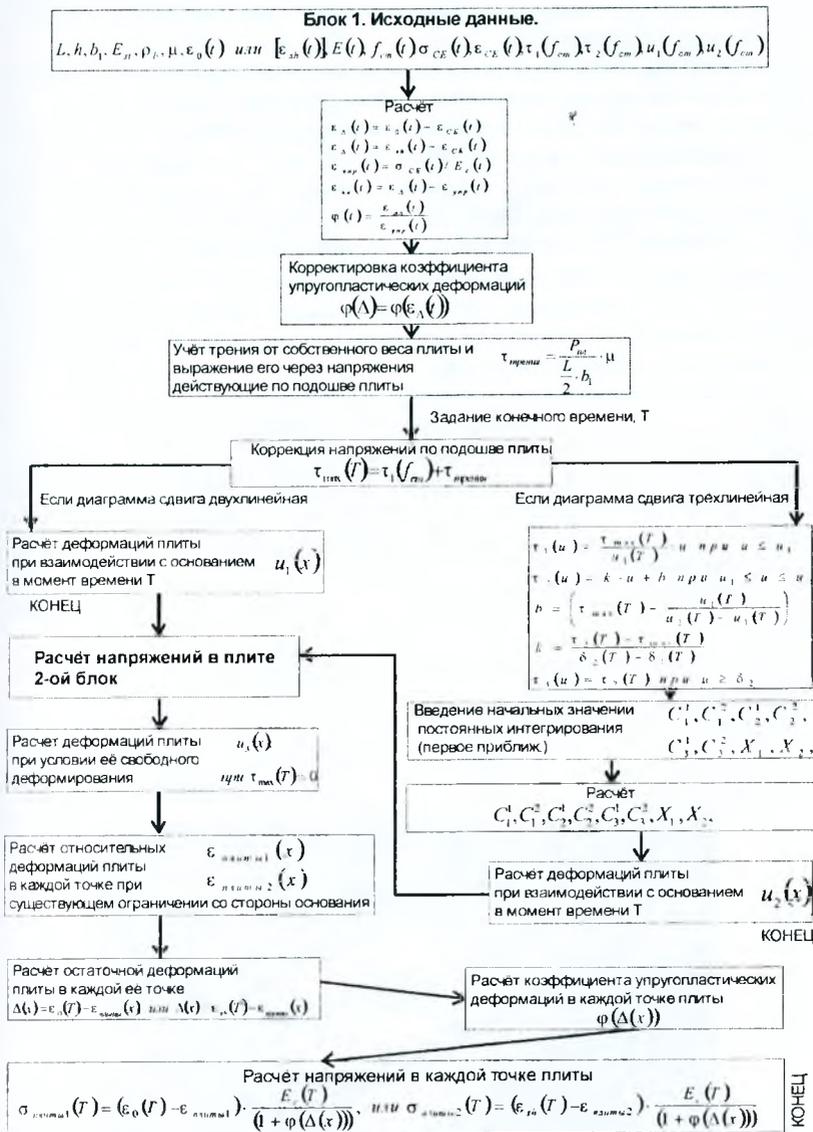


Рисунок 3 – Алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния монолитной плиты

- значениям разрушающей нагрузки при растяжении (или предельной растяжимости бетона ε_{cf}), ($f_{ctm} = 5,89$ МПа);

представлено математическое моделирование напряжений, возникающих в бетонных полосах-плитах.

Результаты математического моделирования при вышеуказанных физико-механических характеристиках бетона приведены на рисунках 9, 10.

Полоса-плита П-п-Х была выполнена непосредственно на бетонном основании, её геометрические размеры – 4000×250×60 мм. Полоса-плита П-п-ХI, имела те же размеры, но между бетонным основанием и плитой располагался скользящий слой (полиэтиленовая плёнка). Размеры полосы-плиты П-п-ХII составляли 2000×188×40 мм. Она, как и полоса-плита П-п-ХI, устраивалась на скользящем слое. По центру её поперечного сечения устанавливался арматурный стержень $\varnothing 12$ мм класса (S400). Армирование полосы-плиты составляло – 1,5%, этот образец, выполнялся на скользящем слое, как контрольный, для проверки свободных деформаций усадки.

В качестве основания использовалась железобетонная многопустотная плита размерами 6,0×1,2×0,2 м. В лабораторном эксперименте для бетона использовали портландцемент марки 500 Д0. В качестве заполнителей для бетона в образцах, использовали песок Заславльского карьера с модулем крупности $M_k = 2,2 + 2,4$, гранитный щебень Микашевичского карьера фракции 5 + 20 мм. Щебень перед использованием промывали в проточной воде. Водоцементное отношение было назначено равным, В/Ц = 0,46;

Состав бетонной смеси на 1 м.куб. в сухом состоянии представлен в табл.1.1.

Таблица 1.1. Расход материалов на 1 м.куб. бетонной смеси на ПЦ (в сухом состоянии)

№ эксперимент. п/п	Расход			
	ПЦ	Щебень	Песок	Вода
Образцы серии №4	450	1150	700	207

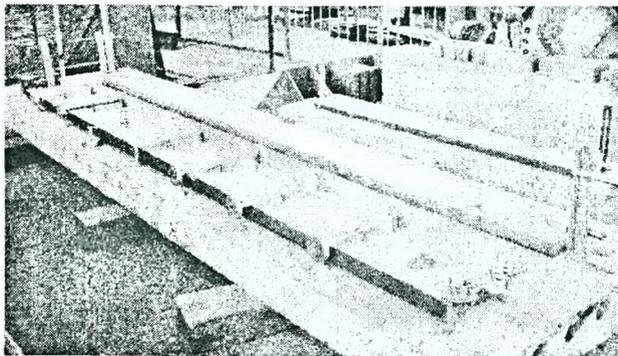


Рисунок 4 – Общий вид монолитных полос-плит П-п-Х, П-п-ХI, П-п-ХII (слева – направо)

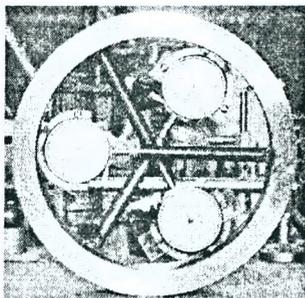


Рисунок 5 – Общий вид устройства для определения усадочных напряжений, и характеристик ползучести бетона

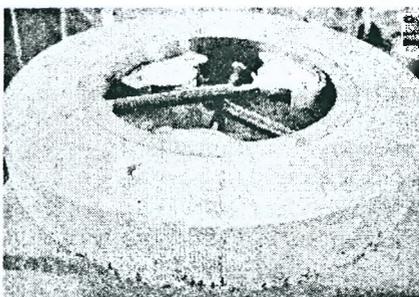


Рисунок 6 – Разрушение бетонного кольца



Рисунок 7 – Изменение коэффициента упругопластических деформаций при усадке



Рисунок 8 – Изменение коэффициента упругопластических деформаций в зависимости от изменения степени ограничения на момент времени 28 суток

Измерения деформаций полос-плит производились индикаторами часового типа с ценой деления 0,001 м, на протяжении 28 суток.



Рисунок 9 – Распределение деформаций по длине плиты (расчёт по блоку 1)

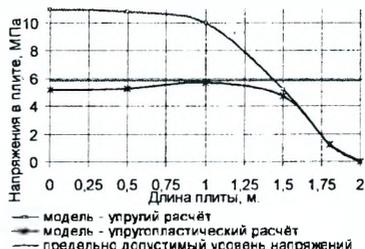


Рисунок 10 – Распределение напряжений по длине плиты (расчёт по блоку 2)

Выводы. 1. По полученным данным (см. рис. 9), сравнивая графики распределения деформаций полосы-плиты, полученные при анализе эксперимента и посчитанные по модели, можно отметить, что принятые посылки к расчету деформаций можно считать допустимыми.

2. Расчёт напряжений без учёта релаксации, вызванной ползучестью бетона, даёт погрешность 42%, превышая значения напряжений, см. рис. 10.

3. В расчётной модели были приняты за основу разрушающее напряжение при растяжении бетона, полученное в условиях связанной усадки, на большом деформационном кольце, (см. рис. 5, 6). Учитывалось явление релаксации напряжений, накапливающейся за долгое время вследствие длительной, постоянно нарастающей усадки. Такой способ наиболее адекватно отражает процесс усадки происходящей в бетоне полосы-плиты.

Список цитированных источников

1. Строительные нормы и правила 2.03.13-88. Полы. – М: ЦИТП Госстроя СССР, 1988 – 16 с.
2. Улицкий, И.И. Теория и расчёт железобетонных стержневых конструкций с учётом длительных процессов. – Киев: Будивельник, 1967 – 346 с.
3. Улицкий, И.И. Расчёт железобетонных конструкций с учётом длительных процессов / И.И. Улицкий, Чжан Чжун-яо, А.Б. Гольшев. – Киев: Госстройиздат УССР, 1960. – 495 с.
4. Pettersson, Dan. Stresses in concrete structures from ground restraint / Licentiate thesis., 1998. – Part I – 58с. Part II – 59 с.
5. Zhang, J. Victor. Li. Influence of supporting base characteristics on shrinkage-induced stresses in concrete pavements / J. Zhang, Li. Victor // Journal of Transportation Engineering, №6, 2001. – vol 127.
6. Stott, J. Test on materials for use in sliding layers under concrete road slabs / Civ. Ingg., 1961. – P. 663–655.
7. Wesevich, J. Mc-Cullough, B. Stabilized subbase friction study for concrete pavements / J. Wesevich, B. Mc-Cullough, N. Burns, H. // University of Texas at Austin, Austin, Tex. 1987. –495 P
8. Wimsatt, A. Mc-Cullough, B. Methods of analyzing and friction influencing frictional effects of study for subbase / A. Wimsatt, B. Mc-Cullough, N. Burns // University of Texas at Austin, Austin, Tex. 1987.
9. Rozycki, D. Assessment of slab-base interaction in PCC airfield pavements / Rozycki, D, Rasmussen, R. // Innovations for The Next Century, ASCE, New York, 1998. – P. 403–422.
10. Тур, В.В. Экспериментально-теоретические основы предварительного напряжения конструкции при применении напрягающего бетона. – Брест: Изд. БПИ, 1998. – 246 с.