

Список цитированных источников

1. Амбарцумян, С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 446 с.
2. Власов, В.З. Общая теория оболочек и её приложения в технике. – М.: Гостехиздат 1949 – 784 с.
3. Вольмир, А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
4. Методы расчета оболочек: в 5 т. – Т. 2: Теория ребристых оболочек / И.Я. Амиро, В.А. Заруцкий – К.: Наукова думка, 1980. – 368 с.
5. Тимошенко, С.П. Устойчивость упругих систем. – М-Л.: Гостехиздат, 1946. – 532 с.
6. Игнатов, А.Ю. К расчету тонких подкрепленных цилиндрических покрытий на устойчивость при внешнем давлении / А.Ю. Игнатов, В.И. Игнапок // Вестник БрГТУ. – 2009. – № 1: Строительство и архитектура. – С. 15–19.

УДК 624.042:519.21

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ НЕРАЗРУШЕНИЯ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ СИСТЕМЫ

Моргун Т.И., Трепачко В.М.

Введение. В настоящее время является общепризнанным, что поведение реальных конструкций обусловлено взаимодействием ряда факторов случайной (стохастической) природы. Поэтому обоснованный подход к определению надежности и долговечности конструкций возможен только с позиций вероятностных методов.

Определить вероятность неразрушения (надежность) статически неопределимой системы, представленной на рисунке 1.

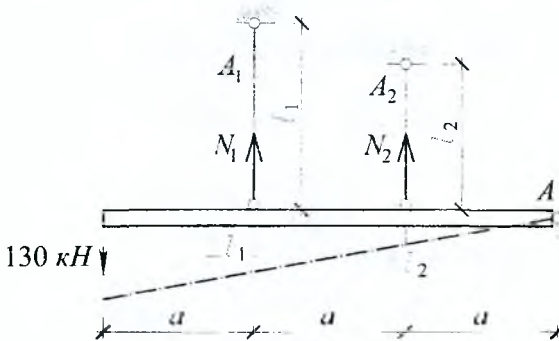


Рисунок 1 – Расчетная схема статически неопределимой системы

Постановка задачи. В качестве исходных данных приняты: площади поперечных сечений стержней – $A_1 = 6 \text{ см}^2$, $A_2 = 10 \text{ см}^2$; длины стержней – $l_1 = 1.5 \text{ м}$, $l_2 = 1 \text{ м}$; расстояние $a = 1 \text{ м}$.

Действующая на систему нагрузка и геометрические размеры – детерминированы, прочность всех элементов случайна, независима и распределена одинаково по нормальному закону.

В качестве материала элементов принята сталь С245, предел текучести которой согласно [1] составляет $R_y = 240 \text{ МПа}$.

Математическое ожидание предела текучести – $R_y=260$ МПа; стандарт (среднеквадратическое отклонение) – $\sigma(R_y)=25$ МПа.

При определении надежности системы принято, что разрыв стержней происходит хрупко, а динамический эффект хрупкого разрушения не учитывается. При этом система не разрушится в трех случаях:

- а) не разрушатся оба стержня (1 и 2) – вероятность этого P_a ;
- б) разрушится стержень 1, но не разрушится стержень 2 – вероятность события P_b ;
- в) разрушится стержень 2, но не разрушится стержень 1 – вероятность этого события P_c .

Определение вероятности неразрушения. Для определения вероятности неразрушения системы выполним следующую последовательность действий:

1. Для каждого из этих случаев определяем усилия в стержнях и соответствующие напряжения.

Для случая (а) составим одно уравнение равновесия (сумму моментов относительно опоры А, см. рис. 1):

$$\Sigma M_A = -130 \cdot 3a + N_1 \cdot 2a + N_2 \cdot a = 0 \quad (1)$$

и одно геометрическое уравнение:

$$\frac{\Delta l_1}{2a} = \frac{\Delta l_2}{a} \quad (2)$$

По закону Гука $\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1}$, $\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2}$, тогда с учетом уравнения (2)

$$N_1 = \frac{N_2 l_2 \cdot 2A_1}{A_2 \cdot l_1} \quad (3)$$

Подставляя (3) в уравнение равновесия (1), получим

$$N_2 \cdot \frac{N_1 \cdot 3A_2}{4A_1 l_2 + A_2 l_1} = \frac{3 \cdot 130 \cdot 10 \cdot 1.5}{4 \cdot 6 \cdot 1 + 10 \cdot 1.5} = 150 \text{ (кН)}, \quad (4)$$

тогда

$$N_1 = \frac{150 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 6}{10 \cdot 1.5} = 120 \text{ (кН)}. \quad (5)$$

Вычислим напряжения в стержнях 1 и 2:

$$\sigma_1^a = \frac{N_1}{A_1} = \frac{120 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = 200 \text{ (МПа)}, \quad (6)$$

$$\sigma_2^a = \frac{N_2}{A_2} = \frac{150 \cdot 10^3}{10^{-3}} = 150 \text{ (МПа)}. \quad (7)$$

Для случая (б) при хрупком обрыве стержня 1 ($N_1 = 0$) из уравнения (1) определяем, что усилие в оставшемся стержне $N_2 = \frac{N \cdot 3a}{a} = 390$ (кН) и напряже-

ние $\sigma_2^b = \frac{N_2}{A_2} = \frac{390 \cdot 10^3}{10^{-3}} = 390$ (МПа).

Для случая (в) при хрупком обрыве стержня 2 из уравнения (1) определяем усилие в оставшемся стержне $N_1 = \frac{N \cdot 3a}{2a} = 195$ (кН) и напряжение

$$\sigma_1^* = \frac{N_1}{A_1} = \frac{195 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = 325 \text{ (МПа)}.$$

2. Определяем вероятности неразрушения системы для каждого из случаев.

Случай (а)

$$P_a = (1 - P_1(\sigma_1^*)) \cdot (1 - P_2(\sigma_2^*)), \quad (8)$$

где $P_1(\sigma_1^*)$, $P_2(\sigma_2^*)$ – вероятности разрушения стержня 1 (т.е. вероятность того, что предел текучести окажется меньше возникающего напряжения σ_i) и стержня 2 соответственно;

$(1 - P_1(\sigma_1^*))$ – вероятность неразрушения стержня 1;

$(1 - P_2(\sigma_2^*))$ – вероятность неразрушения стержня 2, при условии, что стержень 1 не разрушился.

Подставляя полученные значения и используя табличные значения для функции $\Phi(z)$ [2], входящей в интеграл вероятности Гаусса, получим

$$\begin{aligned} P_a &= (1 - P_1(200)) \cdot (1 - P_2(150)) = \left(1 - \left(\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{200 - 260}{25}\right) \right) \right) \times \\ &\times \left(1 - \left(\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{150 - 260}{25}\right) \right) \right) = \left(\frac{1}{2} + \Phi(2.4) \right) \left(\frac{1}{2} + \Phi(4.4) \right) = \\ &= (0.5 + 0.4918)(0.5 + 0.499991) \approx 0.992. \end{aligned} \quad (9)$$

Случай (б)

$$P_b = P_1(\sigma_1^a) \cdot (1 - P_2(\sigma_2^b)), \quad (10)$$

где $(1 - P_2(\sigma_2^b))$ – вероятность неразрушения стержня 2, при условии, что стержень 1 разрушился.

Подставляя полученные значения, получим

$$\begin{aligned} P_b &= P_1(200) \cdot (1 - P_2(390)) = \left(\frac{1}{2} - \Phi(2.4) \right) \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{390 - 260}{25}\right) \right) \right) = \\ &= (0.5 - 0.4918)(0.5 + \Phi(5.2)) = 2 \cdot 10^{-9}. \end{aligned} \quad (11)$$

Случай (в)

$$P_v = P_2(\sigma_2^a) \cdot (1 - P_1(\sigma_1^a)), \quad (12)$$

где $(1 - P_1(\sigma_1^a))$ – вероятность не разрушения стержня 1, при условии, что стержень 2 разрушился.

Подставляя полученные значения, получим

$$P_v = P_2(150) \cdot (1 - P(325)) = \left(\frac{1}{2} - \Phi(4.4) \right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \Phi(2.6) \right) = 2.5 \cdot 10^{-8}. \quad (13)$$

3. Определяем вероятность не разрушения всей системы (события (а), (б), (в) – несовместны).

Используя полученные значения (9), (11), (13), определяем вероятность по формуле [3]

$$P = P_a + P_b + P_v = 0.992 + 2 \cdot 10^{-9} + 25 \cdot 10^{-9} \approx 0.992. \quad (14)$$

Значения двух последних слагаемых очень малы, поэтому с достаточной степенью точности можно сказать, что статическая неопределенность в данной системе почти не увеличивает ее надежность. Однако при дальнейшем увеличении степени статической неопределенности надежность системы существенно возрастет.

На рисунках 2–4 показаны зависимости надежности заданной системы от внешней нагрузки (см. рис. 2), от предела текучести R_y (см. рис. 3) и от стандарта $\sigma(R_y)$ (см. рис. 4).

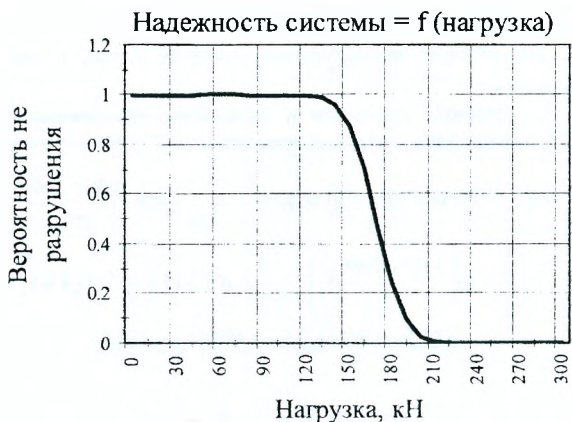


Рисунок 2 – Зависимость надежности системы от внешней нагрузки



Рисунок 3 – Зависимость надежности системы от предела текучести R_y

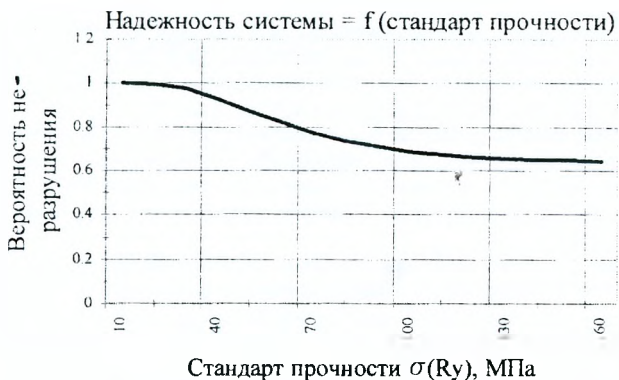


Рисунок 4 – Зависимость надежности системы от стандарта $\sigma(R_y)$

Анализируя представленные графики, можно сделать следующие выводы о надежности системы.

Заключение. 1. Максимальная надежность данной системы наблюдается при выравнивании напряжений в стержнях, т.е. при $l_1 / l_2 = 2$.

2. При увеличении разброса прочности $\sigma(R_y)$ увеличивается разброс воспринимаемой нагрузки (кривая зависимости надежности от нагрузки становится более полой).

Список цитированных источников

1. СНиП II-23-81* Стальные конструкции. Нормы проектирования. – Введ. 1982–01–01. – М.: Изд-во стандартов, 1991. – V, 125 с.: ил.
2. Болотин, В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений / В.В. Болотин – М.: Стройиздат, 1981. – 351 с.
3. Капур, К. Надежность и проектирование систем / К. Капур, Л. Ламберсон – М.: Мир, 1980. – 604 с.

УДК 624.042:519.21

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ НЕРАЗРУШЕНИЯ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ФЕРМЫ

Завадский А.С., Трепачко В.М.

Введение. Обычный детерминистический подход к расчету конструкций состоит из двух этапов:

- 1) вычисляются напряжения, деформации и перемещения в конструкциях, подверженных действию внешних нагрузок (эта задача решается методами строительной механики, теории упругости, теории пластичности и т.д.);
- 2) вычисленные величины сопоставляются с нормативно допустимыми значениями (при этом решаются задачи надежности, долговечности и экономичности конструкций).

Однако реальная система и ее условия эксплуатации отличаются от идеализированной системы и условий, рассматриваемых на стадии проектирования. Фак-