



Рисунок 4 – Зависимость надежности системы от стандарта $\sigma(R_y)$

Анализируя представленные графики, можно сделать следующие выводы о надежности системы.

Заключение. 1. Максимальная надежность данной системы наблюдается при выравнивании напряжений в стержнях, т.е. при $l_1 / l_2 = 2$.

2. При увеличении разброса прочности $\sigma(R_y)$ увеличивается разброс воспринимаемой нагрузки (кривая зависимости надежности от нагрузки становится более полой).

Список цитированных источников

1. СНиП II-23-81* Стальные конструкции. Нормы проектирования. – Введ. 1982–01–01. – М.: Изд-во стандартов, 1991. – V, 125 с.: ил.
2. Болотин, В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений / В.В. Болотин – М.: Стройиздат, 1981. – 351 с.
3. Капур, К. Надежность и проектирование систем / К. Капур, Л. Ламберсон – М.: Мир, 1980. – 604 с.

УДК 624.042:519.21

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ НЕРАЗРУШЕНИЯ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ ФЕРМЫ

Завадский А.С., Трепачко В.М.

Введение. Обычный детерминистический подход к расчету конструкций состоит из двух этапов:

- 1) вычисляются напряжения, деформации и перемещения в конструкциях, подверженных действию внешних нагрузок (эта задача решается методами строительной механики, теории упругости, теории пластичности и т.д.);
- 2) вычисленные величины сопоставляются с нормативно допустимыми значениями (при этом решаются задачи надежности, долговечности и экономичности конструкций).

Однако реальная система и ее условия эксплуатации отличаются от идеализированной системы и условий, рассматриваемых на стадии проектирования. Фак-

тически напряжения, деформации и перемещения являются случайными величинами из-за случайного характера внешних воздействий, прочностных и др. внешних условий. Поэтому надежность конструкции может быть определена с привлечением методов математической и статистической теории вероятностей, по которым имеется довольно обширный список литературы.

Постановка задачи. Обобщая исследования, проводимые ранее известными учеными, можно констатировать, что в зависимости от назначения системы и условий ее эксплуатации понятие «надежность» включает следующие основные свойства: 1) безотказность; 2) долговечность; 3) ремонтпригодность; 4) сохраняемость и любые их сочетания.

Задачи расчета на надежность состоят в определении вероятности выхода конструкции из строя в заданных условиях, нахождении по заданной экономически целесообразной надежности требуемых размеров конструкции, допустимых нагрузок или оптимального срока эксплуатации, а также оценки надежности системы по имеющимся оценкам надежности составляющих ее элементов и другие.

Цель работы – определить вероятность неразрушения (надежность) статически определимой фермы.

Расчет выполняется на примере металлической статически определимой фермы (рисунок 1).

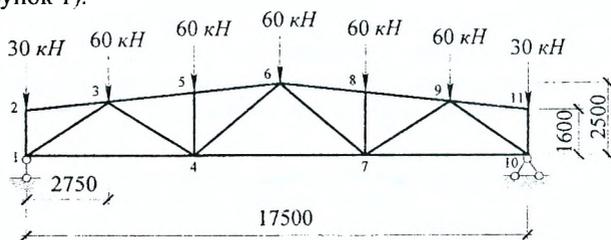


Рисунок 1 – Расчетная схема фермы

Исходные данные. Действующая на ферму нагрузка и ее геометрические размеры – детерминированы, прочность всех стержней случайна, независима и распределена одинаково по нормальному закону.

В качестве материала элементов принята сталь С245, предел текучести которой согласно [1] составляет $R_y=240$ МПа. Математическое ожидание предела текучести – $R_y=260$ МПа. Примем в качестве стандарта (среднеквадратического отклонения) – $\sigma(R_y)=20$ МПа.

Процедура расчета. В процессе расчета выполнено следующее.

На 1 этапе способом сечений определены усилия в элементах фермы (значения усилий приведены в графе 2 таблицы).

На 2 этапе подобраны размеры поперечного сечения в виде парных уголков [2], при этом одновременно осуществлялась унификация элементов (профили подобранного сечения приведены в графе 3 таблицы, а площади поперечных сечений – в графе 4 таблицы).

На 3 этапе согласно [1] найдены напряжения в элементах фермы (графа 5 таблицы).

В 6-й графе таблицы приведены величины предельных напряжений, вычисленные с учетом коэффициентов условий работы γ_c и надежности по нагрузке γ_n [1].

На 4 этапе определялись вероятности разрушения каждого элемента фермы.

Таблица – К определению вероятности разрушения элементов фермы

Элемент	Расчетное усилие кН	Унифицированное сечение	Площадь А, см ²	Напряжение σ, МПа	$R_y \frac{\sigma}{\gamma_n}$	Вероятности разрушения
1	2	3	4	5	6	7
ВП	3-5	2L100x7	25.6	-220.4	228	0.024
	5-6		25.6	-220.4		0.024
НП	1-4	2L75x5	14.78	157.2		0
	4-7		14.78	212.1		0.008
Ст	1-2	2L50x5	9.6	-84.2		0
	4-5		9.6	-141.5		0
Р	1-3	2L90x6	21.2	-221.3		0.026
	3-4	2L50x5	9.6	154.3		0
	4-6	2L63x5	12.26	-104.4		0

Примечание:

ВП – верхний пояс; НП – нижний пояс; Ст – стойки; Р – раскосы; стержень 2-3 является нулевым стержнем и в таблице не приводится

Функция распределения прочности элементов:

$$P(\sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{R_y} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\sigma} \exp \left[-\frac{(\sigma - R_y)^2}{2\sigma^2 (R_y)} \right] d\sigma,$$

где σ – напряжение в стержне.

Значение $P(\sigma)$ – есть вероятность того, что случайный предел текучести R_y будет меньше действующего напряжения σ , т.е. вероятность разрушения.

Через интеграл вероятности Гаусса

$$P(\sigma) = \frac{1}{2} + \Phi \left(\frac{\sigma - R_y}{\sigma(R_y)} \right)$$

определены вероятности разрушения каждого стержня. Значения функции $\Phi(z)$ определялись с использованием специальных таблиц [3].

Покажем вычисление вероятностей разрушения для некоторых стержней.

Стержень 3-5:

$$P(220.4) = \frac{1}{2} + \Phi \left(\frac{220.4 - 260}{20} \right) = \frac{1}{2} + \Phi(-1.98) = \frac{1}{2} - \Phi(1.98) = 0.5 - 0.476 = 0.024.$$

Стержень 1-4:

$$P(157.2) = \frac{1}{2} + \Phi \left(\frac{157.2 - 260}{20} \right) = \frac{1}{2} + \Phi(-5.15) = 0.5 - 0.5 = 0.$$

Стержень 4-7:

$$P(212.1) = \frac{1}{2} + \Phi \left(\frac{212.1 - 260}{20} \right) = \frac{1}{2} + \Phi(-2.4) = 0.5 - 0.492 = 0.008.$$

Стержень 4-5:

$$P(141.5) = \frac{1}{2} + \Phi \left(\frac{141.5 - 260}{20} \right) = \frac{1}{2} + \Phi(-5.95) = 0.5 - 0.5 = 0;$$

Стержень 1-3:

$$P(221.3) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{221.3 - 260}{20}\right) = \frac{1}{2} + \Phi(-1.95) = 0.5 - 0.474 = 0.026.$$

В остальных стержнях $P(\sigma) \approx 0$.

На 5 этапе определялась вероятность неразрушения фермы целиком.

Заданная ферма является статически определимой – она образована путем последовательного соединения элементов. В таких случаях разрушение происходит по наиболее слабому из них. Вероятность неразрушения фермы определяется по формуле:

$$1 - P_c(\sigma) = \prod_{i=1}^n [1 - P_i(\sigma)] = (1 - 0.0239)^4 \cdot (1 - 0.0082) \cdot (1 - 0.0256)^2 = 0.8548.$$

Заключение. 1. Заданная ферма (см. рис. 1) обладает надежностью 0.8548 в случае действия максимальных нагрузок, вероятность появления которых невелика, поэтому действительная надежность фермы больше.

2. В реальности ферма не является статически определимой системой и появление в стержне напряжения равного пределу текучести еще не ведет к разрушению этого стержня.

3. Приведенная последовательность определения вероятности не разрушения фермы может быть использована в практических расчетах для любой статически определимой стержневой системы.

Список цитированных источников

1. СНиП II-23-81*. Стальные конструкции. Нормы проектирования – Введ. 1982-01-01 – М.: Изд-во стандартов, 1991. – V, 125 с : ил.
2. ГОСТ 8509-93. Уголки стальные горячекатаные равнополочные. Сортамент. – Взамен ГОСТ 8509-86; введ. 1997-01-01. – Минск: Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации. – М.: Изд-во стандартов, сор. 1997. – 4 с.
3. Болотин, В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений / В.В. Болотин – М.: Стройиздат, 1981. – 351 с.