В.М. Хвисевич, канд. техн. наук (БрПИ).

РЕШЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ВНЕШНЕЙ, ВНУТРЕННЕЙ И МНОГОСВЯЗНОЙ ПЛОСКИХ ОБЛАСТЕЙ МЕТОДОМ ПОТЕНЦИАЛА.

Как известно прямая (неклассическая) формулировка граничной задачи для внешней области и непрямая (классическая) формулировка для внутренней многосвязной области дают неединственное решение.

Суть непрямого способа заключается в отыскании решения (температуры T) в виде потенциала двойного слоя $T = \int_L \varkappa(y)\frac{\cos\varphi}{r}dl$ и этот способ применим лишь для внутренней односвязной области (случаи J по Н.М.Гюнтеру). В прямом способе решение разыскиваем в виде суммы логарифмических потенциалов простого и двойного слоев по формуле Грина $T = \frac{1}{\pi}\int_L \left(T_L\frac{\cos\varphi}{r} - \frac{dT_L}{dn_y}\ln r\right)dl$ (здесь $\varkappa$-плотность потенциала двойного слоя, T_L-температура в точках границы области L, $r = |y-x|$- расстояние от точки x до точки интегрирования y, φ - угол между вектором r и внешней нормалью n_y.

Недостатки этих методов предлагается устранить введением охватывающего контура L_o когда внешняя краевая задача решается прямым способом и кроме того дополнением решения простыми источниками с мощностью $A_i (i = 1,2,..,n)$, находящимися внутри контуров L_i внешней V^- или внутренней V^+ областей, когда эти задачи решаются непрямым способом.

При классической формулировке граничных задач мощности источников A_i определяются из выражений полученных для среднего значения температуры T^m. Для внешней задачи

$$T_i^m = \frac{1}{L_i}\sum_{i=1}^{n} A_i \int_{L_i}\frac{dL_i}{r_{A_i}} + T_\infty \tag{I}$$

(где T_∞ - значение температуры на бесконечности, r_{A_i} - расстояние до источников); для внутренней краевой задачи в формуле (I) вместо T_∞ записывается слагаемое $\pi\varkappa_e$ ($\varkappa_e$- плотность распределения источников на контуре L_e охватывающем контура L_i).

Не приводя выкладок запишем окончательную форму интегрального уравнения внешней краевой задачи теплопроводности

$$T_L = T_\infty + \gamma\pi\varkappa(x) + v.p.\int_L \varkappa(y)\frac{\cos\varphi}{r}dl_y + \sum_{i=1}^{n} A_i \ln r_{A_i}, \tag{2}$$

где $\gamma = -1$, $v.p.$ главное значение интеграла по Коши (интегральное уравнение внутренней краевой задачи теплопроводности имеет вид аналогичный (2), но без слагаемого T_∞ и при $\gamma = 1$).

Для численного решения данных задач составлен эффективный алгоритм и программа для ЭВМ. Неизвестная плотность потенциала интерполируется полиномом Лагранжа, интегралы вычисляются по квадратурным формулам Гаусса.