Л.А.Игумнов, канд.тех.наук /ГГУ/
В.М.Коньшева, канд.физ.-мат.наук /ЕрПИ/
М.В.Чугунов, канд.тех.наук /МордГУ/

КРИТЕРИАЛЬНАЯ СХОДИМОСТЬ МЕТОДА ШТРАФОВ ПРИ НАЛИЧИИ СЛУЧАЙНЫХ ПОМЕХ

Рассматривается задача: $\inf_{x\in A} f(x) = f^*$, $f^* > -\infty$,
$A = \{x \in E_\ell,\ g_i(x) \geq 0,\ i = \overline{1,s}\}$.

Итеративный алгоритм описывается соотношением:

$$x_{n+1} = x_n - \beta_n S_n(x_n, \tau_n),\ n = 1,\ldots$$

где $\beta_n > 0$, $\tau_n > 0$, $\tau_{n+1} > \tau_n$, $\tau_n \to \infty$ при $n \to \infty$, $S_n(x,\tau_n) = F'(x,\tau_n) + \xi_n$, $F(x,\tau_n) = f(x) + \tau_n \Phi(x)$,
$\Phi(x) = 0$ при $x \in A$, $\Phi(x) > 0$ при $x \notin A$, ξ_n - случайные погрешности, $M\xi_n = 0$.

Введем вспомогательную последовательность векторов z_n:

$$z_{n+1} = z_n + \beta_n(\xi_n - z_n),\quad z_1 = 0.$$

Будем предполагать, что выполнены следующие условия.

А. Существует $\lambda\ (0<\lambda<1)$ такое, что $\bar{F}_n^* = \inf_{x\in E_\ell} F(x,\lambda\tau_n) > -\infty$ при всех $\lambda\tau_n$.

Б. $\lim_{n\to\infty} \bar{F}_n^* = f^*$.

В. $\|F'(x,\tau_n) - F'(y,\tau_n)\| \leq \tau\tau_n \|x-y\|$, $\tau > 0$.

Г. $\|F'(x,\tau_n)\|^2 \geq \eta\, \Psi[F(x,\tau_n) - F_n^*]$, где $\Psi(\lambda)$ - непрерывная строго возрастающая функция от $\lambda \geq 0$, $\lim_{\lambda\to\infty} \Psi(\lambda)\cdot\lambda^{-1} > \kappa > 0$, $\eta > 0$.

Обозначим $\mathcal{F}_n = \{F(x_1,\tau_1) - F_1^*, \ldots, F(x_n,\tau_n) - F_n^*\}$.

Теорема. Пусть выполняются условия А-Г,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^2 \left(1 + \frac{\tau_{n+1}^2 - \tau_n^2}{\tau_n^2}\right) < \infty,\quad 1 - 4\tau\tau_n\beta_n \geq \theta > 0,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \tau_{n+1}^2 M(|(z_n,\xi_n)|/\mathcal{F}_n) < \infty \text{ п.н.},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\beta_n = \infty,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^2 \tau_{n+1}^2 M(\|\xi_n\|^2/\mathcal{F}_n) < \infty \text{ п.н.},\quad \lim_{n\to\infty} \frac{\tau_{n+1} - \tau_n}{\tau_n \beta_n} = 0.$$

Тогда $\lim_{n\to\infty} F(x_n,\tau_n) = f^*$ п.н. при любых конечных x_1.