В.И. Азаматова, канд. физ.-мат.наук (БГУ),
И.В. Лизунова, ст.преподаватель (ЕрПИ)

О НЕТЕРОВОСТИ ОДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ТИПА СВЕРТКИ

Изучается интегральный оператор вида

$$(H\varphi)(x)=a(x)\varphi(x)+\sum_{j=1}^{3}\int_{-\infty}^{\infty}b_j(x,t)k_j(x-t)\varphi(t)dt.$$

Предполагается, что $k_j(x)\in L_1(R_1)$,

$$\frac{a(x)}{(x+i)^{\alpha}}=a^{(1)}(x)\in B^{sup}(R_1),\quad \frac{b_j(x,t)}{(x+i)^{\alpha}}=b_j^{(1)}(x,t)\in B^{sup}(R_2).$$

Определения классов $B^{sup}(R_1)$ и $B^{sup}(R_2)$ даны в работах [1,2] . Под $L_p^{\alpha}(R_1)$ понимается класс функций $\varphi(x)\in L_p(R_1)$ таких, что $(x+i)^{\alpha}\varphi(x)\in L_p(R_1)$.

Теорема. Оператор $H: L_p^{\alpha}(R_1)\to L_p(R_1)$ ($1\le p\le\infty$ нетеров тогда и только тогда, когда

$$\operatorname*{ess\,inf}_{x\in R_1}|a^{(1)}(x)|>0,$$

$$a^{(1)}(+\infty)+\sum_{j=1}^{3}b_j^{(1)}(+\infty,+\infty)\mathcal{K}_j(x)\neq 0,$$

$$a^{(1)}(-\infty)+\sum_{j=1}^{3}b_j^{(1)}(-\infty,-\infty)\mathcal{K}_j(x)\neq 0,$$

где $\mathcal{K}_j(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}k_j(t)e^{ixt}dt.$

Его индекс вычисляется по формуле

$$\operatorname{Ind} H=\operatorname{Ind}\frac{a^{(1)}(-\infty)+\sum_{j=1}^{3}b_j^{(1)}(-\infty,-\infty)\mathcal{K}_j(x)}{a^{(1)}(+\infty)+\sum_{j=1}^{3}b_j^{(1)}(+\infty,+\infty)\mathcal{K}_j(x)}.$$

Рассматривается случай, когда $H: L_p^{\alpha}(R_1)\longrightarrow L_p^{\beta}(R_1)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карапетянц Н.К., Самко С.Г. Об индексе некоторых классов интегральных операторов. // Известия АН Арм.ССР, сер.матем. 1973, т.8, № 1, с. 26-40.
2. Карапетянц Н.К., Самко С.Г. Уравнения с инволютивными операторами и их приложения. 1988, с. 3-41.