

Рисунок 2 – Расчетная область и условия на границе длинного тела двусвязной цилиндрической геометрии

В случае многослойного цилиндрического тела, считая, что соседние слои не имеют свободы перемещений относительно друг друга, предполагается дополнительно задавать:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^I(R_{ext}^I) &= \sigma_{rr}^{I+1}(R_{int}^{I+1}); \sigma_{r\theta}^I(R_{ext}^I) = \sigma_{r\theta}^{I+1}(R_{int}^{I+1}); \\ u^I(R_{ext}^I) &= u^{I+1}(R_{int}^{I+1}); \vartheta^I(R_{ext}^I) = \vartheta^{I+1}(R_{int}^{I+1}). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $I=1, 2, \dots, J$  – номер слоя,  $J$  – количество слоев;  $R_{int}^I, R_{ext}^I$  – радиусы  $I$ -го слоя.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лихачев, Ю.И. Прочность тепловыделяющих элементов ядерных реакторов / Ю.И. Лихачев, В.Я. Пулко. – М.: Атомиздат, 1975.
2. Куликов, И.С. Прочность элементов конструкций при облучении / И.С. Куликов, В.Б. Нестеренко, Б.Е. Тверковкин. – Минск: Наука і тэхніка, 1990. – 143 с.
3. Писаренко, Г.С. Прочность и пластичность материалов в радиационных потоках / Г.С. Писаренко. – К.: Наук. думка, 1979.
4. Olander, D. R. Fundamental Aspects of Nuclear Reactor Fuel Elements / D.R. Olander. – USA: Technical Information Center Energy Research and Development Administration, 1976. – 720 p.
5. Ширвель, П.И. Модель расчета несосимметричного напряженно-деформированного состояния облучаемых тел цилиндрической геометрии в условиях ползучести / П.И. Ширвель, И.С. Куликов // Весті НАН Беларусі. Серыя фіз.-тэхн. навук.–2012.–№ 4.–С. 51–62.

УДК 539.3

### ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ ТЕРМОУПРУГОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ ПРИ НАГРЕВЕ И ОБЛУЧЕНИИ

*Хвусевич В.М., Веремейчик А.И., Гарбачевский В.В., Мороз Е.А.*

Брестский государственный технический университет,

Брест, Беларусь

Основным конструктивным элементом активной зоны ядерного реактора является тепловыделяющий элемент (ТВЭЛ). В современных энергетических реакторах сердечник ТВЭЛА представляет собой длинный цилиндрический стержень, работающий в условиях радиационного распухания и подверженный температурной нагрузке. От надежной работы ТВЭЛОВ зависит работоспособность всего реактора, поэтому исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) цилиндрических тел при терморadiационном нагружении приобретает особое практическое значение.

В данной работе рассматривается бесконечно длинный однородный цилиндр, который подвергается воздействию радиационной, температурной нагрузки и внешнего давления. Расчетная схема приведена на рисунке 1.

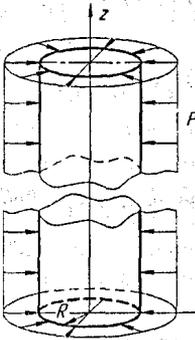


Рисунок 1 – Расчетная схема цилиндра

В связи со спецификой заданных нагрузок и с учетом физической и геометрической симметрии НДС цилиндра можно оценить, реализовав осесимметричную задачу теории упругости.

Дифференциальное уравнение равновесия имеет вид:

$$\sigma_r - \sigma_\theta + r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_r, \sigma_\theta$  - радиальное и касательное напряжение,  $r$  - переменный радиус. Граничные условия задачи:  $u_r = 0$  при  $r = 0$ ,  $\sigma_r = -P$  при  $r = R$ , где  $P$  - внешнее давление,  $R$  - наружный радиус цилиндра.

Эмпирическая функция радиационного распухания принимается согласно [1]:

$$S(T(r), t) = 4,9 \cdot 10^{-51} \cdot (\Phi \cdot t)^{1,71} \cdot 10^{\frac{15490}{T} - \frac{5,98 \cdot 10^6}{T^2}}, \quad (2)$$

где  $t$  - время,  $\Phi$  - нейтронный поток,  $T$  - температурное поле как функция координаты:

$$T = T_s + \frac{q_v}{4\lambda} (R^2 - r^2), \quad (3)$$

$T_s$  - температура на наружной поверхности,  $q_v$  - объемное тепловыделение,  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности материала.

Уравнения обобщенного закона Гука при температурном и радиационном нагружении:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)) + \alpha \cdot T(r) + \frac{S(T(r), t)}{3}, \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)) + \alpha \cdot T(r) + \frac{S(T(r), t)}{3}, \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)) + \alpha \cdot T(r) + \frac{S(T(r), t)}{3}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\alpha$  - коэффициент линейного расширения материала.

Геометрические соотношения Коши, связывающие перемещения и деформации:

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = 0. \quad (5)$$

Учитывая (4), (5), выразим компоненты напряжений рассматриваемой задачи через перемещения:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \cdot \left( (1-\nu) \cdot \frac{du_r}{dr} + \nu \cdot \frac{u_r}{r} - (1+\nu) \cdot \left( \alpha \cdot T + \frac{S}{3} \right) \right),$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \cdot \left( (1-\nu) \cdot \frac{u_r}{r} + \nu \cdot \frac{du_r}{dr} - (1+\nu) \cdot \left( \alpha \cdot T + \frac{S}{3} \right) \right), \quad (6)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1-2\nu)} \cdot \left( \frac{\nu}{1+\nu} \cdot \left( \frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} \right) - \left( \alpha \cdot T + \frac{S}{3} \right) \right).$$

Решая совместно уравнения (1), (6), получим дифференциальное уравнение равновесия в перемещениях.

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \left( \alpha \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{1}{3} \frac{dS}{dr} \right), \quad (7)$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Решение полученного неоднородного дифференциального уравнения разыскивается в виде суммы  $\bar{u}_r$ , общего решения однородного уравнения

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = 0 \text{ и частного решения } u_r^*, \text{ неоднородного уравнения (7):}$$

$$u_r = \bar{u}_r + u_r^*. \quad (8)$$

Общее решение, удовлетворяющее однородному уравнению, имеет вид:

$$\bar{u}_r = C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r}, \quad (9)$$

где  $C_1, C_2$  – постоянные интегрирования.

Для определения частного решения (6) применен принцип суперпозиции:  $u_r^* = u_{r1}^* + u_{r2}^*$ , где  $u_{r1}^*, u_{r2}^*$  – частные решения ДУ

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = \alpha \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{dT}{dr}, \quad (10)$$

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{dS}{dr} \quad (11)$$

соответственно.

Решение  $u_{r1}^*$  получено в виде:

$$u_{r1}^* = -\frac{1}{16} \cdot \frac{\alpha q_v}{\lambda} \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot r^3. \quad (12)$$

Ввиду сложности эмпирической функции радиационного распухания подобрать частное решение (11) в аналитическом виде не удалось. Проведена аппроксимацию функции  $S$  полиномом 3-й степени  $y = A + Br + Cr^2 + Dr^3$ . Определение постоянных  $A, B, C, D$  ввиду громоздкости математических вычислений проводилось с учётом характеристик для материала ОХ16Н15МЗБ, где принято  $\Phi = 2,81 \cdot 10^{19}$  нейтр./ $(\text{см}^2 \cdot \text{ч})$ ,  $\alpha = 16 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $E = 1,5 \cdot 10^{11}$  Па,  $T_s = 700^\circ \text{C}$ ,  $\lambda = 12$  Вт/(м·град),  $q_v = 2,234 \cdot 10^8$  Вт/м $^3$ ,  $t = 1000$  ч. [1]. Окончательно получена следующая зависимость аппроксимирующей функции от радиуса:  $y = 0,002267 + 0,005185r + 75,309r^2 + 7316r^3$ .

Дифференциальное уравнение (11) с учетом аппроксимации принимает вид:

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = 0,005185 + 150,618r + 21948r^2. \quad (13)$$

Окончательно решение (7) с учетом граничных условий получено в виде:

$$u_r = 0,02255126r^2 + 0,00172833r^2 - 20,71654r^3 + 1463,2r^4. \quad (14)$$

Получены значения компонент напряжения  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  и деформаций  $\epsilon_r, \epsilon_\theta$  в зависимости от координаты. Исследована их зависимость от времени облучения и свойств материала. Кроме того, проведено исследование влияния температуры и радиационного распухания на напряжения в отдельности.

Типичные зависимости напряжений от радиуса для момента времени  $t=1000$  часов приведены на рисунке 2.

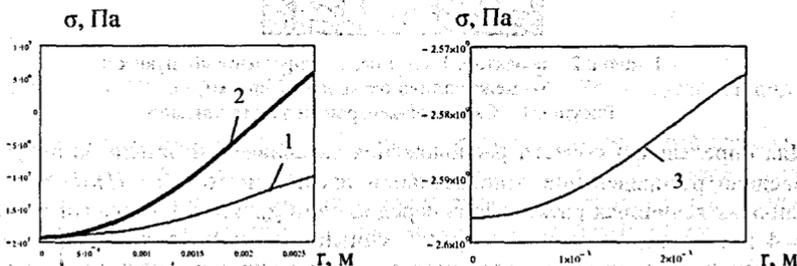


Рисунок 2 – Зависимость напряжений от радиуса

1 -  $\sigma_r$ , 2 -  $\sigma_\theta$ , 3 -  $\sigma_z$

Ввиду отсутствия аналитических решений, сравнение проводилось с результатами решения термоупругой задачи при отсутствии радиационного воздействия [2]. Результаты сравнения подтверждают правильность разработанной методики.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Куликов, И.С. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов / Под ред. В.Б. Нестеренко. — Мн.: Наука и техника, 1984. — 103 с.
2. Тимошенко, С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. — М.: Наука, 1975. — 576 с.

УДК 533.9

### ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕПЛООБМЕНА РАЗВИТЫМ ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОТОКОМ ПЛАЗМЫ

*Сазонов М.И., Веремейчик А.И.*

Брестский государственный технический университет,  
Брест, Республика Беларусь

Для разработки методики расчета теплообмена между развитым турбулентным потоком плазмы и деталями создан дуговой плазматрон постоянного тока с секционированной электроразрядной камерой и анодом. Изучены распределения тока и тепловых потоков вдоль анода, определены зона шунтирования дуги в аноде и область размещения деталей для исследования теплообмена за этой зоной.