В новых обозначениях введем систему двух линейных интегральных уравнений относительно двух неизвестных функций $\tilde{c}_0(\xi_1), \tilde{d}_0(\xi_2)$

$$\begin{cases} \int\limits_{-\hbar\pi}^{\hbar\pi} k_1(\xi)\tilde{c}_0(\xi_1)d\xi_1 + \tilde{d}_0(\xi_2) = \tilde{F}_d(\xi_2) \\ \tilde{c}_0(\xi_1) + \int\limits_{-\hbar\pi}^{\hbar\pi} k_2(\xi)\tilde{d}_0(\xi_2)d\xi_2 = \tilde{G}_d(\xi_1), \end{cases} \tag{3}$$

Доказана эквивалентность задачи (1), (2) системе (3) и однозначная разрешимость системы (3) для достаточно малых h при условии однозначной разрешимости соответствующей системы в непрерывном случае. Дано сравнение дискретных и непрерывных решений.

Литература

1. Васильев В. Б. *Мультипликаторы интегралов Фурье, псевдодифференциальные уравнения, волновая факторизация, краевые задачи.* М.: КомКнига, 2010.

2. Vasilyev A. V., Vasilyev V. B. *Pseudo-differential operators and equations in a discrete half- space* // Math. Model. Anal. 2018. V. 23. № 3. P. 492–506.

3. Васильев В. Б. *Операторы и уравнения: дискретное и непрерывное* // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. Темат. обз. 2019. Т. 160. С. 18–27.

4. Васильев В. Б., Тарасова О. А. *О дискретных краевых задачах и их аппроксимационных свойствах* // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. Темат. обз. 2020. Т. 174. С. 12–19.

НЕРЕГУЛЯРИЗУЕМОСТЬ КАНОНИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ РИМАНА-ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ ОДНОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В $\mathbb{R}^3$

А.И. Басик, Е.В. Грицук

Пусть в ограниченной односвязной области $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$ задана эллиптическая система четырех дифференциальных уравнений вида

$$\sum_{j=1}^{3} A_j \frac{\partial U}{\partial x_j} = 0. \tag{1}$$

Здесь $A_j\,(j = 1, 2, 3)$ – постоянные квадратные действительные матрицы четвертого порядка, $U : \Omega \to \mathbb{R}^4$ – искомая вектор-функция. Под задачей Римана-Гильберта для системы (1) понимают задачу отыскания ее решения класса $C^1(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$, удовлетворяющего граничному условию

$$\mathfrak{B}(\mathfrak{y})\mathfrak{U} = \mathfrak{f}(\mathfrak{y}) \quad (\mathfrak{y} \in \partial), \tag{2}$$

где $\mathfrak{B}$, f – заданные непрерывные по Гельдеру на поверхности $\partial\Omega$ матрица-функция размера 2×4 и двухкомпонентная вектор-функция соответственно.

В случае, когда (1) является системой Моисила-Теодореску и матрица граничного условия (2) имеет канонический вид

$$\mathfrak{B}(\mathfrak{y}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \nu_1(y) & \nu_2(y) & \nu_3(y) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

краевая задача Римана-Гильберта является регуляризуемой [1]. Напомним, что задача (1), (2) называется регуляризуемой, если для нее выполнено условие Я. Б. Лопатинского [2]. В формуле (3) $\nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ – единичное поле внутренних нормалей на $\partial\Omega$. Отметим, что для систем рассмотренных в работе [3] задача Римана-Гильберта с матрицей граничного условия (3) также является регуляризуемой.

Рассмотрим систему (1), не являющуюся трехмерным аналогом системы Коши – Римана [4], матричные коэффициенты которой имеют вид

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

Теорема. *Для системы* (1) *с коэффициентами* (4) *справедливы следующие утверждения*

(i) *система является эллиптической;*

(ii) *каждая компонента произвольного непрерывно дифференцируемого решения системы является бигармонической функцией;*

(iii) *задача Римана-Гильберта* (1), (2) *с матрицей граничного условия* (3) *не является регуляризуемой.*

Литература

1. Шевченко В. И. *Гомотопическая классификация задач Римана-Гильберта для голоморфного вектора* / В. И. Шевченко // Респ. межвед. сб. «Матем. физмка». Киев. 1975. Вып. 17. С. 184–186.

2. Агранович М. С. *Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы* // Успехи мат. наук. 1965. Т. 20. Вып. 5. С. 3–120.

3. Басик А. И., Грицук Е. В., Грицук Т. А. *Задача Римана – Гильберта для эллиптических систем ортогонального типа в* $\mathbb{R}^3$ // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2020. Т. 56. № 1. С. 7–16.

4. Усс А. Т. *Краевая задача Римана-Гильберта для трехмерных аналогов системы Коши-Римана* // Докл. НАН Беларуси. 2003. Т. 47. № 6. С. 10–15.

О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ БЕССЕЛЯ

И.Б. Гарипов, Р.М. Мавлявиев

Нелокальные задачи с интегральными условиями возникают при изучении разных физических явлений, когда граница области протекания процесса недоступна для непосредственного измерения.

Параболические уравнения с оператором Бесселя и с нелокальным интегральным условием изучены в работах [1 – 4].

Пусть $G_T = \{(x,t): \ 0 < x < l, \ 0 < t \leq T\}$ — прямоугольная область в координатной плоскости Oxt. В области G_T рассмотрим параболическое уравнение

$$L_B u \equiv u_t - B_x u = 0,$$

где $B_x = x^{-k}\frac{\partial}{\partial x}(x^k \frac{\partial}{\partial x}) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{k}{x}\frac{\partial}{\partial x}$ — оператор Бесселя, $k \leq -1$.

Рассматривается задача о нахождении функции $u(x,t)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x,t) \in C^{1,0}_{x,t}(\overline{G}_T) \cap C^{2,1}_{x,t}(G_T), \qquad (1)$$