КОЛЕБАНИЯ НАГРЕТОЙ СТРУНЫ

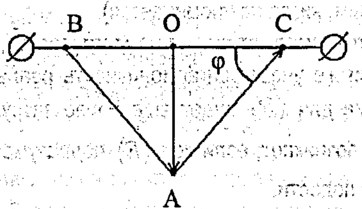
А.И. Кириленко

Минский государственный высший авиационный колледж, кафедра естественно-научных дисциплин, г. Минск

Рассматриваются колебания нагретой электрическим током струны и выясняются условия, при которых это явление может реализоваться. Полученные результаты в принципе согласуются с большой инерционностью тепловых процессов.

При прохождении тока по проводам происходит их нагрев и, как следствие, провисание. На транспорте провисание связано с трением, с перегревом, вибрацией, что снижает надежность эксплуатации, а в авиации - и безопасность полетов. Снижается срок службы изоляции (15-20 лет при 105 °С, для класса А до 155 °С, и 15 мин при 200 °С). При полетах в южных широтах температура может меняться от +50 °С на поверхности земли до – 56 °С на 11 км за 15 минут (время набора высоты). При этом блоки аппаратуры обдуваются для охлаждения, а провода – нет. Мы покажем, что удлинение проводов – не единственный эффект, связанный с их нагревом и охлаждением.

Пусть имеется укрепленная на двух изоляторах-стойках металлическая струна (провод). Раздвинем стойки так, чтобы струна натянулась, и пропустим по ней ток. Ток нагреет струну, и она растянется (провиснет). При этом возрастет поверхность струны (и разность температур струны и воздуха) и увеличится теплоотдача. В результате этого струна охладится и сократится в размерах, т.е. натянется. Ситуация повторится и возникнут колебания.



Насколько нам известно, эффект колебания ненатянутых проводов ранее не рассматривался. Заранее можно утверждать, что он имеет место при слабых нагревах, а, значит, и при слабых провисаниях. Зависимость характеристик колебательного процесса от других параметров менее очевидна.

Пусть T – сила натяжения струны. Возвращающая сила $F_{вз} = T\sin\varphi \approx T\cdot\varphi$; OA = x. Пусть l_0 - начальная длина струны. Тогда $\operatorname{tg}\varphi = \frac{2x}{l_0}$. Сила натяжения $T = k_y\Delta x$; k_y - коэффициент упругости, Δx - удлинение струны при нагреве. Пусть α_t – температурный коэффициент расширения. Тогда $\Delta x = l_0\alpha_t\Delta T$; ΔT - изменение температуры за счет нагрева. Тогда

$$F_{вз} = k_y l_0 \alpha_T \Delta T \cdot \frac{2x}{l_0} = 2k_y\alpha_T\Delta T\cdot x \qquad (1)$$

Уравнение движения струны массы m приближенно можно записать в виде:

$$mx'' + 2k_y\alpha_T\Delta T\cdot x = 0. \qquad (2)$$

Для частоты колебаний получаем:

$$W_0^2 = \frac{2k_y\alpha_T\Delta T}{m} \tag{3}$$

Как только струна удлинилась, ее теплоотдача возросла на

$$\Delta Q = k\,\Delta S\,\Delta t\,\Delta T, \tag{4}$$

k – коэффициент теплоотдачи, ΔS – увеличение боковой поверхности струны, Δt – промежуток времени. Но удлинение струны происходит за счет увеличения ее температуры, и при этом возрастает сопротивление проводника и подводимая к нему электрическая энергия уменьшается на

$$\Delta Q = \left(\frac{u^2}{R_0} - \frac{u^2}{R}\right)^{\Delta t} = \left(\frac{u^2}{R_0} - \frac{u^2}{R_0(1+\alpha_{tkc}\Delta T)}\right)^{\Delta t} = -\frac{u^2}{R_0}\alpha_{tkc}\Delta T\Delta t. \tag{5}$$

Струна распрямляется. В стационарном режиме эти ΔQ должны равняться по величине (α_{tkc} – температурный коэффициент сопротивления);

$$k\,\Delta S\,\Delta t\,\Delta T = \frac{u^2}{R_0}\alpha_{tkc}\Delta T\Delta t; \tag{6}$$

Увеличение боковой поверхности струны за счет нагрева $\Delta S = 2\pi r\Delta x$; (r – радиус струны). Выражение (6) примет вид (S – сечение струны; ρ – ее удельное сопротивление):

$$k\cdot 2\pi r\Delta x = \frac{u^2}{R_0}\alpha_{tkc};\ R_0 = \rho\frac{l_0}{S};\ S = \pi r^2 \tag{7}$$

Имеем по (7)

$k\cdot 2\pi r\Delta x = \dfrac{u^2\alpha_{tkc}}{\rho l_0}\pi r^2$; $\Delta x = \dfrac{u^2\alpha_{tkc}r}{2k\rho l_0}$. Δx и ΔT связаны соотношением: $\Delta x = l_0\alpha_T\Delta T$.

Поэтому

$l_0\alpha_T\Delta T = \dfrac{u^2\alpha_{tkc}r}{2k\rho l_0}$; $\Delta T = \dfrac{u^2\alpha_{tkc}r}{2k\alpha_T\rho l_0^2}$. Подставим это в (3):

$$W_0^2 = \frac{2K_y\alpha_T}{m}\cdot\frac{u^2\alpha_{TKC}r}{2K\alpha_T\rho l_0^2} \tag{3'}$$

Выразим упругую постоянную струны через модуль Юнга E: $k_y = \dfrac{SE}{l_0}$.

Поэтому, приняв массу колеблющейся струны равной $m = \rho_{пл}\cdot\pi r^2\cdot l_0$, $\rho_{пл}$ – плотность материала, имеем:

$$W_0^2 = \frac{\pi r^2 E}{l_0\cdot m}\cdot\frac{u^2\alpha_{tkc}\cdot r}{k\cdot\rho l_0^2} = \frac{\pi r^3 E u^2\alpha_{tkc}}{l_0^3\rho_{пл}\pi r^2 l_0 k\rho} = \frac{rEu^2\alpha_{tkc}}{l_0^4\rho_{пл}k\rho} = \frac{\alpha_{tkc}E}{k\rho_{пл}\rho}\cdot\frac{r}{l_0^4}u^2.$$

Для нихрома примем следующие постоянные:

$\rho_{пл} = 8{,}2\cdot 10^3$ кг/м^3; $k = 10$ Вт/м^2 К; $\rho = 1{,}1\cdot 10^{-6}$ Ом · м; $\alpha_{tkc} = 4\cdot 10^{-4}$К$^{-1}$;

$E = 21{,}7\cdot 10^9$ Па. Получаем период колебаний порядка 10^5 с.