УДК 539.3

К ИССЛЕДОВАНИЮ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СОСУДА ДАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ ПОТЕНЦИАЛА

Хвисевич В.М.

Брестский государственный технический университет, г. Брест

Для создания конструктивных элементов высокой прочности и надежности с минимальной материалоемкостью в инженерной практике существуют различные экспериментальные, теоретические и численные методы исследования напряженно-деформированного состояния.

В настоящее время наиболее распространенными являются численные методы и в особенности метод конечных элементов (МКЭ). На основе его созданы различные программные продукты, реализующие широкий класс задач механики деформируемого твердого тела.

Однако, как показывает практика, при реализации внешних краевых задач, задач термоупругости, теории пластичности и других решения МКЭ не всегда соответствуют действительности. В то же время оказался «забыт» один из наиболее эффективных численных методов – метод интегральных уравнений теории потенциала, который обладает некоторыми преимуществами в сравнении с МКЭ [1].

В работе [2] на основе теории потенциала построены интегральные уравнения и разработан алгоритм численного решения плоских краевых задач термоупругости. Реализация тестовых задач на ПЭВМ показала высокую точность алгоритма.

Запишем основные сингулярные интегральные уравнения (СИУ) плоской краевой задачи термоупругости для внешней и внутренней областей.

СИУ относительно плотности потенциала $\nu(x)$ имеет вид

$$\nu_i(x)+\frac{1}{2\pi(1-\nu)}\int_L \frac{1}{r}\langle \nu_i(y)[(1-2\nu)-2\beta_i^2]\cos\psi+\{[n_k(y)\beta_i-n_i(y)\beta_k](1-2\nu)+ \\ +2\beta_i\beta_k\cos\psi\}\nu_k(y)\rangle dl_y = f_i(x_L)+f_i^T(x_L), \qquad (1)$$

где β_i,β_j - направляющие косинусы радиус-вектора $\bar{r}(x,y)=|y-x|$, n_j - направляющие косинусы к внешней нормали контура области, $\cos\psi=n_i(x)\cdot\beta_i$; $i,j=1,2$, ν - коэффициент Пуассона, $f_i^T=\sigma_{ij}^T\cdot n_j$ - фиктивная температурная поверхностная нагрузка, f_i - механическая нагрузка, y, x – соответственно текущая и фиксированная точки при интегрировании.

Интегральные уравнения добавок температурных напряжений σ_{ij}^T запишутся

$$\sigma_{ij}^T=\alpha\mu\Big\{2\pi\chi(x_L)[n_i(x_i)-\delta_{ij}]+\vartheta.p.\int_L\frac{\chi(y)}{r}[n_i(y)\beta_j+n_j(y)\beta_i-2(\beta_i\beta_j-\delta_{ij})\cos\varphi]dl_y+ \\ +\sum_{k=1}^{n}A_k\left[\beta_{Ai}^{(k)}\beta_{Aj}^{(k)}-\left(\frac{1}{2}+\ln r_{Ak}\right)\delta_{ij}\right]\Big\}, \qquad (2)$$

$a=\dfrac{1+\nu}{1-\nu}\alpha$, где α - коэффициент линейного расширения материала, μ = модуль сдвига, χ - плотность потенциала двойного слоя, δ_{ij} - символ Кронекера, A_k - мощности точечных источников, υ,ρ - главное значение интеграла по Коши.

Формула полных термических напряжений имеет вид

$$\sigma_{ij}(x)=\sigma^0{}_{ij}(x)+\sigma^T_{ij}(x), \qquad (3)$$

где напряжения $\sigma^0{}_{ij}(x)$ определяются по формулам:

$$\sigma^0{}_{ij}(x)=\frac{1}{2\pi(1-\upsilon)}\int_L \upsilon_k(y)\left[(1-2\upsilon)(\delta_{ik}\beta_j+\right.$$
$$\left.+\delta_{jk}\beta_i-\delta_{ij}\beta_k)+2\beta_i\beta_j\beta_k\right]\frac{dl_y}{r(x,y)}\, i,j=1,2. \qquad (4)$$

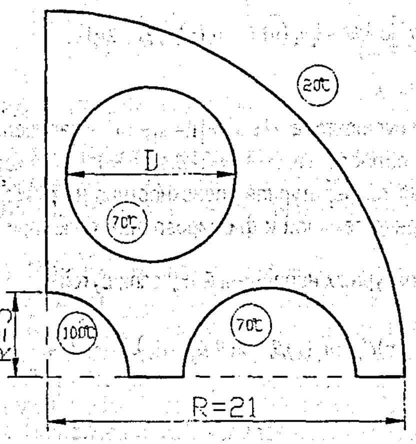
$$\sigma_{ij}(x_L)=\upsilon_i(x_L)n_i(x_L)\left[1+\frac{n_j^2(x_L)}{1-\upsilon}\right]+\upsilon_{ji}(x_L)n_j(x_L)\left[\frac{n_j^2(x_L)}{1-\upsilon}-1\right]+v.p.\sigma_{ij}(x_L) \qquad (5)$$

$$i,j=1,2;\quad i\neq j$$

$$\sigma_{12}(x_L)=\upsilon_1(x_L)n_2(x_L)\left[1-\frac{n_1^2(x_L)}{1-\upsilon}\right]+\upsilon_{2i}(x_L)n_1(x_L)\left[1-\frac{n_2^2(x_L)}{1-\upsilon}\right]+v.p.\sigma_{12}(x_L) \qquad (6)$$

Рассмотрим многокамерный цилиндрический сосуд давления, который подвергается воздействию стационарного поля температуры.

Ввиду геометрической и физической симметрии сосуда достаточно рассмотреть четвертую часть области его поперечного сечения и поставить плоскую краевую задачу термоупругости (рис. 1).



D=10 м, R=21 м, υ =0,27 ,
E=2,1×10^5 МПа (модуль упругости), α=0,12×10^{-4} l/град
λ=0,11 кал/см· сек град (коэффициент теплопроводности)

Рис. 1. Расчетная схема многокамерного сосуда

Корпус сосуда подвергается воздействию стационарной температуры (рис. 1). Рассматриваемая граница области разбивалась на 150 граничных элементов.

Сначала после реализации уравнения теплопроводности согласно [2], определялось распределение поля температур (рис. 2).

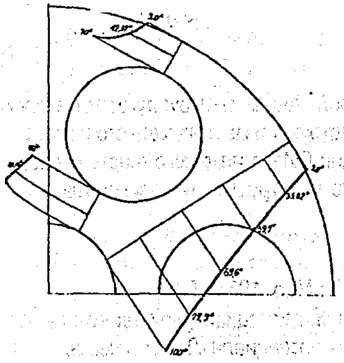


Рис. 2. Распределение температуры внутри области

Значительный интерес при создании такого сосуда представляет картина концентрации напряжений. На рис. 3, 4, 5 показаны эпюры температурных напряжений, построенные на основе результатов численного решения полученных интегральных уравнений.

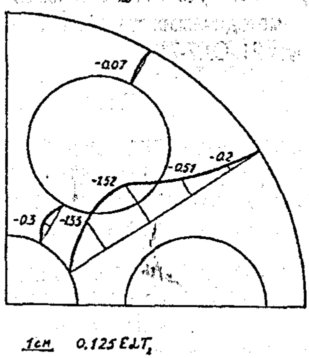


Рис. 3. Радиальные температурные напряжения

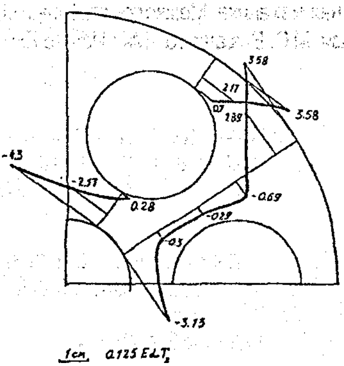


Рис.4. Тангенциальные температурные напряжения

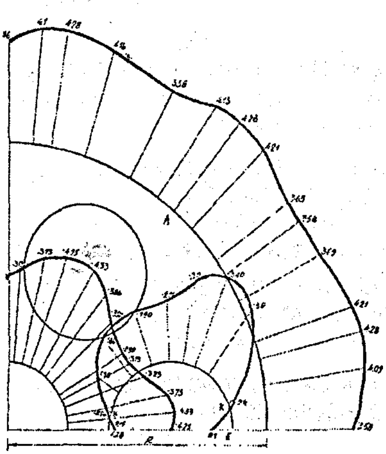


Рис 5. Контурные температурные напряжения

Максимальное сжимающие напряжения возникают на контуре центральной камеры сосуда. Максимальные растягивающие напряжения получились в точках внешнего контура. Радиальные напряжения имеют макси-мальные значения во внутренних точках области.

В результате исследований напряженного состояния был определен коэффициент концентрации напряжений при заданных геометрических размерах сосуда

$$\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} = 1{,}49. \qquad (7)$$

Таким образом, реализация данной плоской краевой задачи термоупругости методом потенциала позволяет осуществить оптимизацию конструкции многокамерного сосуда.

Отметим, что разработанная программа реализации СИУ дает возможность исследовать также напряженно-деформированное состояние конструктивных элементов и при воздействии механических усилий.

Литература

1. Бреббия К. и др. Методы граничных элементов. – М: Мир, 1987. -524с.
2. Хвисевич В.М. К решению плоской краевой задачи квазистационарной термоупругости для внешней и многосвязной областей на основе теории потенциала //Теоретическая и прикладная механика: Межведомственный сборник научно-методических статей /Под. Ред. П.А. Витязя, М.С. Высоцкого: -Мн.: Изд-во БНТУ, 2007.-Выпуск 21.-С.67-71.