

УДК 5.1.-.8

ГЕНЕРАЦИЯ СУДОКУ И ОЦЕНКА КОЛИЧЕСТВА РЕШАЕМЫХ СУДОКУ**Митьковец А.А., Савчик П.А.***Белорусский государственный университет информатики
и радиозлектроники, г. Минск**Научный руководитель: Борисенко О.Ф., к.ф.-м.н., доцент*

Судoku – математическая головоломка с числами. В нашей работе рассматривается классическая версия судoku. Игровое поле представляет собой квадрат размером 9x9 клеток, разделённый на меньшие квадраты со стороной в 3 клетки. Цель игры – заполнить пустые ячейки так, чтобы каждый ряд, столбик и квадрат 3x3 содержали цифры от 1 до 9 по одному разу.

Постановка задачи:

- Создать алгоритм (а также программу на его основе), генерирующий незаполненное поле судoku с заданным количеством изначально указанных чисел. Реализовать создание заполненного поля на основании венгерского алгоритма, создание маски для удаления при помощи «банковской последовательности».

- Оценить количество всех незаполненных полей судoku, имеющих решение.

Работа состоит из нескольких частей. Краткое описание каждой из них:

1. Генерация заполненного поля судoku.

Для создания судoku по нашему алгоритму необходимо иметь полностью заполненное (по правилам судoku) поле (рис.1, а). Генерация основывается на применении венгерского метода. Поле судoku заполняется построчно. Задача о заполнении строки рассматривается как задача о назначениях, матрица стоимостей изменяется с учётом уже заполненных строк.

2. Генерация масок.

Маска представляет собой матрицу 9x9, состоящую из 0 и 1 (рис.1, б). Служит для удаления чисел из заполненного поля судoku. Алгоритм составления маски основывается на использовании «банковской последовательности» [1]. Каждая маска имеет свой номер, что позволяет последовательно перебрать все возможные маски.

Составление масок случайным образом имеет недостаток – при генерации выборки мы не можем быть уверены, что не получим множество похожих друг на друга масок. «Банковская последовательность» дает нам возможность сделать выборку из n-го количества действительно различных масок, что необходимо при вычислении количества всех возможных незаполненных полей судoku (п. 4).

3. Получение незаполненного судoku.

Реализуется путём совмещения маски и сгенерированного заполненного поля. (рис.1, в)

0 в маске означает, что соответствующая клетка в заполненном поле становится пустой, 1 – что число в соответствующей клетке не убирается.

4. Вычисление количества всех возможных незаполненных полей судoku.

Мы применяли 1000 масок с одинаковым количеством нулей к различным заполненным полям. Затем повторяли действие, постепенно увеличивая количество нулей в масках до 60. При этом было замечено, что доля судoku с одним решением убывает схожим образом для разных полей (рис. 2).

Имея такой график для одного заполненного поля, а также зная общее количество масок, можем получить среднее количество всех возможных судoku, приводящих к данному заполненному полю.

А зная общее количество всех заполненных полей [2], можем получить количество всех возможных незаполненных sudoku вообще.

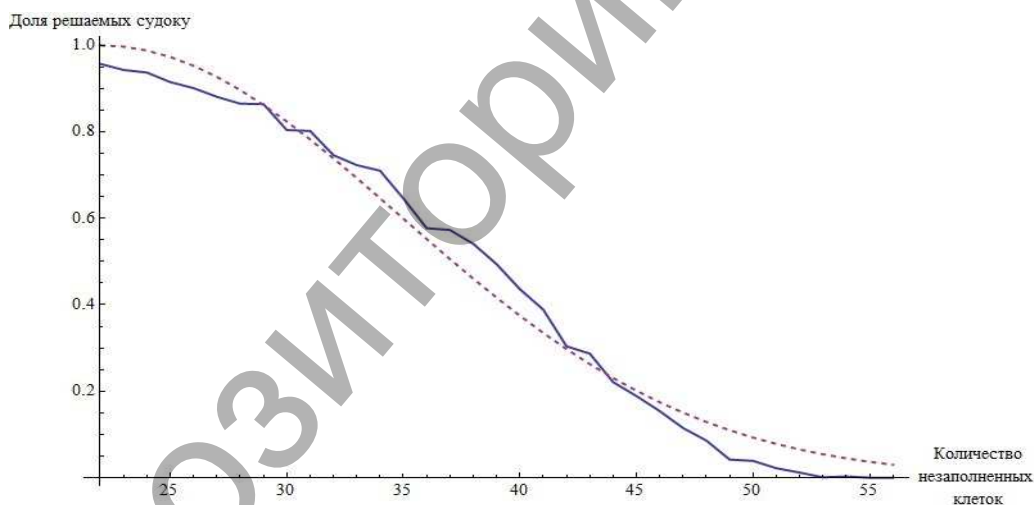
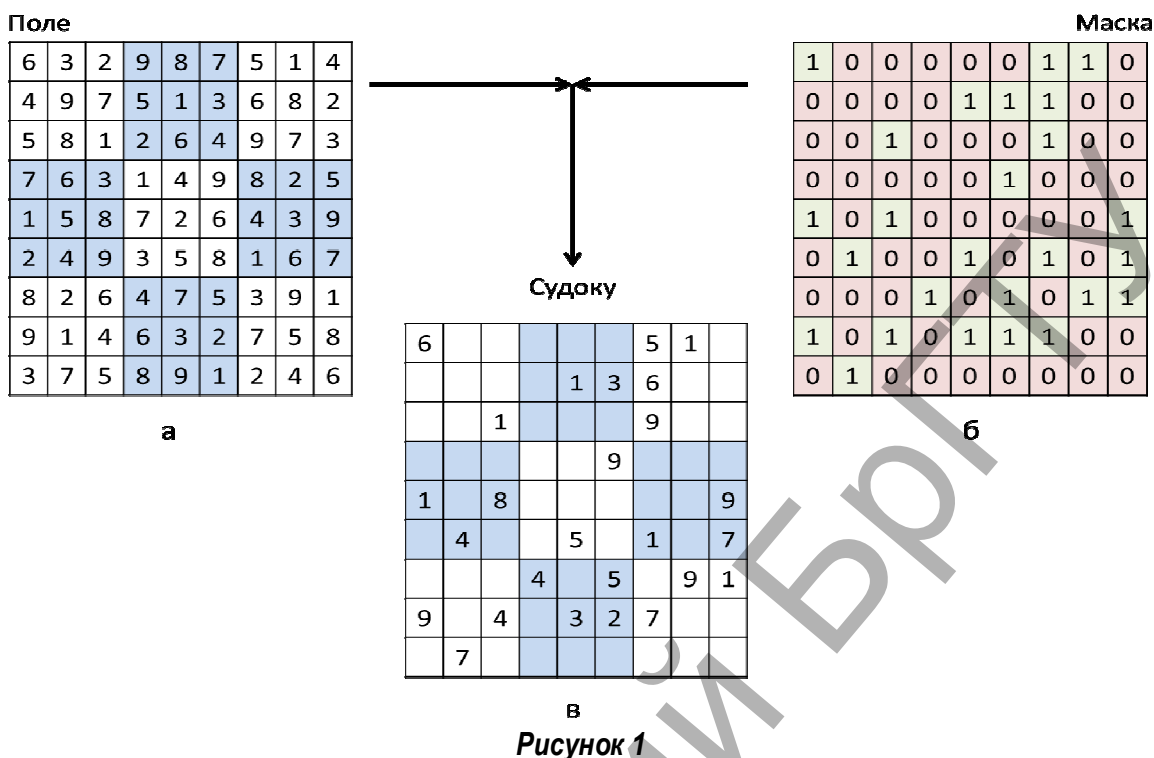


Рисунок 2 – Сплошной график: уменьшение отношения решаемых sudoku к нерешаемым с уменьшением начальных чисел с 60 до 25 чисел (60 – 35) для одного заполненного поля. Штриховой график: функция $y = e^{-x^2/330}$.

В результате работы получено:

1. Алгоритм генерации любого заполненного поля sudoku из множества всех возможных полей.
2. Алгоритм генерации всех возможных масок (с нумерацией).
3. Алгоритм генерации sudoku с заданным количеством изначально указанных чисел.
4. Среднее количество всех возможных незаполненных sudoku.

Список цитированных источников

1. Loughry, J. Efficiently Enumerating the Subsets of a Set / J. Loughry, J.I. van Hemert, L. Schoofs [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.applied-math.org/subset.pdf>
2. Russell, E. Sudoku enumeration: the symmetry group / E. Russell, F. Jarvis [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku/sudgroup.html>