

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КОНТАКТНОЙ ЗОНЕ БАЛОЧНОЙ ПЛИТЫ НА НЕОДНОРОДНОМ УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

О.В. Козунова¹, А.Г. Пусенков²

*¹кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник ПКО, доцент кафедры
«Архитектура и строительство» ПГС,*

УО «Белорусский государственный университет транспорта», Гомель.

Докторант БНТУ, доцент кафедры «Математические методы в строительстве» ФТК,

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

e-mail: kozunova@gmail.com

² магистр, аспирант кафедры «Архитектура и строительство» ПГС,

УО «Белорусский государственный университет транспорта».

Главный инженер завода КПД ОАО «Гомельский ДСК», Гомель, Беларусь

e-mail: pusenkov_a@mail.ru

Аннотация. Расчет упругого основания и балочной плиты с учетом касательных напряжений в общем виде является чрезвычайно сложной биконтактной задачей.

Взаимодействие балочной плиты и упругого основания с учетом касательных напряжений в зоне контактного взаимодействия по сути является разновидностью контактных задач теории упругости, решение которой возможно в нелинейной постановке при работе упругих сред в зоне небольших упруго-пластических деформаций, то есть с учетом физической нелинейности.

Учет нелинейности деформирования балочной плиты позволяет увеличить, как правило, допустимую нагрузку на плиту за счет перераспределения и уменьшения максимальных значений усилий, но при этом обнаруживается резкое возрастание неравномерности осадок. Данные нелинейного расчета позволяют выполнить достоверную оценку работы конструкции по предельным состояниям эксплуатационной пригодности.

Для решения рассматриваемой задачи авторами применяется вариационно-разностный метод (ВРМ), который реализуется в перемещениях через конечно-разностные соотношения теории упругости при использовании в решении функционала полной потенциальной энергии деформации системы, состоящей из плиты, упругого основания и зоны контактного взаимодействия.

Предлагаемая методика статического расчета позволяет определить внутренние усилия в балочной плите и осадки упругого основания под плитой с учетом касательных напряжений в контактной зоне, достаточно полно исследовать эту зону взаимодействия балочной плиты с упругим основанием, а также получить полную картину влияния касательных напряжений на напряженно-деформированное состояние упругого основания. Численная реализация ВРМ производится методом конечных разностей в вариационной постановке в программном пакете Mathematica.

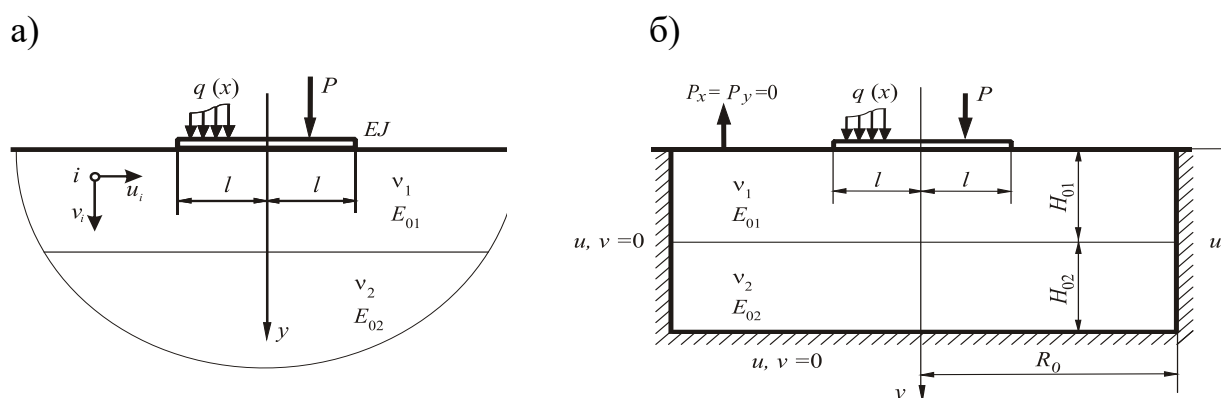
Ключевые слова: балочная плита, упругое основание, неоднородное основание, слоистость упругого основания, касательные напряжения, контактная зона.

Keywords: beam slab, elastic foundation, heterogeneous foundation, layering of the elastic foundation, shear stresses, contact zone.

Введение. Из-за разнообразия конструктивных решений балочных плит и грунтовых условий в настоящее время нет возможности дать строгое решение пространственной задачи. В связи с этим допускают использование приближенного решения, согласно которому влияние жесткости балочной плиты и реактивных касательных напряжений на расчетные величины плитного фундамента определяют строго в плоской постановке. Затем результаты такого расчета используют для приблизительной оценки влияния указанных факторов на результаты расчетов по действительной пространственной схеме, выполненных по существующим методам без учета этих факторов [1].

Взаимодействие балочной плиты и упругого основания ленточного фундамента с учетом касательных напряжений в зоне контактного взаимодействия по сути является разновидностью одной из контактных задач теории упругости [2], решение которой возможно в нелинейной постановке при работе упругих сред в зоне малых упруго-пластических деформаций по А.А. Ильюшину.

Постановка задачи. Граничные условия. Балочная плита ленточных фундамента мелкого заложения находится на упругом неоднородном (двухслойном) основании глубиной (толщиной) H с приложенной внешней нагрузкой $q(x)$ (рис.1а). Параметры плиты: высота h , ширина $2l$, изгибная жесткость EJ , жесткость на растяжение EA .



а) параметры плиты и упругого основания;
 б) расчетная область. Граничные условия задачи.
Рисунок 1 – Балочная плита на двухслойном основании

Для расчета балочных плит на упругом основании с учетом касательных напряжений в контактной зоне вводим следующие гипотезы и допущения:

1. гипотезы и допущения теории упругости, которые справедливы для рассматриваемой области упругого основания;
2. гипотезы плоского изгиба балки (плиты), справедливые для балочной плиты;
3. допущение о том, что при моделировании контактной зоны между балочной плитой и основанием могут возникать и растягивающие, и сжимающие напряжения. Кроме того, при моделировании учитываются силы трения, как и касательные напряжения в зоне контактного взаимодействия.

Рассматриваемая контактная задача замыкается кинематическими и статическими граничными условиями.

Кинематические граничные условия реализуются на границе принятой расчетной области и в контактной зоне (см. рисунок 1б), а именно:

1. на границе принятой расчетной области перемещения в направлении осей X и Y принимаются равными нулю $u=0$ и $v=0$;
2. в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты.

Статические граничные условия.

На рисунке 1б отражены статические граничные условия в усилиях вне контактной зоны, а именно $P_x = P_y = 0$.

Для крайних точек k балочной плиты вводятся статические граничные условия (см. формулу 2.29 [3])

$$Q^{(k)} \Big|_{x=\pm l} = -EJ \frac{d^3 y_k}{dx^3} = 0; \quad M^{(k)} \Big|_{x=\pm l} = -EJ \frac{d^2 y_k}{dx^2} = 0, \quad (1)$$

из условия свободного опирания балочной плиты на упругое полупространство.

Алгоритм решения нелинейной задачи ВРМ. Для решения рассматриваемой задачи авторами применяется вариационно-разностный метод (ВРМ) [4], который реализуется в перемещениях через конечно-разностные соотношения теории упругости (плоская деформация) при использовании в решении функционала полной потенциальной энергии деформации системы, состоящей из энергии изгиба плиты, энергии деформации упругого основания с учетом продольных сил в зоне контактного взаимодействия и работы внешней нагрузки.

Основание аппроксимируется разбивочной сеткой конечных размеров с постоянным шагом по осям (рис. 2).

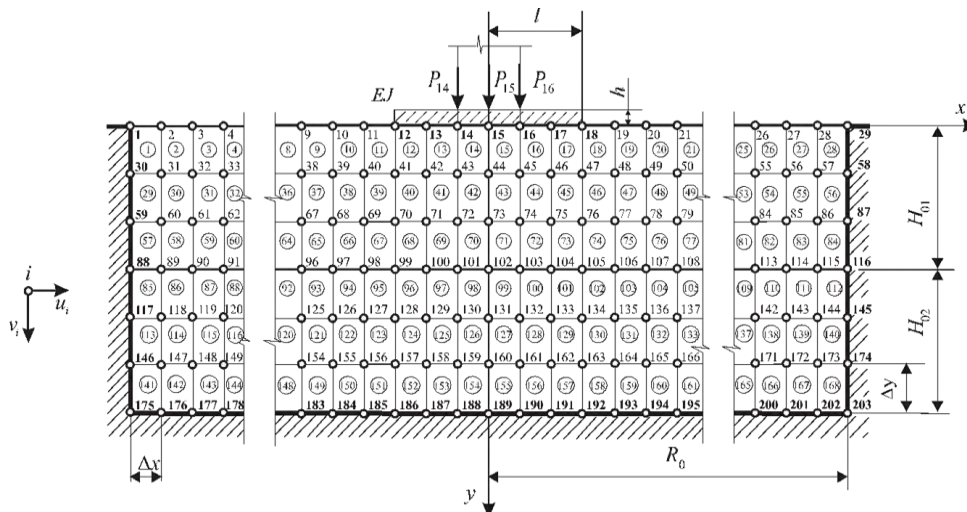


Рисунок 2 – Разбивочная сетка расчетной области

За неизвестные принимаем: $u_i(x, y)$, $v_i(x, y)$ – компоненты вектора перемещения i -той узловой точки основания, направленные вдоль осей X и Y соответственно; $p_y^{(i)}(x, y)$ – реактивные давления в зоне контакта балочной плиты с основанием.

Решение краевой задачи строится в перемещениях и реализуется методом конечных разностей, то есть заменой дифференциальных уравнений конечно-разностными соотношениями.

Рассматривается прямоугольная ячейка метода конечных разностей (рис.3)

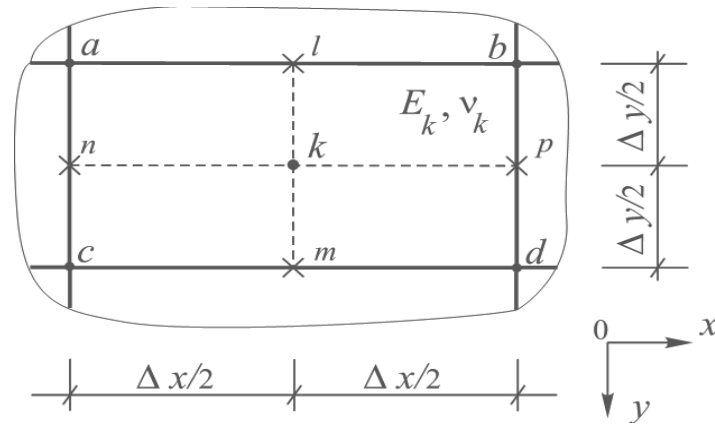


Рисунок 3 – Прямоугольная ячейка метода конечных разностей

Соотношение Коши в выражениях деформаций в точке k [3]

$$\varepsilon_x^{(k)} = \frac{\partial u_k}{\partial x} = \left(\frac{u_b + u_d}{2} - \frac{u_a + u_c}{2} \right) \cdot \frac{1}{\Delta x} = \frac{u_b + u_d - u_a - u_c}{2\Delta x};$$

$$\varepsilon_y^{(k)} = \frac{\partial v_k}{\partial y} = \left(\frac{v_c + v_d}{2} - \frac{v_a + v_b}{2} \right) \cdot \frac{1}{\Delta y} = \frac{v_c + v_d - v_a - v_b}{2\Delta y}; \quad (2)$$

$$\gamma_{xy}^{(k)} = \frac{\partial u_k}{\partial y} + \frac{\partial v_k}{\partial x} = \left(\frac{u_c + u_d}{2} - \frac{u_a + u_b}{2} \right) \cdot \frac{1}{\Delta y} + \left(\frac{v_b + v_d}{2} - \frac{v_a + v_c}{2} \right) \cdot \frac{1}{\Delta x} =$$

$$= \frac{u_c + u_d - u_a - u_b}{2\Delta y} + \frac{v_b + v_d - v_a - v_c}{2\Delta x}. \quad (3)$$

Энергия деформаций прямоугольной ячейки [3]

$$U_{i,j}^{(k)} = \frac{E_k}{2(1+\nu_k)} \left[\frac{\nu_k}{1-2\nu_k} (\varepsilon_x^{(k)} + \varepsilon_y^{(k)})^2 + (\varepsilon_x^{(k)})^2 + (\varepsilon_y^{(k)})^2 + \frac{1}{2} (\gamma_{xy}^{(k)})^2 \right] \Delta x \Delta y. \quad (4)$$

Величина полной потенциальной энергии балочной плиты на упругом основании \mathcal{E} состоит из энергии изгиба плиты U , энергии деформации упругого основания A с учетом энергии продольных деформаций (сцепления) в контактной зоне плиты с основанием U_t и работы внешней нагрузки Π :

$$\mathcal{E} = U + A + \Pi. \quad (5)$$

Хотелось бы отметить, что при составлении соотношения полной энергии деформации упругого основания A в формуле (5), авторами был выполнен учет касательных напряжений в контактной зоне в дополнительном слагаемом: энергия продольных деформаций в контактной зоне плиты с основанием, то есть

$$A = U_f + U_t, \quad (6)$$

где U_f – энергия деформации упругого основания (плоская деформация) [3]; U_t – энергия продольных деформаций (сцепления) в контактной зоне плиты с основанием.

Энергия деформаций упругого основания

$$\begin{aligned} U_f = & \sum_{j=1}^{MY-1} \left(\sum_{i=1}^{NX-1} U_{i,j}^{(k)} \right) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{MY-1} \left(\sum_{i=1}^{NX-1} \left[\frac{E_k}{1+\nu_k} \cdot \left[\frac{\nu_k}{1-2\nu_k} \cdot \left(\frac{1}{2\Delta x} (u_b + u_d - u_a - u_c) + \right. \right. \right. \right. \right. \\ & + \frac{1}{2\Delta y} \cdot (v_c + v_d - v_a - v_b) \left. \left. \left. \left. \right)^2 + \left(\frac{1}{2\Delta x} \cdot (u_b + u_d - u_a - u_c) \right)^2 + \left(\frac{1}{2\Delta y} \cdot (v_c + v_d - v_a - v_b) \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \left. \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\Delta y} \cdot (u_c + u_d - u_a - u_b) + \frac{1}{2\Delta x} \cdot (v_b + v_d - v_a - v_c) \right)^2 \right] \Delta x \Delta y \right] \right) \right) \end{aligned} \quad (7)$$

где NX – число узлов по оси X ; и MY – число узлов по оси Y .

Энергия продольных деформаций (сцепления) в контактной зоне плиты с основанием

$$U_t = \sum_{i=I+1}^{K1-1} EA_{i=I+1} \cdot \left(\frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} \right)^2 \Delta x. \quad (8)$$

Энергия изгиба балочной литы

$$U = \frac{\Delta x}{2} \sum_{i=I+1}^{K1-1} EJ_{i=I+1} \cdot \left(\frac{v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}}{\Delta x^2} \right)^2 \quad (9)$$

Потенциал внешней нагрузки

$$\Pi = - \sum_{i=I+1}^{K1-1} q_i(x) v_i \Delta x \quad (10)$$

При составлении функционала энергии деформаций упругого основания (5) не учитывается работа сил собственного веса упругого основания. Дело в том, что силы собственного веса упругого основания уравновешены начальным напряженным состоянием уже в упругом основании, а работа самоуравновешенной системы сил на малых возможных перемещениях равна нулю. Это означает, что при поиске полного напряженного состояния рассматриваемой задачи необ-

ходимо на полученное решение наложить напряженное состояние от сил собственного веса основания.

Так как в состоянии статического равновесия функционал полной энергии \mathcal{E} должен иметь минимум, то неизвестные перемещения $u_i(x)$, $v_i(y)$ найдем из условия обращения в нуль производных от полной энергии по каждому из перемещений, то есть

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial v_i} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial u_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (11)$$

где N – число узловых точек основания.

В результате получается система дифференциальных уравнений, порядок которой равен $2N$, то есть числу неизвестных перемещений.

Вначале решается задача в линейной постановке. По вычисленным значениям перемещений i -той узловой точки $u_i(x, y)$, $v_i(x, y)$, используя геометрические уравнения Коши и конечно-разностные соотношения (2, 3), определяется интенсивность деформаций и интенсивность напряжений в центрах ячеек (см. формулы теории упругости).

Имея значения напряжений и перемещений, полученных в результате решения задачи в первом приближении, определяется *касательный или секущий модули деформации* для каждой ячейки и задача решается во втором и последующих приближениях, с учетом изгибной жесткости балочной плиты.

Итерационный процесс заканчивается, как только разница между последующим и предыдущим приближением исследуемой функции будет соответствовать требуемой точности решения задачи.

Заключение. Предложенная авторами методика расчета системы балочной плиты с неоднородным упругим основанием вариационно-разностным методом с использованием конечно-разностных уравнений полной потенциальной энергии, позволяет определить внутренние усилия в балочной плите и осадки упругого основания под плитой, более полно исследовать эту зону биконтактного взаимодействия с учетом касательных напряжений.

Учет физической нелинейности при деформировании балочной плиты на упругом основании позволяет увеличить, как правило, допустимую нагрузку на плиту за счет перераспределения и уменьшения максимальных значений усилий, но при этом обнаруживается резкое возрастание неравномерности осадок. Результаты нелинейного расчета позволяют выполнить достоверную оценку работы конструкции по предельным состояниям эксплуатационной пригодности.

Список цитированных источников

1 . Руководство по проектированию плитных фундаментов каркасных зданий и сооружений башенного типа. Разработано к СНиП II-15-74. – М. : Стройиздат., 1984. – 265 с.

2 . Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности: уч. для строит. спец. вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – 2-е изд., испр. – М. : Высш. шк., 2002. – 400 с.

3 . Козунова, О. В. Статический анализ системы "балочная плита — нелинейно-упругое неоднородное основание" вариационно-разностным методом: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: специальность 05.23.17 Строительная механика / Козунова О.В., Минск – 2017 – 168 с.

4 . Козунова, О. В. Особенности проектирования плитных фундаментов на многослойных основаниях со слабыми слоями грунтов / О. В. Козунова // Рекомендации по проектированию и устройству рациональных фундаментов на основаниях, сложенных озерно-ледниковыми и лессовидными грунтами : Р 5.01.056.09 : введ. 01.10.09. – Минск : Стройтехнорм, 2009. – Гл. 8. – С. 39–47.

5 . Босаков, С. В. Статические расчеты плит на упругом основании / С. В. Босаков. – Минск: БНТУ, 2002. – 127 с.

6 . Горбунов-Посадов, М. И. Расчет конструкций на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. – М. : Стройиздат, 1984. – 631 с.

7 . Федоровский, В. Г. Жесткий штамп на нелинейно-деформируемом связанном основании (плоская задача) / В. Г. Федоровский, С. Е. Кагановская // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1975. – № 1. – С. 41–44.

УДК 624.154

ИССЛЕДОВАНИЕ И ОПЫТ ВНЕДРЕНИЯ ИННОВАЦИОННЫХ СВАЙ В ВЫТРАМБОВАННЫХ СКВАЖИНАХ НА ПРИМЕРЕ 9-ТИ ЭТАЖНЫХ ЗДАНИЙ В Г. МОГИЛЕВЕ

В. Н. Кравцов¹, Т. В. Новик²

*¹ К.т.н., доцент, ведущий научный сотрудник РУП «Институт БелНИИС», доцент кафедры «Геотехника и строительная механика» БНТУ, Минск, Беларусь,
e-mail: f3@belniis.by*

*² Заведующий научно-исследовательским отделом оснований и фундаментов, заведующий лабораторией геотехники РУП «Институт БелНИИС», Минск, Беларусь,
e-mail: f204@belniis.by*

Реферат

В статье приведены результаты технико-экономических и технологических исследований ресурсосберегающих инновационных набивных свай в вытрамбованных скважинах и сравнительный анализ их эффективности в соответствии с типовыми забивными сваями и плитным ленточным фундаментом (эталон) для 9-ти этажных жилых домов, возводимых на песчаном основании в г. Могилеве по результатам верификации (натурных испытаний) в построенных условиях. Выполнен технико-экономический анализ для рассматриваемых условий строительства.