УДК 624.072

СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РЕГУЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК И ПЛИТ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ МАТЕРИАЛА КОНСТРУКЦИЙ

К. А. Сирош

Магистр технических наук, аспирант, младший научный сотрудник
УО «Белорусский государственный университет транспорта», Гомель, Беларусь,
e-mail : kris.sirosh@mail.ru

Реферат

Рассматривается бесконечная регулярная система железобетонных балок и плит на упругом основании. В качестве упругого основания принято однослойное изотропное искусственное основание – как упругий слой, ограниченный по толщине и жестко соединенный с недеформируемым основанием.

Упругое основание заменяется расчетной областью, которая аппроксимируется симметричной объемной разбивочной сеткой с постоянными шагами в осях XYZ, состоящая из объемных кубических ячеек. При решении поставленной задачи в перемещениях энергия деформации подсчитывается для каждой ячейки расчетной области, после чего интегрируется по всему объему упругого основания. Для жестких оснований (таких как железобетон), толщина упругого слоя не влияет на напряженно-деформированное состояние (НДС) бесконечной регулярной системы железобетонных балок или плит, что показано ранее в работах автора и подтверждает гипотезы жестких оснований.

Статический нелинейный расчет бесконечной регулярной системы балок и плит на упругом основании на пространственную нагрузку выполняется итерационным алгоритмом вариационно-разностного метода (ВРМ), который является численно-аналитическим методом расчета строительных конструкций. Для этого метода характерна замена дифференциальных уравнений конечно-разностными аппроксимациями, используя метод конечных разностей. Также стоит отметить, ВРМ приближен к реальным условиям работы системы «фундамент – основание».

Организуется итерационный алгоритм, при котором на каждой итерации по зависимости «жесткость – кривизна» уточняется изгибная жесткость на каждом участке железобетонной балки или плиты. Алгоритм приводимого решения численно реализуется при использовании программного пакета компьютерной алгебры MATHEMATICA.

Ключевые слова: бесконечная регулярная система железобетонных балок, бесконечная регулярная система железобетонных плит, вариационно-разностный метод, упругое основание, упругий слой, контактная зона, прогибы, осадки основания, контактные напряжения, внутренние усилия.

STATIC CALCULATION OF A REGULAR SYSTEM OF REINFORCED CONCRETE BEAMS AND SLABS ON AN ELASTIC BASE TAKING INTO ACCOUNT THE PHYSICAL NONLINEARITY OF THE STRUCTURAL MATERIAL

K. A. Sirosh

Abstract

An infinite regular system of reinforced concrete beams and slabs on an elastic base is considered. As an elastic base, a single-layer isotropic artificial base is accepted – as an elastic layer, limited in thickness and rigidly connected to a non-deformable base.

The elastic base is replaced by a computational domain, which is approximated by a symmetric volumetric center grid with constant steps in the XYZ axes, consisting of volumetric cubic cells. When solving the problem in displacements, the deformation energy is calculated for each cell of the computational domain, after which it is integrated over the entire volume of the elastic base. For rigid bases (such as reinforced concrete), the thickness of the elastic layer does not affect the stress-strain state (VAT) of an infinite regular system of reinforced concrete beams or slabs, which was shown earlier in the author's works and confirms the hypotheses of rigid bases.

Static nonlinear calculation of an infinite regular system of beams and plates on an elastic base on a spatial load is performed by an iterative algorithm of the variation-difference method (VRM), which is a numerically analytical method for calculating building structures. This method is characterized by the replacement of differential equations by finite-difference approximations using the finite difference method. It is also worth noting that the VRM is close to the real operating conditions of the foundation – foundation system.

An iterative algorithm is organized in which, at each iteration, the bending stiffness on each section of a reinforced concrete beam or slab is specified according to the "stiffness – curvature" relationship. The algorithm of the given solution is numerically implemented using the MATHEMATICA computer algebra software package.

Keywords: infinite regular system of reinforced concrete beams, infinite regular system of reinforced concrete slabs, variation-difference method, elastic base, elastic layer, contact zone, deflections, precipitation of the base, contact stresses, internal forces.

Введение

В виду сложности решения контактных задач, особенно для изгибаемых конструкций, научная литература по применению вариационных методов для решения контактных задач теории упругости скудна. Решение задач контактного взаимодействия для изгибаемых конструкций на упругом основании методами теории упругости [1] и строительной механики [2] получило свое развитие в работах С.В. Босакова, С.Д. Семенюка, О.В. Козуновой [3-8], в которых учитывалась неоднородность (слоистость) упругого основания, его физическая нелинейность, ползучесть бетона и прочие усложняющие параметры контактирующих тел.

В расчетах на упругом основании системы перекрестных балок принимается, что такая регулярная система представляет собой совокупность жестко соединенных между собой ортогональных стержней, расположенных на упругом основании, с осями в одной плоскости, совпадающей с одной из главных осей инерции балок.

Что же касается вопроса расчета регулярной системы железобетонных плит на упругом основании *с учетом анизотропии, и в частности ортотропии, и их трещинообразования* в силу неоднозначности и неопределенности исходных данных неоднородных упругих тел, и как следствие значительной математической сложности реализации постановок и алгоритмов решаемых задач, до настоящего времени не исследованы в полной мере. Известны работы М.И. Горбунова-Посадова [9], С.Д. Семенюка [10], С.Н. Клепикова [11], С.В. Босакова [5], в которых различными подходами проведены исследования по расчету фундаментных изотропных плит и пространственных монолитных фундаментов, как системы перекрестных лент на упругом основании.

В расчетах регулярной системы справедливы приведенные ниже гипотезы и допущения:

– на расчетную область упругого основания распространяются гипотезы и допущения теории упругости [1, 2, 12];

– в контактной зоне возникают сжимающие и растягивающие напряжения, также отсутствуют силы трения;

– распределение нормальных реактивных давлений по ширине плиты считается постоянным [9];

– для плиты справедливы гипотезы и допущения плоского изгиба [2].

Постановка задачи

Рассматриваются регулярные системы железобетонных балок и плит на упругом основании, которые разбиваются в силу симметрии на соединенные между собой базовые фрагменты свободно опирающихся на упругое основание (рисунок 1, 2).

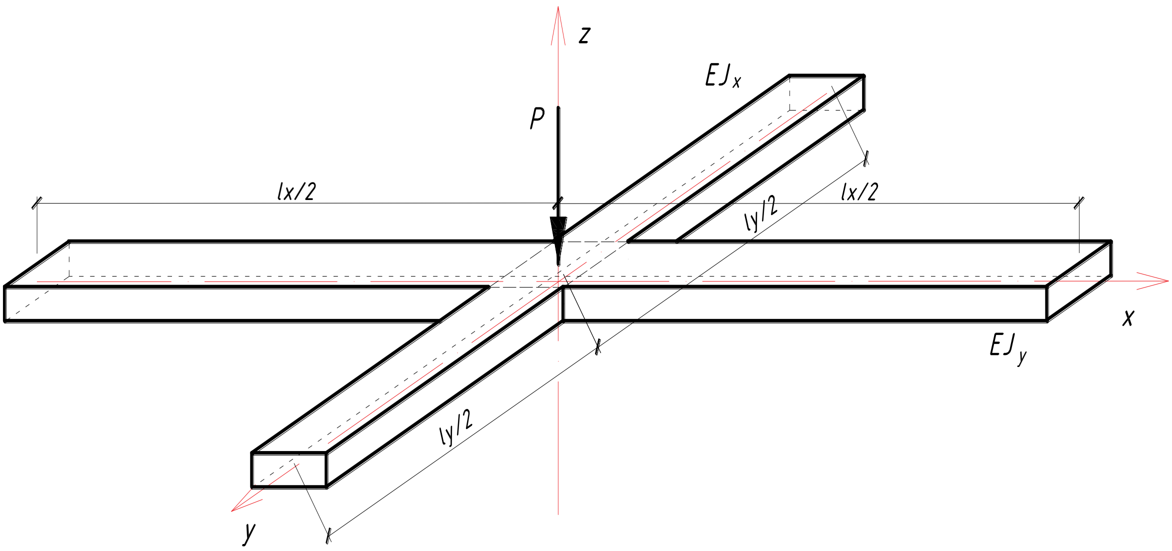

Рисунок 1. – Фрагмент крестообразного пересечения железобетонных балок регулярной системы балок на упругом основании

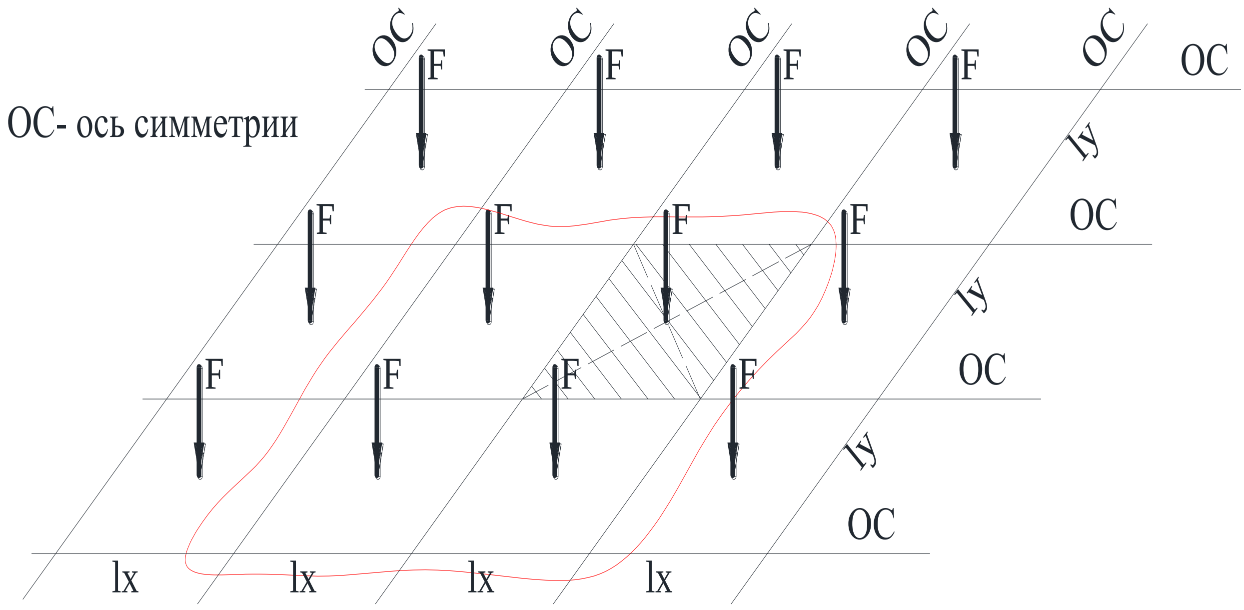

Рисунок 2. – Регулярная система железобетонных плит под действием симметричной нагрузки

Линейные размеры конструкций обозначены как *lx, ly*. Поперечные сечения балок и плит принимаются постоянными. Внешняя нагрузка действует перпендикулярно и симметрично плоскости осей системы конструкции.

Алгоритм расчета регулярной системы железобетонных балок и плит

При решении пространственной задачи упругое основание заменяется расчетной областью, состоящей из ячеек и узловых точек, что достигается путем аппроксимации основания симметричной объемной разбивочной сеткой. Шаг сетки в осях: Δx, Δy, Δz. Каждая объемная ячейка расчетной области являет собой куб с размерами граней Δx, Δy, Δz [13].

Согласно вариационному принципу Лагранжа [1] при нагружении конструкции (плиты, балки) на упругом основании статической нагрузкой ее полная потенциальная энергия принимает минимальное значение в состоянии равновесия. Величина полной потенциальной энергии конструкции (балки, плиты) *Э* состоит из: энергии деформации конструкции Ω, энергии деформации упругого основания *U*, работы внешней нагрузки *П*

$$Э = U + \Omega + П. \tag{1}$$

В поставленных задачах удельная энергия деформации считается для каждой ячейки через конечно-разностные аппроксимации, а после по объему упругого основания суммируется [13, 14].

После замены интегро-дифференциальных выражений функционалов энергий конечно-разностными аппроксимациями система дифференциальных уравнений преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений. Решение СЛАУ позволяет найти неизвестные компоненты вектора $u_i(x,y,z)$, $v_i(x,y,z)$, $w_i(x,y,z)$. Система линейных алгебраических уравнений представлена в общем виде

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Э}{\partial v_i} = 0, \\ \dfrac{\partial Э}{\partial u_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, ..., N, \\ \dfrac{\partial Э}{\partial w_i} = 0. \end{cases} \tag{2}$$

где N − число узловых точек параллелепипеда.

Расчет регулярной системы железобетонных балок

Поперечные сечения железобетонных балок регулярной системы принимаются равными и постоянными по своей длине. Действующая внешняя нагрузка приложена в точке пересечения балок и перпендикулярна плоскости, в которой лежит регулярная система железобетонных балок.

В работе [8] приведена формула функционала полной потенциальной энергии, с учетом энергии деформации физически нелинейного и неоднородного упругого основания. Функционал энергии деформации в единице объема упругого основания [12] справедливо имеет вид:

$$U_f = \frac{E \cdot \mu}{2(1+\mu)(1-2\mu)}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)^2 + \frac{E}{2(1+\mu)}(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2) + \frac{E}{4(1+\mu)}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{xz}^2), \tag{3}$$

где E, μ– упругие постоянные упругого основания.

Тогда полная энергия деформации упругого основания будет иметь вид

$$U = \int_z \int_y \int_x U_f \, dxdydz = \int_v U_f \, dv. \tag{4}$$

где dv – элемент объема упругого основания.

При выведении выражения функционала энергии деформаций для упругого основания работа сил собственного веса упругого основания не учитывается, поскольку силы собственного веса основания уже уравновешены начальным напряженным состоянием в упругом основании, а работа самоуравновешенной системы сил на возможных малых перемещениях равняется нулю. Из чего следует, что при поиске полного напряженного состояния для регулярной системы железобетонных балок необходимо наложить на полученное решение напряженное состояние от сил собственного веса основания.

Энергия изгиба двух перекрестных балок регулярной системы определяется по следующей формуле

$$\Omega = \Omega x + \Omega y = \frac{EJx}{2} \int_{-\ell x}^{\ell x} \left(\frac{d^2 w}{d x^2} \right)^2 d x + \frac{EJy}{2} \int_{-\ell y}^{\ell y} \left(\frac{d^2 w}{d y^2} \right)^2 d y, \tag{5}$$

где EJ_x, EJ_y – изгибные жесткости балок.

Энергию деформаций конструкции обычно отождествляют с энергией изгиба конструкции, пренебрегая деформациями сдвига [2,7]. Это вполне оправдано для рассматриваемой регулярной системы перекрестных балок.

Потенциал внешней нагрузки, действующей в точке пересечения балок, определяется как

$$\Pi = -\left(\int_{-lx}^{lx} q(x)\,w(x)\,dx + \int_{-ly}^{ly} q(y)\,w(y)\,dy\right). \tag{6}$$

Внутренние усилия железобетонных балок регулярной системы через формулы аппроксимации производных, приведенные в работе [15, с.91], в конечно-разностном представлении имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
M^{(k)} &= -EJ_{y\ i=I_1+1}\frac{w_{i-1}-2w_i+w_{i+1}}{\Delta x^2},\\
M^{(k')} &= -EJ_{x\ i'=I_1+1}\frac{w_{i'-1}-2w_{i'}+w_{i'+1}}{\Delta y^2},\\
Q^{(k)} &= -EJ_{y\ i=I_1+1}\frac{-w_{i-2}+2w_{i-1}-2w_{i+1}+w_{i+2}}{2\Delta x^3}-P_i,\\
Q^{(k')} &= -EJ_{x\ i'=I_1+1}\frac{-w_{i'-2}+2w_{i'-1}-2w_{i'+1}+w_{i'+2}}{2\Delta y^3}-P_{i'},
\end{aligned} \tag{7}$$

где P_i – сосредоточенная сила, действующая на балку;

$EJ_{x\ i'=I1+1}$, $EJ_{y\ i=I1+1}$ – изгибная жесткость балки;

I_1 – номер узла начала балки.

Расчет регулярной системы железобетонных плит

В [16] рассмотрено упругое равновесие плоской однородной анизотропной пластинки постоянной толщины, закрепленной по всему краю (или по его части) и деформируемой изгибающей нагрузкой, распределенной по плоским поверхностям и нормальной к срединной поверхности в недеформированном ее состоянии. За плоскость изгиба (плоскость *XY*) принимается срединная плоскость недеформированной пластинки. Поместив начало координат в произвольной точке *O*, ось *Z* направляется в сторону ненагруженной внешней поверхности и в силу симметрии поставленных задач в дальнейшем является одной из главных осей, а точка *O* совпадает с центром тяжести плиты. Объемными силами моно пренебречь [17].

По сделанному предположению относительно упругих свойств для ортотропной пластинки считаются справедливыми уравнения обобщенного закона Гука в виде (2.7) и (2.8) из [16].

Энергию деформации конструкции обычно отождествляют с энергией изгиба конструкции (деформации сдвига пренебрегаются). Учет кручения ортотропной плиты в плоскости XOY возможен через потенциальную энергию деформаций ортотропной пластинки (плиты) по Лехницкому [16]

$$\Omega = V = \frac{1}{2}\iint\left[D_x\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + 2D_x\nu_y\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_y\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 + 4D_k\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2\right]dxdy, \tag{8}$$

где D_x, D_y – цилиндрические жесткости изгиба ортотропной пластинки вокруг осей *Y* и *X* соответственно, которые совпадают с главными осями;

$D_k(D_{xy})$ – жесткость кручения пластинки.

Цилиндрические жесткости изгиба ортотропной плиты имеют вид [16]

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12\left(1-\nu_x \nu_y\right)}, \quad D_y = \frac{E_y h^3}{12\left(1-\nu_x \nu_y\right)}, \tag{9}$$

где E_x, E_y, ν_x, ν_y – главные модули упругости и коэффициенты Пуассона материала плиты.

В расчетах учитывается жесткость кручения плиты, для определения которой применима формула из монографии С.П. Тимошенко [18]

$$D_k = D_{xy} = \frac{\nu_x + \nu_y}{2}\sqrt{D_x \cdot D_y}, \tag{10}$$

где D_x, D_y – цилиндрические жесткости, определяются по формулам (10).

Для определения изгибающих и крутящего моментов ортотропной изолированной плиты справедливы следующие соотношения [17]

$$\begin{gathered} M_x = -D_x\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right), \\ M_y = -D_y\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right), \\ M_k = -2D_k \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{gathered} \tag{11}$$

При определении *энергии деформации упругого основания* на основании закона сохранения энергии ее заменяют работой реактивных давлений в контактной зоне конструкции [19]. Если пренебрегать реактивными касательными усилиями в контактной зоне, то энергия деформации упругого основания для плиты определяется [7] как:

$$U = \frac{1}{2}\iint\limits_S p(x,y)w(x,y)dxdy; \tag{12}$$

где $p(x,y)$ – реактивные давления в контактной зоне конструкции.

Работа внешней нагрузки $q(x,y)$ для прямоугольной плиты определяется по формуле [7]

$$\Pi = -\iint\limits_S q(x,y)w(x,y)dxdy. \tag{13}$$

Следует отметить, в формулах (12), (13) интегрирование производится по области S контакта конструкции (плиты) с упругим основанием.

Зависимость «жесткость-кривизна». Для железобетонных конструкций (балок и плит) с возможным трещинообразованием ТНПА в статических расчетах рекомендует использовать приведенный модуль упругости (деформации) для нахождения соответствующих переменных жесткостей. Алгоритм такого расчета дан в работе [19], в которой нелинейный расчет железобетонных балок базируется на зависимости «жесткость-кривизна» по В.И. Соломину [20], взаимосвязанной с диаграммой «момент-кривизна» через переменную (секущую) жесткость

$$\mathrm{tg}\beta_i = B_i = \frac{M_k}{\chi_k}, \tag{14}$$

где B_i – переменная (секущая) жесткость при изгибе конструкции (балки, плиты) в i-том состоянии, которая представляет собой тангенс угла наклона секущей к оси кривизны, проведенной к точке К диаграммы «момент – кривизна».

Использование зависимости «жесткость-кривизна» помогает сократить промежуточные вычисления, также эта зависимость легче аппроксимируется, чем зависимость «момент-кривизна» [19].

Контактная поверхность конструкции с упругим основанием разбивается на равные прямоугольные участки и определяются перемещения центра каждого участка от единичной силы, равномерно распределенной по площади каждого выделенного участка (см. рисунок 5). Таким образом, образуется матрица податливости упругого основания, из которой в дальнейшем будет получена матрица жесткости упругого основания [19].

Организуется итерационный алгоритм, при котором на каждой итерации по зависимости «жесткость – кривизна» уточняется изгибная жесткость на каждом участке железобетонной балки или плиты.

Заключение

Рассмотрена бесконечная регулярная система железобетонных балок и плит на упругом основании. Статический нелинейный расчет выполняется итерационным алгоритмом вариационно-разностного метода (ВРМ).

Предложена методика и последовательность итерационного расчета вариационно-разностным методом регулярной системы железобетонных балок и железобетонных плит на упругом основании, моделируемом упругим слоем конечной толщины, жестко соединенным с недеформируемым основанием.

Организуется итерационный алгоритм, при котором на каждой итерации по зависимости «жесткость – кривизна» уточняется изгибная жесткость на каждом выделенном участке железобетонной балки или плиты. Зависимость «жесткость – кривизна» позволяет в перспективе сократить объем вычислений.

Построен и реализован алгоритм упругого расчета с учетом линейной работы материала конструкций, составлена программа с использованием компьютерного пакета MATHEMATICA, проведена ее апробация.

Список цитированных источников

1. Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М. : Высшая школа, 1990. – 400 с.

2. Ржаницын, Р.А. Строительная механика / Р.А. Ржаницын. – М., Высшая школа, 1991. – 439с.

3. Босаков, С. В. Расчет системы перекрестных балок на двухслойном основании / С. В. Босаков, Я. Д. Семенюк // Вестник БПУ. Серия: Строительство и архитектура. – 2000. – № 1. – С. 14–16.

4. Босаков, С. В. Расчет железобетонных пространственных фундаментов, как системы перекрестных балок, на упругом основании с учетом ползучести бетона / С. В. Босаков, С. Д. Семенюк // Вестник БГТУ. Серия: Строительство и архитектура. – 2001. – № 1. – С. 13–16.

5. Босаков, С. В. Статические расчеты плит на упругом основании / С. В. Босаков. – Минск: БНТУ, 2002. – 127 с.

6. Семенюк, С. Д. Железобетонные и пространственные фундаменты жилых и гражданских зданий на неравномерно деформированном основании / С. Д. Семенюк. – Могилёв : Белорусско–Российский университет, 2003. – 269 с.

7. Босаков, С. В. Метод Ритца в контактных задачах теории упругости: монография / С. В. Босаков. – Брест : БрГТУ, 2006. – 107 с.

8. Босаков, С. В. Вариационно-разностный подход в решении контактной задачи для нелинейно упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета (Часть 1) / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. − 2009. − № 1. – С. 5−13.

9. Горбунов-Посадов, М.И. Расчет конструкций на упругом основании / М.И. Горбунов-Посадов, Т.А. Маликова, В.И. Соломин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1984. – 680 с.

10. Семенюк, С.Д. Железобетонные пространственные фундаменты жилых и гражданских зданий на неравномерно-деформируемом основании / С.Д. Семенюк −Могилев, БРУ, 2003.– 269 с.

11. Клепиков, С.Н. Расчет конструкций на упругом основании / С.Н. Клепиков. – Киев: Будівельник, 1967. – 184 с.

12. Тимошенко, С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гульдер. – М. : Наука,1974. – 560 с.

13. Козунова, О. В. Расчет бесконечной системы перекрестных балок на упругом основании вариационно-разностным методом / О. В. Козунова, К. А. Сирош // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F. Строительство. Прикладные науки. 2021. – С. 65-71.

14. Козунова, О. В. Нелинейный расчет регулярной системы железобетонных балок на упругом основании на симметричную нагрузку / О. В. Козунова, К. А. Сирош // Механика. Исследования и инновации: международный сборник научных трудов / БелГУТ. – Гомель, 2021. – Вып. 14. – С. 97-104.

15. Ильин, В. П. Численные методы решения задач строительной механики : справочное пособие / В.П.Ильин, В.В.Карпов, А.М.Масленников. – Минск : Вышэйшая школа, 1990. – 346 с.

16. Лехницкий, С. Г. Анизотропные пластинки / С. Г. Лехницкий. М.: Госуд. изд-во технико-теор. лит-ры, 1957. 387 с.

17. Козунова О.В. Совершенствование методики расчета гибких ортотропных плит на упругом основании. Часть 1. Теория расчета. / О.В. Козунова // Наука и техника. – 2022. – 21(3). – С. 211-221. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2022-21-3-211-221

18. Тимошенко, С.П. Пластины и оболочки/ С.П. Тимошенко, С.Войновский-Кригер М., Фитматгиз, 1963.– 536 с.

19. Козунова, О.В. Нелинейный расчет железобетонной балки на упругом основании с помощью зависимости «жесткость-кривизна» / О.В. Козунова/ НТЖ: Строительная механика и расчет сооружений. М. − №1– 2022 − с.37-46. DOI: 10.37538/0039-2383.2022.1.37.46

20. Соломин, В.И. Методы расчета и оптимальное проектирование железобетонных фундаментных конструкций // В.И. Соломин, С.Б. Шматков/ М., Стройиздат −1986. −208с.

References

1. Alexandrov, A.V. Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity / A.V. Alexandrov, V. D. Potapov. – M. : Higher School, 1990. – 400 p.

2. Rzhanitsyn, R.A. Construction mechanics / R.A. Rzhanitsyn. – M., Higher School, 1991. – 439 p.

3. Bosakov, S. V. Calculation of a system of cross beams on a two-layer base / S. V. Bosakov, Ya. D. Semenyuk // Bulletin of BPU. Series: Construction and Architecture. - 2000. – No. 1. – pp. 14-16.

4. Bosakov, S. V. Calculation of reinforced concrete spatial foundations as a system of cross beams on an elastic base taking into account the creep of concrete / S. V. Bosakov, S. D. Semenyuk // Bulletin of BSTU. Series: Construction and Architecture. - 2001. – No. 1. – pp. 13-16.

5. Bosakov, S. V. Static calculations of plates on an elastic base / S. V. Bosakov. – Minsk: BNTU, 2002. – 127 p.

6. Semenyuk, S. D. Reinforced concrete and spatial foundations of residential and civil buildings on an unevenly deformed base / S. D. Semenyuk. – Mogi-lev : Belarusian–Russian University, 2003. – 269 p.

7. Bosakov, S. V. The Ritz method in contact problems of elasticity theory: monograph / S. V. Bosakov. – Brest: BrSTU, 2006. - 107 p.

8. Bosakov, S. V. Variational-difference approach in solving the contact problem for a non-linearly elastic inhomogeneous base. Flat deformation. Theory of calculation (Part 1) / S. V. Bosakov, O. V. Kozunova // Bulletin of BNTU. − 2009. − No. 1. – pp. 5-13.

9. Gorbunov-Posadov, M.I. Calculation of structures on an elastic base / M.I. Gorbunov-Posadov, T.A. Malikova, V.I. Solomin. – 3rd ed., reprint. and additional – M.: Stroyizdat, 1984. – 680 p.

10. Semenyuk, S.D. Reinforced concrete spatial foundations of residential and civil buildings on an unevenly deformable base / S.D. Semenyuk −Mogilev, BRU, 2003.– 269 p.

11. Klepikov, S.N. Calculation of structures on an elastic base / S.N. Klepikov. – Kiev: Budivelnik, 1967. – 184 p.

12. Timoshenko, S. P. Theory of elasticity / S. P. Timoshenko, J. Gulder. – M. : Nauka, 1974. – 560 p.

13. Kozunova, O. V. Calculation of an infinite system of cross beams on an elastic basis by the variational-difference method / O. V. Kozunova, K. A. Sirosh // Bulletin of the Polotsk State University. Series F. Construction. Applied sciences. 2021. – pp. 65-71.

14. Kozunova, O. V. Nonlinear calculation of a regular system of reinforced concrete beams on an elastic base for a symmetrical load / O. V. Kozunova, K. A. Sirosh // Mecha-nika. Research and Innovation: International collection of scientific papers / Bel-GUT. – Gomel, 2021. – Vol. 14. – pp. 97-104.

15. Ilyin, V. P. Numerical methods for solving problems of structural mechanics : a reference manual / V.P.Ilyin, V.V.Karpov, A.M.Maslennikov. – Minsk : Higher School, 1990. – 346 p.

16. Lehnitsky, S. G. Anisotropic plates / S. G. Lehnitsky. M.: Gosud. publishing house of tech-niko-theor. lit-ry, 1957. 387 p.

17. Kozunova O.B. Improving the methodology for calculating flexible orthotropic plates on an elastic base. Part 1. Theory of calculation. / O.V. Kozunova // Science and Technology. – 2022. – 21(3). – Pp. 211-221. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2022-21-3-211-221

18. Timoshenko, S.P. Plates and shells/ S.P. Timoshenko, S.Voinovsky-Krieger M., Fitmatgiz, 1963. – 536 p.

19. Kozunova O.V. Nonlinear calculation of a reinforced concrete beam on an elastic base using the “stiffness–curvature” relationship. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. 2022. no. 1. pp. 37–46.

20. Solomin, V.I. Calculation methods and optimal design of reinforced concrete foundation structures // V.I. Solomin, S.B. Shmatkov/ M., Stroyizdat –1986. – 208 p.

УДК 378.4(476-25).096:69

ПРЕПОДАВАНИЕ ОЦЕНКИ НЕДВИЖИМОСТИ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНЫХ КАДРОВ СТРОИТЕЛЬНОЙ ОТРАСЛИ

Н. Ю. Трифонов

К. ф.-м. н., доцент, почётный оценщик Республики Казахстан, действительный член МИА, иностранный член РИА, доцент кафедры экономики торговли и услуг
УО «Белорусский государственный экономический университет», Минск, Беларусь,
e-mail: n.trifonov@bntu.by

Реферат

Статья презентует учебное пособие автора «Комплексная оценка недвижимости», выпущенное издательством «Вышэйшая школа» в третьем квартале 2022 года. Развёрнутую рецензию на пособие давала кафедра экономики и организации строительства БрГТУ.

В пособии представлены основы изучения оценки недвижимости: общие представления (объекты и цели оценки, виды стоимости, принципы оценки недвижимости), регулирование оценочной деятельности (законодательство, стандартизация, саморегулирование), принятое в стране и в мире, теория стоимости денег во времени (финансовые множители и их приложение к оценке, включая анализ неравномерных потоков платежей, сравнение активов по совокупной стоимости, расчёт обесценивания и учёт его при капитализации, расчёт финансовых рисков и др.), элементы теории погрешностей и математической статистики, согласование подходов к оценке недвижимости. Материал содержит последние достижения науки об оценке стоимости, адаптирован к вычислениям в пакете Microsoft Excel, сопровождается многочисленными примерами.

Пособие предназначено для лекционных, практических и лабораторных занятий студентов УВО при обучении на 1-й и 2-й ступенях по строительным и экономическим специальностям, а также на курсах повышения квалификации.

Ключевые слова: оценка стоимости, объект недвижимости, учреждение высшего образования, рынок недвижимости, финансовая математика.