

4. Makhnist, L. Some Methods of Adaptive Multilayer Neural Network Training / L. Makhnist, N. Maniakov // International Journal of Computing. – 2004. – Vol. 3. – P. 99–106.

5. Makhnist, L. Convergence Analysis of Neural Networks Training Based on steepest Descent Method / L. Makhnist, A. Doudkin, V. Golovko // Pattern Recognition and Information Processing (PRIP'2007) : Proceedings of the Ninth International Conference, Minsk, Republic of Belarus, 22–24 May 2007 : in 2 vol. – Minsk, 2007. – Vol. 1. – P. 285–289.

6. Гладкий, И. И. О выборе шага обучения искусственных нейронных сетей прямого распространения / И. И. Гладкий, Л. П. Махнист, В. С. Рубанов // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов VIII Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 18 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. А. Козинского. – Брест : БрГУ, 2019. – С. 121–122.

7. Махнист, Л. П. О сходимости алгоритмов обучения искусственных нейронных сетей / Л. П. Махнист, А. В. Санюкевич, В. П. Черненко // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов VIII Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 18 окт. 2019 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. А. Козинского. – Брест : БрГУ, 2019. – С. 133–135.

8. Махнист, Л. П. Оценки скорости сходимости и выбор шага обучения искусственных нейронных сетей прямого распространения / Л. П. Махнист, В. А. Головки, И. И. Гладкий // Вестн. Брест. гос. техн. ун-та. Сер.: Физика, математика, информатика. – 2019. – № 5. – С. 27–35.

9. Махнист, Л. П. Использование алгоритмов обучения однослойной сети для многослойных нейронных сетей прямого распространения / Л. П. Махнист, В. А. Головки, И. И. Гладкий // Вестн. Брест. гос. техн. ун-та. Сер.: Физика, математика, информатика. – 2020. – № 5. – С. 32–37.

УДК 004.942:519.218

Л. П. МАХНИСТ, Е. Н. ЗАЩУК, И. И. ГЛАДКИЙ
Брест, БрГТУ

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ГИДРОЛОГИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ

Рассматривается стохастическая модель многолетних колебаний речного стока, которую можно записать в виде системы дифференциальных уравнений с граничными условиями (например, в [1] и [2]):

$$\frac{d^2\theta_k}{d\xi^2} - \xi \frac{d\theta_k}{d\xi} = -k\theta_{k-1}, \text{ при } \frac{d\theta_k}{d\xi}(\infty) = 0, \theta_k(\xi)|_{\xi=\xi_k} = 0 \quad (\theta_0 = 1, k \in N). \quad (1)$$

Решения системы $\theta_k(\xi)$ дают оценки начальных моментов k -го порядка распределения вероятностей модели процесса многолетних колебаний речного стока [3].

В [1] получено решение уравнения системы (1) при $k=1$ в виде степенного ряда, а в [3] приведены асимптотические оценки этого решения. В [2] и [4] получено решение системы при $k=1, 2$, представленное в виде степенных рядов. Исследована сходимость этих решений в [5] и [6].

Предлагается для решения системы (1) использовать систему компьютерной алгебры *Mathematica*.

Тогда, используя *Mathematica*, решение первого дифференциального уравнения системы (1) при соответствующих граничных условиях в аналитическом виде можно записать в виде:

$$\theta_1(\xi) = S_1(\xi) - S_1(\xi_*) , S_1(\xi) = \frac{\pi}{2} \operatorname{erfi}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}}\right) - \frac{\xi^2}{2} {}_2F_2\left(1, 1; \frac{3}{2}, 2; \frac{\xi^2}{2}\right),$$

где $\operatorname{erfi}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n+1}}{n!(2n+1)}$ – мнимая функция ошибок, ${}_2F_2\left(1, 1; \frac{3}{2}, 2; \frac{\xi^2}{2}\right)$ – значение обобщенной гипергеометрической функции вида ${}_2F_2(a, b; c, d; x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(a)_n (b)_n x^n}{(c)_n (d)_n n!}$, $a(p)_n = \prod_{k=1}^n (p+k-1)$ – Похгаммера символ.

Т. к. $\operatorname{erfi}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\xi^{2n+1}}{(2n)!(2n+1)}$ и ${}_2F_2\left(1, 1; \frac{3}{2}, 2; \frac{\xi^2}{2}\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\xi^{2n}}{(2n+1)!(n+1)}$, то решение уравнения системы (1) при $k=1$ можно записать в виде знакопередающегося ряда: $S_1(\xi) = \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\{k/2\}} \frac{(-1)^{k-1} \xi^k}{(k-1)!k}$, где $\{t\}$ – дробная часть числа t .

Аналогично получим и решение $\theta_2(\xi)$ для оценки дисперсии рассматриваемой модели (например, [6]).

Данный подход к решению системы (1) можно предложить к использованию для оценки коэффициентов асимметрии и эксцесса распределения вероятностей модели многолетних колебаний речного стока [7].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волчек, А. А. О решении одной стохастической модели многолетних колебаний речного стока / А. А. Волчек, И. И. Гладкий, Л. П. Махнист //

Вестн. Брест. гос. техн. ун-та. Сер. Физика, математика, информатика. – 2008. – № 5. – С. 83–87.

2. Волчек, А. А. О решении системы дифференциальных уравнений, одной из моделей многолетних колебаний речного стока / А. А. Волчек, Л. П. Махнист, В. С. Рубанов // Вестн. Брэцк. ун-та. Сер. 4, Фізіка. Матэматыка. – 2010. – № 1. – С. 68–77.

3. Волчек, А. А. Об асимптотическом поведении параметра одного из распределений вероятностей речного стока / А. А. Волчек, Л. П. Махнист, В. С. Рубанов // Проблемы водоснабжения, водоотведения и энергосбережения в западном регионе Республики Беларусь : сб. материалов междунар. науч.-техн. конф., Брест, 22–23 апр. 2010 г. / Брест. гос. техн. ун-т ; редкол.: С. В. Басов [и др.]. – Брест, 2010. – С. 45–49.

4. Волчек, А. А. О параметрах распределения вероятностей диффузионной модели стохастической гидрологии / А. А. Волчек, И. И. Гладкий, Л. П. Махнист // Вестн. Брест. гос. техн. ун-та. Сер.: Физика, математика, информатика. – 2010. – № 5. – С. 48–53.

5. О сходимости решения диффузионной модели стохастической гидрологии / А. А. Волчек [и др.] // Вестн. Брест. гос. техн. ун-та. Сер.: Физика, математика, информатика. – 2011. – № 5. – С. 69–73.

6. Волчек, А. А. О моментах распределения вероятностей модели диффузионного типа в практике гидрологии / А. А. Волчек, И. И. Гладкий, Л. П. Махнист // Математика и ее приложения : межвуз. сб. науч. тр. / Ассоц. математиков вузов северо-запада ; под ред. Д. П. Голоскокова, А. Р. Шкадовой. – СПб. : СПГУВК, 2011. – Вып. 3. – С. 139–148.

7. Махнист, Л. П. Применение систем компьютерной алгебры для решения модели стохастической гидрологии / Л. П. Махнист, Е. Н. Зашук, И. И. Гладкий // Математические и физические методы исследований: научный и методический аспекты : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 22–23 апр. 2021 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Н. Н. Сендера. – Брест : БрГУ, 2021. – С. 96–98.