

УДК 556.5

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТАТИСТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ НА ПРИМЕРЕ МИНИМАЛЬНОГО СТОКА р. ПРИПЯТЬ

А. А. Волчек, С. И. Парфомук, С. В. Сидак

Брестский государственный технический университет, г. Брест, Республика Беларусь

Исследованы данные о минимальных летне-осенних расходах воды р. Припять в створе г. Мозырь. На их основе построены кривые обеспеченности, сглаживание и экстраполяция которых проведена двумя типами распределений – трехпараметрическим гамма-распределением и распределением Вейбулла. Оба эти распределения удовлетворительно сглаживают эмпирические данные. Незначительное преимущество имеет распределение Вейбулла.

Введение

Учитывая происходящее в последние десятилетия потепление климата и большую вероятность дальнейшего продолжения этой тенденции в ближайшее время, первоочередной задачей является проблема оценки изменений речного стока, тем более, что обеспечение эффективного и безопасного использования водных ресурсов требует надежного определения параметров, характеризующих режим речного стока [1]. Для предотвращения экологических проблем особое внимание уделяется расчетам характеристик минимального стока. Надежные данные о минимальном стоке рек требуются при проектировании хозяйственно-бытового и промышленного водоснабжения, развитии орошения и др.

Не стоит забывать и о воздействии антропогенных факторах, влияющих непосредственно на величину минимальных расходов в виде изъятий, сбросов и регулирования стока, а также косвенно в виде хозяйственной деятельности на реках. Как показывают исследования и анализ характеристик минимального стока по данным некоторых гидропостов, расположенных в верховьях р. Припять, значительное влияние на формирование меженного стока рек этого района имеет хозяйственная деятельность человека. В связи с интенсивным развитием в последние годы в бассейне Припяти сельского хозяйства, увеличением количества животноводческих комплексов, внесением на поля большого количества минеральных удобрений, сопровождающимся их выносом в реки, встает проблема охраны природных вод. Традиционно также использование речных вод для водопотребления. На Припяти к городам, потребляющим большой объем воды, относятся Пинск и Мозырь. Соответственно, очень маловодные периоды в результате засух приводят к значительным негативным изменениям гидрологического режима рек и гидрогеологического режима прилегающих территорий, ухудшению характеристик качества воды, трудностям и даже к невозможности водопользования. Эту проблему можно решить только при строгом соблюдении научных рекомендаций и наличии достоверных характеристик гидрологического режима.

Учитывая вышеперечисленные факторы, на сегодняшний день одной из актуальных задач гидрологии является разработка методов расчета характеристик минимального стока при различной длительности наблюдений с учетом влияния про-

исходящих климатических изменений и антропогенной нагрузки. Решение такой задачи должно обязательно включать в себя следующие этапы:

- 1) исследование статистической структуры рядов с определением однородности исходной информации в силу того, что процесс изменения климата и антропогенная нагрузка ставят под сомнение концепцию стационарности многолетних колебаний минимального стока;
- 2) обоснование выбора репрезентативности рядов для расчета параметров кривых распределения;
- 3) выбор теоретической функции распределения;
- 4) оценка качества кривых распределения.

Однако вопрос о выборе теоретической функции распределения для адекватного описания эмпирических кривых распределения вероятностей и оценке ее качества недостаточно исследован, а использование различных функций не дает однозначных результатов.

Как правило, в отечественной гидрологии для описания эмпирических кривых распределения применяют следующие аналитические кривые: кривая Пирсона III типа (биномиальная) и кривая Крицкого-Менкеля (трехпараметрическое гамма-распределение). В зарубежной литературе многие работы по исследованию минимального стока выполнены с применением распределения Вейбулла. Использование этого распределения при расчете экстремальных гидрометеорологических явлений рекомендовано МАГАТЭ, а эффективность его применения подтверждена в работах многих зарубежных авторов (Макмагона, Густарда, Пилона).

С помощью критерия хи-квадрат и критерия Колмогорова-Смирнова можно провести оценку правильности выбора типа теоретической кривой. Однако, как показали расчеты, на результаты такой проверки в целом мало влияют различия в нижней части распределений, которые представляют особый интерес при исследовании минимального стока.

Цель работы – оценка многолетних изменений минимального летне-осеннего суточного стока р. Припять в створе г. Мозырь, проверка этого ряда на однородность, построение эмпирической и теоретической кривой распределения минимальных расходов воды (используя трехпараметрическое распределение и распределение Вейбулла).

Методика и объекты исследования

В качестве исходной гидрологической информации использованы данные наблюдений Республиканского гидрометеорологического центра Мини-

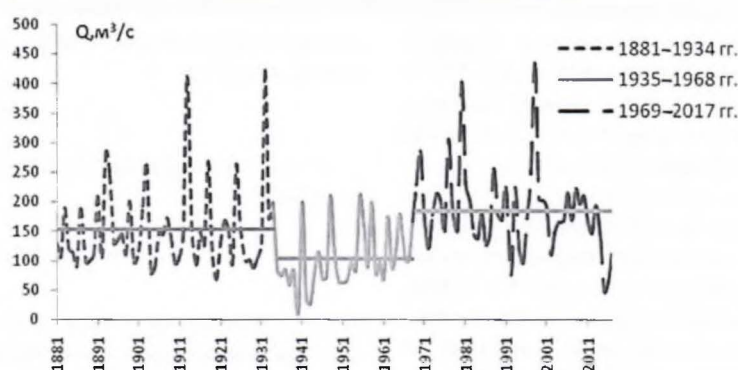


Рисунок 1. – График многолетнего колебания минимального стока р. Припять в створе г. Мозырь за период 1881–2017 гг.

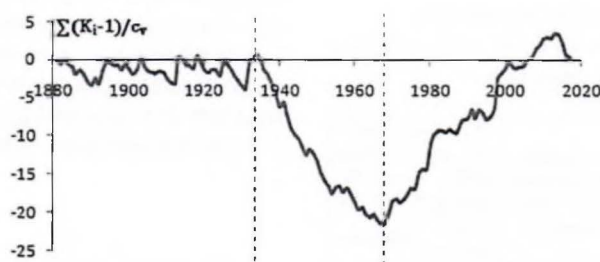


Рисунок 2. – Разностно-интегральная кривая минимальных суточных расходов воды за летне-осенний период (р. Припять – г. Мозырь)

стерства природных ресурсов и охраны окружающей среды Республики Беларусь за минимальными суточными расходами воды р. Припять в створе г. Мозырь в летне-осенний сезон. Период исследования составил 137 лет (с 1881 по 2017 г.). Пропуски в рядах данных были восстановлены с помощью компьютерного программного комплекса «Гидролог» [2, с. 57].

При статистическом анализе временных рядов минимальных расходов воды использованы следующие методы:

для выявления тенденций изменений стока использованы хронологические графики колебаний, разностные интегральные кривые;

для оценки различий в статистических параметрах использованы критерий Стьюдента и критерий Фишера;

для построения аналитических кривых обеспеченности использованы трехпараметрическое гамма-распределение и распределение Вейбулла.

Расчетное значение статистики критерия Стьюдента (t) определяется по формуле:

$$t = \frac{\bar{Q}_1 - \bar{Q}_2}{\sqrt{n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2}} \sqrt{\frac{n_1n_2(n_1 + n_2 + 2)}{n_1 + n_2}}, \quad (1)$$

где $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ – средние значения и дисперсии двух последовательных выборок соответственно; n_1, n_2 – объемы выборок.

Для оценки однородности по критерию Стьюдента необходимо сравнить расчетные значения t , полученные по формуле (1), и критические значения статистики $t_{кр}$ при заданном уровне значимости. Как правило, уровень значимости задается равным

5 %, что равнозначно принятию нулевой гипотезы об однородности временного ряда с вероятностью 95 %. Если $t > t_{кр}$, то гипотеза об однородности для двух частей ряда отклоняется. Соответственно, ряд рассматриваемой гидрологической характеристики признается неоднородным.

Для оценки однородности дисперсий двух последовательных частей ряда использованы значения статистики Фишера F :

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, \text{ при } \sigma_1^2 > \sigma_2^2. \quad (2)$$

Если расчетное значение статистики критерия $F < F_{кр}$ при заданных степенях свободы, то гипотеза об однородности дисперсий принимается при заданном уровне значимости α .

Результаты и их обсуждение

На рисунке 1 приведен хронологический график многолетних колебаний минимальных суточных расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь в летне-осенний период за 1881–2017 гг.

Для анализа многолетней изменчивости исследуемых данных использованы разностно-интегральные кривые (РИК). По результатам анализа РИК выбраны переломные годы, соответствующие смене фазы водности (рисунок 2). Для створа р. Припять – г. Мозырь переломными являются 1934–1935 и 1968–1969 гг.

Ряды минимальных расходов воды проверены на однородность. Результаты расчетов, приведенные в таблице 1, указывают на нарушение однородности рассматриваемого ряда по среднему значению между тремя последовательными периодами и по дисперсии за период 1881–1968 гг. Это позво-

лило выделить три условно однородных периода в рядах минимального летне-осеннего стока: 1881–1934, 1935–1968, 1969–2017 гг. На рисунке 1 показаны средние значения минимального стока по трем выделенным периодам. Характеристики минимального стока как за весь период наблюдений, так и с разбивкой на периоды, приведены в таблице 2.

Если предполагать, что климат значительно изменился в сторону потепления и не вернется в предыдущие состояния, то для построения кривой обеспеченности достаточно использовать данные за период 1969–2017 гг. (последний стационарный участок). Однако нет оснований полагать, что климат не вернется в предыдущее состояние и не изменится

Таблица 1. – Оценка однородности минимального суточного летне-осеннего стока р. Припять – г. Мозырь

Периоды сравнения	Число лет наблюдений	Среднее значение, м ³ /с	Среднее квадратическое отклонение, м ³ /с	Критерии (расчетное значение критерия / критическое значение)	
				Стьюдента	Фишера
1881–1934	54	152,02	73,48	3,39/	1,93/
1935–1968	34	103,29	52,92	2,28	1,90
1935–1968	34	103,29	52,92	5,69/	1,82/
1969–2017	49	184,39	71,48	2,28	1,92

Таблица 2. – Характеристики минимального суточного стока в летне-осеннюю межень (р. Припять – г. Мозырь)

Период наблюдений	Число лет наблюдений	Q _{ср} , м ³ /с	C _v	C _s
1881–2017	137	151,50	0,49	1,35
1881–1934	54	152,02	0,48	2,01
1935–1968	34	103,29	0,51	0,69
1969–2017	49	184,39	0,39	1,29

степень антропогенной нагрузки. По этой причине в случае нарушения однородности рядов стока рекомендуется построение аналитических и эмпирических кривых распределения отдельно для каждой однородной части ряда [3, с. 82]. Для построения кривых обеспеченности минимальных суточных расходов воды р. Припять в створе г. Мозырь использованы данные двух последних условно однородных периодов, соответствующих разным фазам водности: 1935–1968 гг. и 1969–2017 гг. После подбора для каждого участка закона распределения построена суммарная кривая обеспеченности с весами, пропорциональными длинам выборок. В этом случае для плотности распределения $f(Q)$ и кривой обеспеченности $P(Q)$ справедливы следующие формулы:

$$f(Q) = \alpha_1 f_1(Q) + \alpha_2 f_2(Q), \quad (3)$$

$$P(Q) = 1 - \int_0^Q [\alpha_1 f_1(Q) + \alpha_2 f_2(Q)] dQ, \quad (4)$$

где $\alpha_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}$; $\alpha_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$ – весовые коэффициенты; n_1, n_2 – число членов в каждой из двух однородных совокупностей. Весовые коэффициенты можно

задать и другими способами, но необходимо выполнение условия:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1. \quad (5)$$

Расчет эмпирической вероятности выполнен по формуле:

$$P = \frac{m}{n+1} 100 \%, \quad (6)$$

где m – порядковый номер членов ряда минимальных расходов воды, расположенных в убывающем порядке; n – общее число членов ряда.

Сглаживание и экстраполяция кривых обеспеченности проведены с использованием трехпараметрического гамма-распределения и трехпараметрического распределения Вейбулла [4]. Все расчеты сделаны в системе Mathcad.

Плотность трехпараметрического гамма-распределения, функция распределения и теоретическая вероятность превышения определяются по формулам:

$$f(x) = \frac{1}{b\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\Gamma(\alpha+b)}{\Gamma(\alpha)} \right)^{\frac{\alpha}{b}} x^{\frac{\alpha}{b}-1} e^{-\left(\frac{\Gamma(\alpha+b)}{\Gamma(\alpha)} x \right)^{\frac{1}{b}}}, \quad (6)$$

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt, \quad (7)$$

$$P(Q) = 1 - F\left(\frac{Q}{Q}\right), \quad (8)$$

где параметры α и b получены в результате численного решения системы интегральных уравнений [5, с. 5]:

$$\begin{cases} \lambda_2 + \ln\left(\frac{\Gamma(\alpha+b)}{\Gamma(\alpha)}\right) - \frac{b}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} \ln(t) e^{-t} dt = 0 \\ \alpha \lambda_2 - \left(\frac{\Gamma(\alpha+b)}{\Gamma(\alpha)}\right)^{\frac{1}{b}} \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \ln(k_i) k_i^{\frac{1}{b}} \right] + b = 0 \end{cases}, \quad (9)$$

где $k_i = \frac{Q_i}{Q}$ – модульные коэффициенты,

$\lambda_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \ln(k_i)$ – параметр ряда модульных коэффициентов.

Для распределения Вейбулла функция плотности вероятности и функция обеспеченностей имеют вид:

$$f(x) = \left(\frac{b}{a}\right) \left(\frac{x-c}{a}\right)^{(b-1)} \exp\left(-\left(\frac{x-c}{a}\right)^b\right), \quad (10)$$

$$P(Q) = \exp\left(-\left(\frac{Q-c}{a}\right)^b\right), \quad (11)$$

где a – коэффициент масштаба; b – коэффициент формы; c – коэффициент сдвига.

Результаты полученных эмпирических и теоретических кривых представлены на рисунке 3.

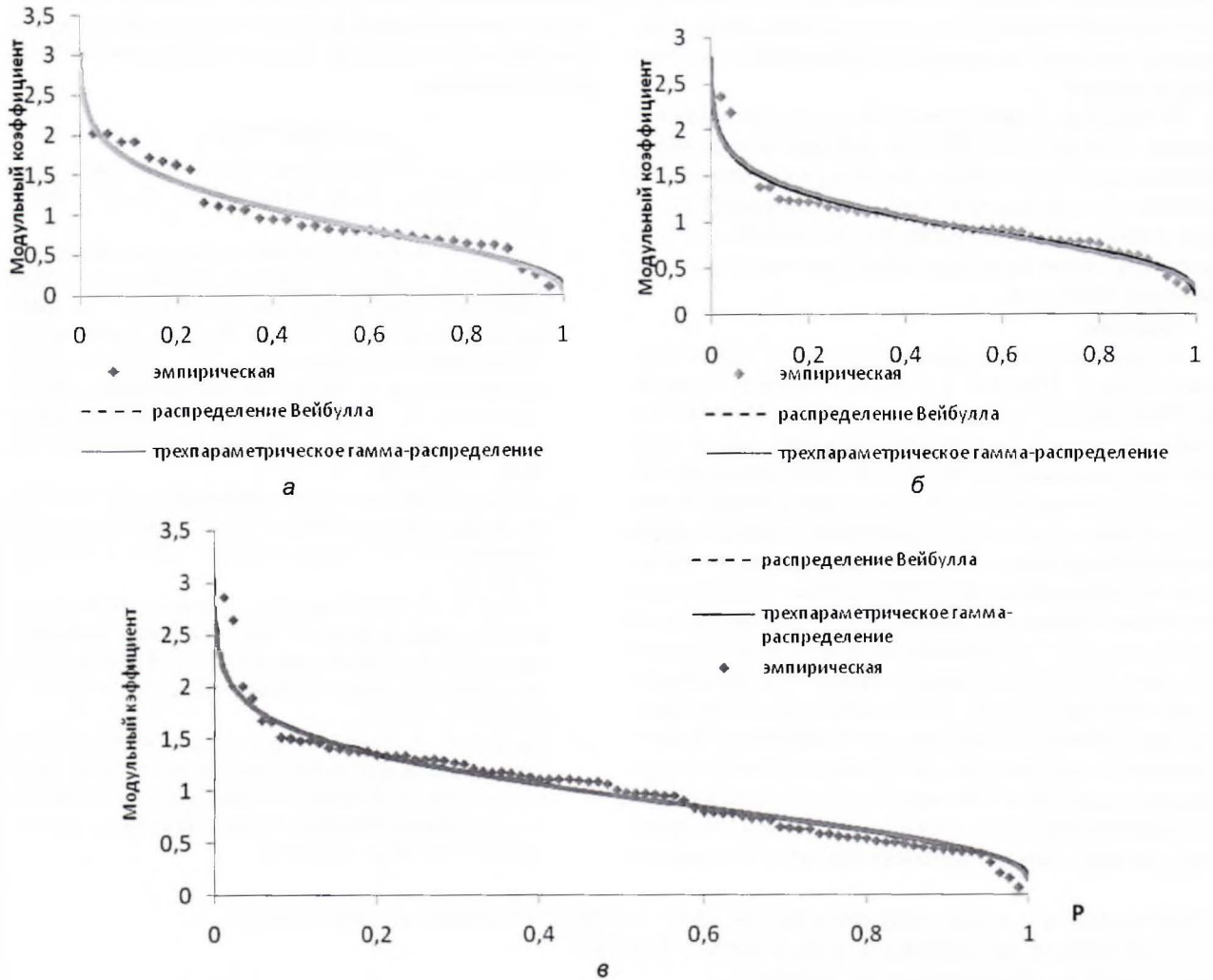


Рисунок 3. – Эмпирические и аналитические кривые обеспеченностей минимальных летне-осенних расходов воды по гидропосту р. Припять – г. Мозырь за различные периоды: 1935–1968 гг. (а), 1969–2017 гг. (б), сумма распределений (в)

Таблица 3. –Значения показателя NSE на разных промежутках ряда

	1935–1968 гг.	
	<i>l</i> = 1 (соответствует обеспеченности 2,8–97,14 %)	<i>l</i> = 27 (соответствует обеспеченности 77,14–97,14 %)
Трехпараметрическое гамма-распределение	0,936	0,732
Распределение Вейбулла	0,938	0,741
	1969–2017 гг.	
	<i>l</i> = 1 (соответствует обеспеченности 2–98 %)	<i>l</i> = 38 (соответствует обеспеченности 76–98 %)
Трехпараметрическое гамма-распределение	0,913	0,799
Распределение Вейбулла	0,921	0,814

При визуальном анализе построенных распределений практически не видно различий между двумя построенными распределениями. Для оценки эффективности построенных кривых применим показатель Нэша-Сатклиффа (NSE), вычисляемый по формуле:

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (k_{emp_i} - k_{th_i})^2}{\sum_{i=1}^n (k_{emp_i} - \overline{k_{emp}})^2}, \quad (12)$$

где k_{emp} ; k_{th} – эмпирический и теоретический модульные коэффициенты, соответствующие оди-

наковой обеспеченности; l – номер члена ряда, с которого начинается оценка эффективности построенной кривой.

В таблице 3 представлены результаты вычисления показателя NSE при разных значениях l . Результаты построенных теоретических кривых на основе трехпараметрического гамма-распределения и распределения Вейбулла отличаются незначительно. Некоторое преимущество имеет распределение Вейбулла.

Выводы

В результате анализа изменений минимального стока р. Припять в створе г. Мозырь за период 1881–2017 г. установлено, что характер его колебаний может рассматриваться как смена трех условно однородных периодов. Для описания нестационарных колебаний стока использована модель в виде суммы распределений, позволяющая аппроксимировать нестационарные распределения. Используемые в исследовании трехпараметрическое гамма-распределение и распределение Вейбулла для построения аналитических кривых обеспеченности хорошо согласуется с эмпирическими точками, однако показатель NSE для распределения Вейбулла несколько превышает аналогичный показатель для трехпараметрического гамма-распределения. Это подтверждает возможность оценки минимального стока рек с помощью выбранного распределения, удовлетворительно сглажива-

ющего эмпирические кривые для получения более близких к фактическим процентилем минимальных расходов воды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волчек, А. А. Минимальный сток рек Беларуси / А. А. Волчек, О. И. Грядунова. – Брест : БрГУ, 2010. – 169 с.
2. Волчек, А. А. Автоматизация гидрологических расчетов / А. А. Волчек // Водохозяйственное строительство и охрана окружающей среды : тр. Международн. научн.-практ. конф. по проблемам водохозяйственного, промышленного и гражданского строительства и экономико-социальных преобразований в условиях рыночных отношений / Брест. политех. ин-т. – Биберах ; Брест ; Ноттингем, 1998. – С. 55–59.
3. Современные изменения минимального стока на реках бассейна р. Волга / М. В. Болгов [и др.] // Метеорология и гидрология. – 2014. – № 3. – С. 75–85.
4. Сикан, А. В. Практические приемы оценки параметров распределения Вейбулла при выполнении гидрологических расчетов / А. В. Сикан // Уч. зап. Рос. гос. гидрометеоролог. ун-та. – 2011. – № 19. – С. 37–46.
5. Наумов, В. А. Результаты статистического анализа региональных гидрологических и климатических рядов / В. А. Наумов // Вестн. науки и образования Северо-Запада России : электрон. журн. – 2016. – Т. 2, № 3. – С. 1–11.

COMPARATIVE ANALYSIS OF STATISTICAL DISTRIBUTIONS ON THE EXAMPLE OF THE MINIMUM RIVER OF THE PRIPYAT RIVER VOLCHAK A., PARFOMUK S., SIDAK S.

The data on the minimum summer-autumn water discharges of the Pripyat River in the Mazyr section are investigated. Based on these data, security curves were constructed, the smoothing and extrapolation of which was carried out by two types of distributions – a three-parameter gamma distribution and a Weibull distribution. Both of these distributions satisfactorily smooth empirical data. Weibull distribution has a slight advantage.