этому с уверенностью можно сказать, что изучение его и использование имеет смысл и перспективы.

Список цитированных источников

1. Krause, J. SharePoint 2010 as a Development Platform / Jorg Krause, Christian Langhirt, Alexander Sterff, Bernd Pehlke, Martin Döring. – United States of America, NY: Apress, 2010. – 1170 p.

УДК 656.2

РЕОПТИМИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ ЭВКЛИДОВЫХ ЗАДАЧ КОММИВОЯЖЕРА МЕТОДОМ ЭЛАСТИЧНЫХ СЕТЕЙ

Кот О.В.
УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», г. Минск
Научный руководитель – Ревотюк М.П., к. т.н, доцент

В классической постановке [1] формальная модель задачи коммивояжера (ЗК) имеет вид:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \;\middle|\; \begin{array}{l} \sum\limits_{i=1}^{n} x_{ij} = \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} = 1;\; x_{ij} \ge 0,\; i,\, j = \overline{1, n}; \\ u_i - v_j + n x_{ij} \le n-1, i = \overline{2, n}, \quad j = \overline{2, n}, \;\; i \ne j \end{array} \right\} \qquad (1)$$

Принадлежность модели ЗК моделям линейного программирования, несмотря на NP-полноту ЗК, порождает мысль о возможности реоптимизации решения после каких-либо изменений матрицы $\left\| c_{ij},\, i,\, j = \overline{1, n} \right\|$ в (1). Проблема реоптимизации также является NP-полной [2]. Возникает потребность в создании эвристических рекуррентных алгоритмов построения нового решения с использованием информации о существующем решении. В настоящей работе рассматривается применение метода эластичных сетей для реоптимизации решения евклидовой ЗК и проводится экспериментальная оценка его эффективности.

В методе эластичных сетей предлагается рассматривать каждый из маршрутов коммивояжера как отображение окружности на плоскость так, что в каждый город на плоскости отображается как некоторая точка этой окружности. При этом требуется, чтобы соседние точки на окружности отображались в точки, по возможности ближайшие и на плоскости. Алгоритм стартует с помещения на плоскость небольшой окружности. Замкнутая линия первоначального кольца, неравномерно расширяясь, проходит практически около всех городов и, в конечном итоге, определяет искомый маршрут.

Каждая точка расширяющегося кольца движется под действием двух сил. Первая перемещает ее в сторону ближайшего города, а вторая смещает в сторону ее соседей на кольце так, чтобы уменьшить его длину. По мере расширения такой эластичной сети каждый город оказывается ассоциированным с определенным участком кольца.

Очевидно, что итерационный характер метода эластичных сетей порождает вопрос правила остановки. Момент остановки влияет на отклонение полученного решения от оптимального. Многими авторами установлено, что для ЗК с 30 городами, метод эластичной сети генерирует наикратчайший маршрут примерно за 1000 итераций. Для 100 городов найденный этим методом маршрут лишь на 1% превосходил оптимальный [2].

Известно, что у любого оптимального решения евклидовой ЗК есть общее свойство: вершины, расположенные на выпуклой оболочке, посещаются в том порядке, в котором они расположены на границе такой оболочки [2]. В ходе работы алгоритма, реализующего метод эластичных сетей, выпуклая оболочка оказывается построенной. Очевидно, что при изменении расположения или добавлении некоторого города нет необходимости заново пересчитывать координаты всех вершин сети, изменяющиеся в ходе каждой итерации.

Новые вершины, оказавшиеся рядом с найденной оболочкой, могут быть часто включены в новый маршрут за значительно меньшее время по сравнению с независимым поиском нового решения. В [2-3] изучен вопрос устойчивости решения при изменениях, вносимых в матрицу расстояний, а в [3] получены необходимые и достаточные условия устойчивости оптимального решения ЗК при изменениях в исходном множестве вершин.

Используя упомянутые условия устойчивости, можно исключить итерации поиска решения. Однако реализация такой идеи нуждается в конструировании вычислительной схемы, связывающей известные эвристики.

Обозначим расстояние между городами с произвольными номерами i и j как $d(i, j) = \left|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j\right|$.

Пусть $\gamma_1,...\gamma_n$ – оптимальный маршрут посещения городов в открытой ЗК, когда фиксированы начальный и конечный города маршрута – γ_1 и γ_n. Для закрытой ЗК вида (1) такими городами могут быть любые смежные города кратчайшего гамильтонова цикла.

В случае добавления нового города с номером $z = n+1$ маршрут $\gamma_1,...\gamma_k, z, \gamma_{k+1},...\gamma_n$ остается оптимальным, если выполняется условие

$$d(\gamma_k, z) + d(z, \gamma_{k+1}) - d(\gamma_k, \gamma_{k+1}) = \min_{i,j}\left\{d(i,z) + d(z,j) - d(i,j),\ i,j \in \overline{1,n}\right\}. \quad (2)$$

Пусть $D_k = d(\gamma_{k-1}, \gamma_{k+1}) - d(\gamma_{k-1}, \gamma_k) - d(\gamma_k, \gamma_{k+1})$. В случае удаления города γ_k из оптимального маршрута $\gamma_1,...\gamma_{k-1}, \gamma_k, \gamma_{k+1},...\gamma_n$, когда $1 < k < n$, маршрут $\gamma_1,...\gamma_{k-1}, \gamma_{k+1},...\gamma_n$ останется оптимальным, если справедливо условие

$$D_k \le \min_j\left\{d(\gamma_1, \gamma_j) - d(\gamma_1, \gamma_k) - d(\gamma_k, \gamma_j),\ j \in \overline{2,n} \setminus k\right\} \quad (3)$$

или условие

$$D_k \le \min_i\left\{d(\gamma_i, \gamma_n) - d(\gamma_i, \gamma_k) - d(\gamma_k, \gamma_n),\ i \in \overline{1,n-1} \setminus k\right\}. \quad (4)$$

Удаление начальных или конечных городов оптимальность остающегося маршрута не меняет.

Очевидно, что изменение положения некоторого города соответствует ситуации его удаления и добавления в новую точку на плоскости.

Вычислительная сложность процедур проверки условий (2)-(4) – $o(n^3)$. Практически проверка таких условий может проводиться путем построения областей устойчивости решения. Если условия (2)-(4) не выполняются, то необходимо провести поиск оптимального или близкого к нему решения.

Для ускоренной оценки истинности (2)-(4) предлагается учесть траекторию движения точек эластичной сети при выполнении итераций. Кроме этого, известен ряд приемов приближенного решения задачи реоптимизации ЗК за полиномиальное время [3]. При добавлении одного нового города хорошие результаты дает эвристика "самой дешевой вставки". Доказано, что полученный результат отличается максимум в полтора раза от оптимального, а такую небольшую разницу многие оценивают как приемлемую. Другие алгоритмы имеют верхнюю границу в 4/3 оптимума, но строго это пока не доказано [3].

При удалении одной вершины предлагается просто склеивать образовавшийся разрыв. Доказано, что полученный результат не более чем в полтора раза отличается от оптимального [3].

Эксперимент по оценке времени реоптимизации решения ЗК после добавления нового города подтвердил полезность реоптимизации (рис. 1).

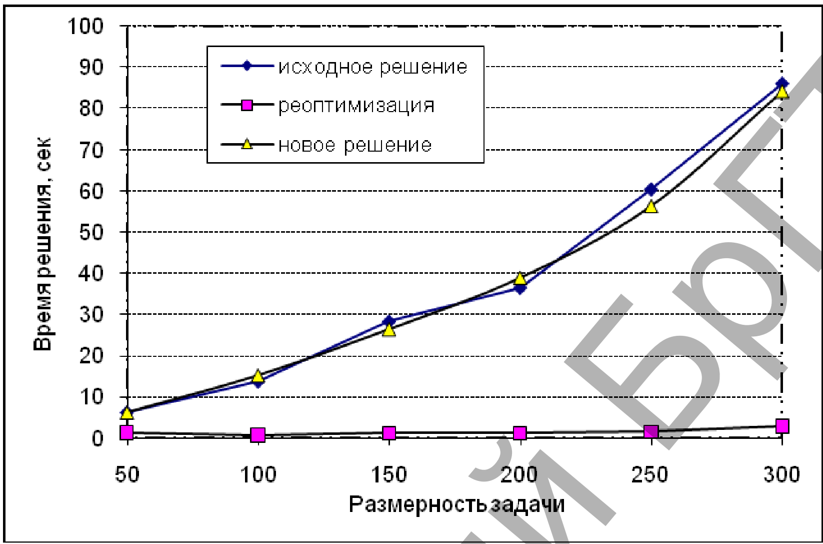

Рисунок 1 – Результаты оценки эффективности реоптимизации

Таким образом, при решении последовательно порождаемых задач коммивояжера с изменением состава посещаемых городов реоптимизация может рассматриваться как эффективный прием преодоления высокой вычислительной сложности нового решения изменившейся задачи. Схема выделения областей устойчивости для ускорения формирования решения применима к симметричным и асимметричным ЗК, независимо от метода их решения.

Список цитированных источников

1. Gutin, G. The Travelling Salesman Problem and Its Variations / Gutin G., Punnen A.P. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2007. – 830 p.
2. Laporte, G. The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms / Eur. J. Oper. Res. 1992. – Vol. 59. – P. 231-247.
3. Иванко, Е.Е. Достаточные условия устойчивости оптимального маршрута в задаче коммивояжера при добавлении новой вершины и при удалении существующей / Е.Е. Иванко//Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки, 2010. – № 1. – С. 48-57.

УДК 614.833.3, 614.833.4

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ ДЛЯ РАСЧЕТА И ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЗОН ЗАРАЖЕНИЯ В ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Котов Д.С.

УО «Белорусский государственный университет», г. Минск

Научный руководитель – Саечников В.А., д. ф.-м. н., профессор

Согласно [1], для прогноза масштабов заражения непосредственно после аварии должны браться конкретные данные о количестве выброшенного (разлившегося) СДЯВ