

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

**Учреждение образования
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра информатики и прикладной математики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению лабораторных работ по дисциплине

«Дискретная математика»

для студентов специальностей

36 01 01 «Технология машиностроения»,

**36 01 03 «Технологическое оборудование
машиностроительного производства»**

дневной формы обучения

БРЕСТ 2007

Методические указания содержат краткие теоретические сведения, задания, примеры и рекомендации для выполнения лабораторных работ по дисциплине **«Дискретная математика»**. В настоящее издание включены лабораторные работы по разделу курса *«Элементы теории множеств и отношений»*.

Предназначены для студентов третьего курса специальностей *«Технология машиностроения»*, *«Технологическое оборудование машиностроительного производства»* дневной формы обучения. Издаются в 2-х частях. Часть 1.

Составители: Тузик И.В., ст. преподаватель
Хомицкая Т.Г., ст. преподаватель

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И ОТНОШЕНИЙ

Основные теоретические сведения

Множества

Множество – это любая определенная совокупность объектов, которые мы рассматриваем как единое целое; **элементы множества** – это объекты, составляющие это множество; они должны быть различны и отделены друг от друга.

Общее обозначение множества – эта пара фигурных скобок $\{\}$, внутри которых перечисляются или описываются элементы множества. Множества обозначаются прописными латинскими буквами.

Если объект x является элементом множества A , то говорят, что x принадлежит множеству A , и обозначают принадлежность символом $\in$, то есть $x \in A$. Если объект x не является элементом множества A , то говорят, что x не принадлежит множеству A и обозначают принадлежность символом $\notin$, то есть $x \notin A$.

Множество называется **конечным**, если оно состоит из конечного числа элементов, то есть если существует натуральное число N , являющееся числом элементов множества. **Бесконечное** множество содержит бесконечное число элементов. **Пустое** множество – это множество, не содержащее ни одного элемента. Пустое множество обозначается символом $\emptyset$. Это единственное множество, при обозначении которого никогда не используются фигурные скобки.

Обычно в конкретных рассуждениях элементы всех множеств берутся из некоторого одного достаточно широкого множества U , которое называется **универсальным множеством** или **универсумом**.

Число элементов в конечном множестве A называется **мощностью** множества A и обозначается $|A|$.

Чтобы задать множество, надо указать, какие элементы ему принадлежат. Это можно сделать а) перечислением; б) описанием.

Перечисление – это задание списка элементов множества или списка их обозначений, разделенных запятыми. Список заключается в фигурные скобки.

Перечислением можно задавать только конечные множества.

Описание состоит в том, что указывается свойство (или проверяется некоторое условие). Если данный элемент обладает этим свойством (или для него выполняется данное условие), то он принадлежит определенному множеству, иначе – не принадлежит.

Описанием можно задавать и бесконечные, и конечные множества.

Отношения между множествами (отношение равенства и отношение включения)

Два конечных множества A и B называются **равными**, если они состоят из одних и тех же элементов. Отношение равенства обозначается: $A = B$. Если в A есть элементы, не принадлежащие B , либо наоборот, то эти множества не равны, то есть $A \neq B$. Отсюда следует: 1) порядок элементов в множестве не важен; 2) все пустые множества равны (существует только одно пустое множество).

Множество A **включено** в множество B (или содержится в множестве B), если любой элемент множества A принадлежит множеству B . В этом случае говорят, что множество A является **подмножеством** множества B . Обозначается: $A \subseteq B$, где $\subseteq$ – знак включения.

Если $A \subset B$ и $A \neq B$, то A называют **собственным** подмножеством множества B . Обозначается: $A \subset B$. Используется, если нужно подчеркнуть, что множество B содержит и другие элементы, кроме элементов множества A .

Свойства отношений между множествами:

- 1) $A \subseteq A$; 2) Если $A \subseteq B$ и $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$;
- 3) Если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$, то $A = B$;
- 4) Для $\forall A$ верно, что $\emptyset \subset A$ (пустое множество есть подмножество любого множества).

Из свойств 1) $A \subseteq A$ и 4) $\emptyset \subset A$ следует, что подмножества A и $\emptyset$ являются **несобственными** подмножествами множества A .

Множество всех подмножеств множества A называется **множеством-степенью** или **булеаном** и обозначается $P(A)$.

Теорема (о числе всех подмножеств конечного множества).

Если конечное множество A состоит из n элементов, то число всех подмножеств множества A равно 2^n .

Операции над множествами

Определим способы конструирования новых множеств из уже существующих:

- 1) **объединением** множеств M и N называется множество, каждый элемент которого принадлежит либо M , либо N , либо M и N одновременно:

$M \cup N = \{a \mid a \in M \text{ или } a \in N\}$. | Диаграмма Эйлера, закрашенная область которой соответствует объединению множеств M и N :



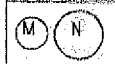
- 2) **пересечением** множеств M и N называется множество, каждый элемент которого принадлежит и множеству M , и множеству N :

$M \cap N = \{a \mid a \in M \text{ и } a \in N\}$. | Диаграмма Эйлера, закрашенная область которой соответствует пересечению множеств M и N :



Множества называются **не пересекающимися**, если они не имеют общих элементов:

$M \cap N = \emptyset$. | Диаграмма Эйлера, соответствующая ситуации, когда множества M и N не пересекаются:



- 3) **разностью** множеств M и N называется множество, все элементы которого принадлежат M и не принадлежат N :

$M \setminus N = \{a \mid a \in M \text{ и } a \notin N\}$. | Диаграмма Эйлера, закрашенная область которой соответствует разности множеств M и N :



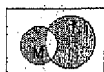
- 4) **симметрической разностью** множеств M и N называется множество, все элементы которого принадлежат объединению множеств $M \cup N$ и не принадлежат их пересечению $M \cap N$:

$$M \Delta N = (M \cup N) \setminus (M \cap N) = \{a \mid a \in M \cup N \text{ и } a \notin M \cap N\},$$

$$M \Delta N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M) =$$

$$= \{a \mid (a \in M \text{ и } a \notin N) \text{ или } (a \in N \text{ и } a \notin M)\}.$$

Диаграмма Эйлера, закрашенная область которой соответствует симметрической разности множеств M и N :



5) дополнением множества M называется множество $\bar{M}$, состоящее из всех тех элементов универсума U , которые не принадлежат M :

$$\bar{M} = U \setminus M = \{a \mid a \notin M\}$$

Диаграмма Эйлера, закрашенная область которой соответствует дополнению множества M :



Векторы

Вектор – это упорядоченный набор элементов. Место каждого элемента в векторе является вполне определенным и не может быть произвольно изменено.

Элементы, образующие вектор, называются **координатами** или **компонентами** вектора. Координаты нумеруются слева направо. Число координат вектора называется его **размерностью**.

В отличие от элементов множества, координаты вектора могут иметь одинаковые значения. Для обозначения вектора используются круглые скобки.

Запись $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ обозначает вектор a размерности n с компонентами $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Векторы размерности 2 часто называются **парами** (или упорядоченными парами), векторы размерности 3 – **тройками** и т.п.

Два вектора **равны**, если они имеют одинаковую размерность и соответствующие координаты их равны, т.е. векторы $(a_1, a_2, \dots, a_m)$ и $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ равны, если $m=n$ и $a_1=b_1, a_2=b_2, \dots, a_m=b_n$.

Прямые произведения

Прямым (декартовым) произведением множеств A и B ($A \times B$) называется множество всех пар, 1-я компонента которых принадлежит множеству A , а 2-я – множеству B .

Таким образом, элементами прямого произведения $A \times B$ являются пары вида (a, b) :

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

Результат прямого произведения зависит от порядка сомножителей: в общем случае $X \times Y \neq Y \times X$.

Если $A = B$, то обе координаты прямого произведения $A \times B$ принадлежат A . Такое произведение обозначается A^2 .

Операция прямого произведения распространяется и на большое число множеств.

Прямым произведением множеств $A_1, A_2, \dots, A_n$ называется множество, обозначаемое $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ и состоящее из векторов длины n , первая компонента которых принадлежит A_1 , вторая – A_2 , ..., n -я – A_n :

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_n \in A_n\}$$

Пусть A – произвольное множество. Прямое произведение n одинаковых множеств, равных A , обозначаем A^n : $\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n = A^n$.

Вывод: Любой вектор размерности n является элементом прямого произведения $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ некоторых множеств $X_1, \dots, X_n$. И наоборот, прямое произведение n множеств состоит только из векторов размерности n .

Теорема (о мощности прямого произведения множеств).

Пусть A и B – конечные множества. Тогда $|A \times B| = |A| \cdot |B|$, т.е. мощность прямого произведения этих множеств равна произведению мощностей множеств A и B .

Следствие. $|A^n| = |A|^n$.

Проекция векторов и множеств

Проекцией вектора $v = (v_1, \dots, v_n)$ на i -ю ось ($i=1, 2, \dots, n$) называется его i -я компонента.

$$\text{Пр}_i v = v_i.$$

Проекцией вектора $v=(v_1, \dots, v_n)$ на оси с номерами $i_1, \dots, i_k$ называется вектор $(v_{i_1}, \dots, v_{i_k})$ размерности k :

$$\text{Пр}_{i_1, \dots, i_k} v = (v_{i_1}, \dots, v_{i_k}).$$

Операция проектирования множества тесно связана с операцией проектирования вектора и может применяться лишь к таким множествам, элементами которых являются векторы одинаковой размерности.

Пусть V – множество векторов одинаковой размерности, равной n . Тогда проекцией множества V на i -ю ось ($i=1, \dots, n$) называется множество проекций всех векторов этого множества на i -ю ось:

$$\text{Пр}_i V = \{\text{Пр}_i v | v \in V\}.$$

Аналогично определяется проекция множества V на несколько осей:

$$\text{Пр}_{i_1, \dots, i_k} V = \{\text{Пр}_{i_1, \dots, i_k} v | v \in V\}.$$

Если множество состоит из векторов одинаковой размерности, то проекции позволяют рассматривать множество только первых компонент этих векторов или множество только 1-х и 2-х компонент и т.д.

Пусть требуется найти проекцию множества X , которое представлено как прямое произведение некоторых множеств $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$. Проекция множества X на i -ю ось есть множество i -х компонент всех векторов, образующих множество X . i -я компонента каждого вектора – это элемент из множества X_i . При этом среди i -х компонент встретятся все элементы множества X_i (по определению прямого произведения). Поэтому

$$\text{Пр}_i X = \text{Пр}_i X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n = X_i.$$

Аналогично,

$$\text{Пр}_{i_1, i_2, \dots, i_k} X = X_{i_1} \times X_{i_2} \times \dots \times X_{i_k}.$$

Отношения

Бинарным отношением R в множестве M называется подмножество его квадрата: $R \subset M^2$. Т.к. элементами M^2 являются упорядоченные пары, то бинарное отношение есть множество упорядоченных пар.

Элементы a и b находятся в отношении R , если $(a, b) \in R$ (другая запись: aRb).

Аналогично задаются отношения на прямом произведении отличных друг от друга множеств: $R \subset A \times B$, если $A \neq B$.

Пусть a, b, c – любые элементы из множества M , $R \subset M$ – бинарное отношение.

Свойства бинарных отношений

- Рефлексивность: $\forall a \in M \quad aRa$ – истинно.
 - Антирефлексивность: $\forall a \in M \quad aRa$ – ложно.
 - Все элементы главной диагонали матрицы рефлексивного отношения равны 1.
 - Симметричность: $\forall a, b \in M$: если aRb – истина, то bRa – истинно.
 - Антисимметричность: $\forall a, b \in M$: если aRb – истинно и bRa – истинно, то $a=b$.
- Матрица симметричного отношения симметрична относительно главной диагонали.
- Транзитивность: $\forall a, b, c \in M$: если aRb и bRc – истинно, то aRc – истинно.

Виды отношений

Отношения делятся на различные виды в зависимости от того, обладают или не обладают они некоторыми свойствами. Рассмотрим два основных вида отношений.

1. Отношение эквивалентности

Некоторые элементы множества можно рассматривать как эквивалентные в том случае, когда любой из этих элементов при некотором рассмотрении может быть заменён другим. В этом случае говорят, что данные элементы находятся в отношении эквивалентности (для обозначения используется символ $\sim$).

Отношение называется **отношением эквивалентности**, если оно рефлексивно, симметрично и транзитивно.

Разбиение множества по заданному отношению эквивалентности

Представление множества M в виде объединения попарно непересекающихся подмножеств M_i называется **разбиением** множества M : $\bigcup M_i = M$, $M_i \cap M_k = \emptyset$, если $k \neq i$.

Пусть на множестве M задано отношение эквивалентности R . Выполним следующее построение. Выберем элемент $a_1 \in M$ и образуем класс M_1 (подмножество множества M), состоящее из a_1 и всех элементов, эквивалентных a_1 . Затем выберем элемент $a_2 \notin M_1$ и образуем класс M_2 , состоящий из a_2 и всех элементов, эквивалентных a_2 , и т.д. Получится система классов $M_1, M_2, \dots$ (возможно бесконечная) такая, что любой элемент из M входит в один из классов, т.е. $\bigcup M_i = M$.

Каждому отношению эквивалентности на множестве M соответствует некоторое разбиение множества M на классы.

2. Отношение порядка

Часто приходится сталкиваться с отношениями, которые определяют некоторый порядок расположения элементов множества.

Если можно расположить элементы множества M в некотором порядке, то говорят, что на множестве X можно ввести **отношение порядка**.

Отношение называется отношением **нестрогого порядка**, если оно рефлексивно, антисимметрично и транзитивно (для обозначения используется символ $\leq$).

Отношение называется отношением **строгого порядка**, если оно антирефлексивно, антисимметрично и транзитивно (обозначается символом $<$).

Элементы a и b **сравнимы по отношению порядка** R , если выполняется aRb или bRa .

Множество M , на котором задано отношение порядка, называется **полностью упорядоченным**, если любые два элемента из этого множества M сравнимы, и **частично упорядоченным** в противном случае.

Отношения часто возникают в моделировании процессов проектирования, например: *отношение совместности* (если поверхности обрабатываются в одной операции или в одном переходе, то они связаны отношением совместности); *отношение следования* (если поверхность a обрабатывают перед поверхностью b , то они связаны отношением следования); *отношение предшествования* (если в процессе сборки изделия структурный элемент a предшествует структурному элементу b (с учетом условий базирования и доступа), то они связаны отношением предшествования); взаимодействие средств обработки с обрабатываемыми поверхностями также может выражаться через отношения.

Множества, векторы и отношения в математической системе Derive.

Задание множеств

Множества вводятся как список элементов, разделенных запятыми и заключенных в фигурные скобки. Например, пустое множество вводится как {}.

Для множества можно ввести буквенное обозначение и в дальнейшем ссылаться на множество, используя это обозначение:

$$a := \{3, 7, 8, 0\}$$

Для сокращения записи при вводе множеств можно использовать многоточие. Например, множество {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} можно ввести так: {1, ..., 10}.

После применения команды Simplify введенное таким сокращенным способом множество преобразуется к виду {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

Аналогично, множество {1, 3, 5, 7, 9} можно ввести так: {1, 3, ..., 10}. После применения команды Simplify введенное таким сокращенным способом множество преобразуется к виду {1, 3, 5, 7, 9}. При таком способе задания каждый последующий элемент множества будет больше предыдущего на разность между вторым и первым элементами (в нашем примере – на 2). Наибольший элемент в таком множестве не будет превосходить последнего указанного числа (в нашем примере – не больше 10).

Операции над множествами

В Derive предусмотрены следующие встроенные операции над множествами:

- s^* – дополнение s . Оператор дополнения будет применяться только к символу или к выражению в скобках, сразу после которого он записан. Оператор дополнения может быть введен с помощью панели математических символов либо с помощью клавиатуры (символ $\complement$). Derive использует оператор дополнения только для алгебраического упрощения выражений, содержащих множества. Например,

$$s^*$$

после применения команды Simplify преобразуется к виду

$$s$$

А выражение

$$(s \text{ UNION } t)^*$$

после применения команды Simplify преобразуется к виду

$$s^* \cap t^*$$

Нельзя задать или получить в Derive дополнение конечного множества в виде списка элементов.

- $s \cap t$ – пересечение s и t . Оператор пересечения можно ввести с помощью панели математических символов (значок $\cap$) либо нажатием Ctrl+N, либо набрав слово INTERSECTION. Например,

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ INTERSECTION } \{2, 3, 5, 8, 13\}$$

после применения команды Simplify даст множество

$$\{3, 5\}$$

- $s \cup t$ – объединение s и t . Оператор объединения можно ввести с помощью панели математических символов (значок $\cup$) либо нажатием Ctrl+U, либо набрав слово UNION. Например,

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ UNION } \{2, 3, 5, 8, 13\}$$

после применения команды Simplify даст множество

$$\{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 13\}$$

- $s \setminus t$ – разность множеств s и t (т.е. те элементы s , которых нет в t). Оператор разности может быть введен с помощью панели математических символов либо с помощью клавиатуры (символ $\setminus$). Например,

$\{1, \dots, 10\} \setminus \{2, 3, 5, 7\}$

после применения команды Simplify даст множество

$\{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$.

Чтобы контролировать порядок выполнения операций над множествами, можно использовать круглые скобки. В отсутствие скобок, операция, имеющая более высокий приоритет, выполняется перед операцией с более низким приоритетом. Операции, приведенные выше, перечислены в порядке убывания приоритета.

Например, ввод

$r \cup s \cap t$

равносилен вводу

$(r) \cup (s \cap t)$

Выражения, содержащие операции над множествами, имеют много логически эквивалентных форм. При упрощении таких выражений Derive использует законы:

коммутативности: $r \cap s = s \cap r$, $r \cup s = s \cup r$,

ассоциативности: $r \cap (s \cap t) = (r \cap s) \cap t$, $r \cup (s \cup t) = (r \cup s) \cup t$;

дистрибутивности: $(r \cap s) \cup (r \cap t) = r \cap (s \cup t)$, $(r \cup s) \cap (r \cup t) = r \cup (s \cap t)$.

Для упрощения выражений, содержащих множества, Derive использует законы дистрибутивности в направлении слева направо.

Для упрощения выражений, содержащих оператор дополнения, используются следующие тождества:

$s'' = s$, $(s \cap t)' = s' \cup t'$, $(s \cup t)' = s' \cap t'$

Упрощая выражения, Derive многократно применяет выше приведенные законы, чтобы передвинуть оператор дополнения на самый низкий уровень.

Если результатом символьных преобразований является универсум, то Derive вернет в качестве ответа выражение

$\{\}$

При упрощении выражений в некоторых случаях вместо команды Simplify выгодней использовать команду Expand.

Принадлежность элемента множеству

Чтобы проверить, принадлежит ли некоторый элемент множеству, используйте функцию MEMBER?(u, v), где u – это элемент, принадлежность которого множеству v проверяется.

MEMBER?(u, v) возвращает значение TRUE (истина), если u является элементом множества v , и FALSE (ложь) – в противном случае. Например,

MEMBER?($k, \{a, b, c, h, z\}$)

после применения команды Simplify даст

false

Отношение включения

Чтобы проверить, является ли некоторое множество подмножеством другого множества, используйте оператор SUBSET (или значок $\subseteq$ на панели инструментов). Применение этого оператора возвращает одно из двух логических значений – TRUE (истина), если множество, указанное слева от оператора включено в множество, указанное справа от оператора, и FALSE (ложь) – в противном случае. Например,

$\{2, 5, 0\}$ SUBSET $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

после применения команды Simplify даст

true

Мощность множества

Чтобы найти мощность множества, используйте функцию DIM(u). Например,
 $\text{DIM}(\{6, 7, 9, 0\})$

после применения команды Simplify даст

4

Булеан множества

Чтобы получить все подмножества (булеан, множество-степен) данного множества s, используйте функцию POWER_SET(s), которая после применения команды Simplify даст все подмножества множества s. Например,

$\text{POWER_SET}(\{a, b, c\})$

после применения команды Simplify даст

$\{\emptyset, \{c\}, \{b\}, \{b, c\}, \{a\}, \{a, c\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$

$\text{POWER_SET}(s, n)$ даст все подмножества множества s, имеющие в точности n элементов. Например,

$\text{POWER_SET}(\{a, b, c\}, 2)$

после применения команды Simplify даст

$\{\{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b\}\}$

Задание векторов, размерность вектора, компоненты вектора

Векторы вводятся как список компонент, разделенных запятыми и заключенных в квадратные скобки. Например:

$[a, h, g, f, b]$

Можно ввести буквенное обозначение вектора и в дальнейшем ссылаться на вектор, используя это обозначение:

$v := [3, 7, 8, 0]$

Размерность вектора v определяется с помощью функции DIM(v). Выяснить, является ли u компонентой вектора v, можно с помощью функции MEMBER?(u, v).

Прямое произведение множеств

Декартово (прямое) произведение двух множеств получается применением обычной операции умножения. Например,

$\{a, b\} * \{1, 2\}$

после применения команды Simplify даст

$\{[a, 1], [a, 2], [b, 1], [b, 2]\}$

Проекции векторов

Проекцию вектора на ось даст команда SUB (или символ $\downarrow$ на панели инструментов): Например,

$[a, b, c, d, e] \text{ SUB } 3$

после применения команды Simplify даст

c

Проекцию на несколько осей можно получить, указав номера осей как вектор. Например,

$[a, b, c, d, e] \text{ SUB } [2, 4]$

после применения команды Simplify даст

$[b, d]$

Проекция множества

Для получения проекции множества в Derive не предусмотрено специальных команд. Но, тем не менее, можно получить проекцию множества, выполнив следующие действия:

- 1) фигурные скобки, в которые заключены элементы проектируемого множества, заменить квадратными;
- 2) ввести и выполнить команду $VECTOR(u \text{ SUB } k \text{ SUB } j, k, 1, n)$. Здесь u – множество, проекцию которого хотим найти; k – переменная, она пробегает все значения от 1 (первого элемента множества) до n (последнего элемента множества); j – номер оси; n – мощность множества;
- 3) полученный в результате вектор вновь оформить как множество, с использованием фигурных скобок.

Например, требуется найти проекцию множества $\{[2,3,4,5], [1,2,6,9], [4,6,0,8]\}$ на 2-ю ось.

Для этого используем следующую команду

$VECTOR(\{[2,3,4,5], [1,2,6,9], [4,6,0,8]\} \text{ SUB } k \text{ SUB } 2, k, 1, 3)$

которая после применения команды Simplify даст

$\{3,2,6\}$

Заменяв квадратные скобки фигурными, получим искомое множество:

$\{3,2,6\}$

Отношение эквивалентности и разбиение множества на классы

Для того чтобы разбить множество на классы по отношению эквивалентности, используем функцию $SELECT(u(k), k, v)$. Эта функция отбирает все эквивалентные между собой элементы множества v , удовлетворяющие заданному критерию. Здесь $u(k)$ – критерий, определяющий отношение эквивалентности. Например, требуется разбить множество $\{0.3, 0.5, 0.7, 0.4, 0.8, 0.43, 0.67, 0.29\}$ на классы по следующему отношению: "два числа являются эквивалентными, если они оба попадают в один из заданных интервалов: $[0, 0.3]$, $[0.3, 0.5]$, $[0.5, 1]$ ". Команда

$SELECT(k \geq 0.3 \text{ AND } k < 0.5, k, \{0.3, 0.5, 0.7, 0.4, 0.8, 0.43, 0.67, 0.29\})$

после применения команды Approximate даст

$\{0.3, 0.4, 0.43\}$

Аналогично, команды

$SELECT(k \geq 0 \text{ AND } k < 0.3, k, \{0.3, 0.5, 0.7, 0.4, 0.8, 0.43, 0.67, 0.29\})$

$SELECT(k \geq 0.5 \text{ AND } k < 1, k, \{0.3, 0.5, 0.7, 0.4, 0.8, 0.43, 0.67, 0.29\})$

дадут соответственно результаты $\{0.29\}$ и $\{0.5, 0.67, 0.7, 0.8\}$. Полученные три множества и есть искомые классы эквивалентности.

Отношение порядка и упорядочение элементов множества по заданному отношению

Для того чтобы упорядочить элементы множества по заданному отношению порядка, используем функцию $SORT(v, u(x, y), x, y)$. Эта функция располагает элементы множества v в соответствии с заданным отношением порядка. Результатом является вектор, состоящий из элементов множества v , расположенных в порядке возрастания. Отношение порядка задается двухместным предикатом $u(x, y)$, т.е. выражением, принимающим значение true или false для конкретных значений переменных x и y . В выражении $u(x, y)$ должны сравниваться по какому-либо правилу значения переменных x и y . Например, требуется упорядочить элементы множества $\{3, 6, 1, 7, 5, 2\}$, сравнивая их по отношению $x < y$. Команда

$SORT(\{3, 6, 1, 7, 5, 2\}, x < y, x, y)$

после применения команды Simplify даст

[1, 2, 3, 5, 6, 7]

Если, например, требуется упорядочить семейство множеств $\{a,b\}$, $\{b,c,a\}$, $\{b\}$, $\{a,d,c,b\}$, $\{a\}$, $\{a,c\}$, сравнивая их по отношению включения, используем команду

$\text{SORT}(\{\{a, b\}, \{b, c, a\}, \{b\}, \{a, d, c, b\}, \{a\}, \{a, c\}\}, x \subseteq y, x, y)$

Результат после применения Simplify (семейство множеств оказалось частично упорядоченным):

$\{\{b\}, \{a\}, \{a, c\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, d\}\}$

Например, если надо упорядочить множество векторов одинаковой размерности вида $a=(a_1, a_2, a_3)$ и $b=(b_1, b_2, b_3)$ по отношению " $a \leq b$ тогда и только тогда, когда $a_i \leq b_i$, $i = 1, 2, 3$ ", используем SORT в виде:

$\text{SORT}(\{[3, 6, 3], [4, 7, 5], [1, 2, 2], [1, 0, 1]\}, x < y, x, y)$

Результат после применения Simplify:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \\ 4 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

При упорядочении векторов Derive сравнивает их сначала по первой компоненте, затем по второй и т.д. Если применить аналогичную команду для случая, когда не все векторы сравнимы между собой, например, для множества $\{[6, 3], [4, 7], [4, 5], [1, 2], [5, 5]\}$, получим следующий результат:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 4 & 7 \\ 5 & 5 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

Если требуется упорядочивать векторы только по определенной компоненте, используем возможности Derive для получения проекций векторов (чтобы сравнивать их компоненты). Например, нужно упорядочить множество векторов по их второй компоненте:

$\text{SORT}(\{[6, 3], [4, 7], [4, 5], [1, 2], [5, 5]\}, x \downarrow 2 < y \downarrow 2, x, y)$

Результат:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 3 \\ 4 & 5 \\ 5 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

Задачи к лабораторным работам

1. Множества A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, R, S, T заданы либо описанием, либо перечислением своих элементов (см. свой вариант):

1	2	3	4	5
$A = \{2, 10, 12, 8, 3\}$ $B = \{1, \{1, 3\}, 2, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{2\}, \{7\}, 1 - 5x, e^5\}$ $D = \{\{6, 3, 5\}, \{2, 7\}, 1\}, 2, \{7\}, 1\}$ $E = \{\{1\}, 0\}$ $F = \{1, 11, \{11, 0\}\}$ $G = \{\{1\}, \{0\}, -1\}$ $H = \{1\}$ $I = \emptyset$ $J = \{0, 2, 1, \emptyset\}$ $K = \{2, \{1, \{2\}\}\}$ $L = \{2^0, \{2, 0\}\}$ $M = \{x \mid x = \sin \frac{\pi k}{6}, k = 1, 2, \dots, 100\}$ $N = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{1}{1+k}, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \pi \pm \pi k, k \in \mathbb{N}\}$ $P = \{x \mid x = \sin^2 t + \cos^2 t, t \in \mathbb{R}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 2\}$ $S = \{1, 3, 9, 27\}$ $T = \{0, 1\}$	$A = \{8, 9, 3, 6, 2\}$ $B = \{\{1\}, \{2, 4\}, \emptyset, 2\}$ $C = \{\{8, 9\}, 2^x, \pi, \{\emptyset\}, 1, \emptyset\}$ $D = \{4, 2, \{4, 2\}, \{4\}, \{2\}\}, \{4, 2\}\}$ $E = \{\emptyset, \{1\}\}$ $F = \emptyset$ $G = \{1, 2, 3\}$ $H = \{\sin \frac{\pi}{2}, -1\}$ $I = \{2, 3, \emptyset, \{1, \{2, 3, \emptyset\}\}\}$ $J = \{-1, 0, 1\}$ $K = \{\{1\}, \{1, 2, \{1\}\}\}$ $L = \{1\}$ $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \ln(10-z) + \ln(z-10), z \in \mathbb{R}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2}{2+k}, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \sin \pi k, k = -6, -5, \dots, 5, 6\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \cos \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 3\}$ $S = \{1, e, e^2, e^3, e^4, e^5\}$ $T = \{-1, 1\}$	$A = \{6, 1, 8, 11, 12\}$ $B = \{1, \{1\}, \{\{1\}, \{2\}\}, \emptyset\}$ $C = \{a+b, 2, \{\emptyset\}, 6, \{7, 8\}, \emptyset\}$ $D = \{1, 2, \{1, 2, 1\}, \{11, 2, 3\}\}, 8, 11\}$ $E = \{\sin \pi, 2, \emptyset\}$ $F = \{\{\emptyset\}, \{1\}\}$ $G = \emptyset$ $H = \{-1, \{0\}, 1\}$ $I = \{0, 11, \{1, -1\}\}$ $J = \{\cos \pi\}$ $K = \{1\}$ $L = \{\emptyset, \{0\}, 1\}$ $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{m}{n}, m, n \in \mathbb{N}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = k + k, k = -10, -9, \dots, 9, 10\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \sin(\pi k + \pi/4), k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid x+1 < 4\}$ $S = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ $T = \{-1, 1\}$	$A = \{4, 2, 10, 8, 13\}$ $B = \{\emptyset, \{1, \{3\}\}, 1, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{2\}, \{7\}, -6x, d-e\}$ $D = \{\{6, 8, 5\}, \{1, 7\}, 11, \sin \pi, \{2, \{7\}, 1\}\}$ $E = \{\emptyset, 0\}$ $F = \{\{1\}, 11, \{1, 0\}\}$ $G = \{1, \{0\}, -1\}$ $H = \emptyset$ $I = \{1\}$ $J = \{-1, -1\}$ $K = \{\min(2, 1), \cos \pi, 2\}$ $L = \{7, \{7\}, \{\emptyset, 0\}\}$ $M = \{x \mid x = \sin^2 k + \cos^2 k, k = 1, 2, \dots, 10\}$ $N = \{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{1}{2^k}, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = \pi k, k \in \mathbb{N}\}$ $P = \{x \mid x = t^0, t \in \mathbb{R}\}$ $R = \{x \in \mathbb{N} \mid 6 < x < 12\}$ $S = \{0, 7, 14, 21, 28\}$ $T = \{1, -1\}$	$A = \{5, 3, 0, 8, 10\}$ $B = \{1, \{1, 3\}, 2, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{2\}, \{7\}, 2 - 5 \ln 1, e^5\}$ $D = \{\{6, 3, 5\}, \{4, 7\}, 1\}, 2, \{3\}, 1\}$ $E = \{\{1\}, 1, 0\}$ $F = \{11, \{1, 0\}\}$ $G = \{\{1\}, \{0\}, -1\}$ $H = \emptyset$ $I = \{1\}$ $J = \{0, 3, 1, \emptyset\}$ $K = \{2, \{1, \{1\}\}\}$ $L = \{\lg \pi, \{0, 3\}\}$ $M = \{x \mid x = \sin \frac{\pi k}{4}, k = 1, 2, \dots, 10\}$ $N = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{1}{k^2 + 1}, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \pm \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{N}\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \cos \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < x < 3\}$ $S = \{1, 4, 16, 64\}$ $T = \{0, 1\}$

6	7	8	9	10
$A = \{5, 11, 17, 4, 8\}$ $B = \{\{\emptyset\}, \max(1, 3), \{1, 3\}, 2\}$ $C = \{\{1\}, \{7\}, 1 - 5^0, e^5\}$ $D = \{\{\{1, 3, 5\}, \{2, 5\}, 1\}, 2, \{6, 7\}, \emptyset\}$ $E = \{0, \{1\}\}$ $F = \{0, \{-1\}, \{11, 0\}\}$ $G = \{\{1\}, \{0\}, -1\}$ $H = \{1\}$ $I = \emptyset$ $J = \{1, 3, 0, \emptyset\}$ $K = \{3, \{1, \{3\}\}\}$ $L = \{\{2, 0\}, \sin \frac{\pi}{2}\}$ $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{m}{n}, m, n \in \mathbb{N}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = k - k, k = -5, -4, \dots, 3, 4\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/x = 0\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \arcsin k, k \in \{-1, 0, 1\}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x < 5\}$ $S = \{2, 6, 10, 14\}$ $T = \{0, 1\}$	$A = \{3, 5, 15, 2, 7\}$ $B = \{\emptyset, \{3, 1\}, 2, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{4\}, \{2\}, 1 - \cos \pi, e^5\}$ $D = \{\{\{1, 3, 5\}, \{1, 7\}, 1\}, 2, \{4, 1\}, 0\}$ $E = \{\{-1\}, 0\}$ $F = \{0, 1, \{11, 0\}\}$ $G = \{\{0\}, \{1\}, -1\}$ $H = \emptyset$ $I = \{1\}$ $J = \{0, 1, 3, \emptyset\}$ $K = \{3, \{1, \{2\}\}\}$ $L = \{4^0, \{4, 0\}\}$ $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = n(-m), m \in \mathbb{N}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = k - k , k = -5, -4, \dots, 3, 4\}$ $O = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 - x = 0, x \in \{-3, -2, \dots, 2, 3\}\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \operatorname{arctg} k, k \in \{-1, 0, 1\}\}$ $R = \{x \in \mathbb{N} \mid x - 6 < 4\}$ $S = \{3, 9, 15, 21\}$ $T = \{0, 1\}$	$A = \{3, 5, 10, 2, 0\}$ $B = \{1, \{\emptyset, 3\}, 2, \emptyset\}$ $C = \{\{1\}, \{3\}, 1 + \sin \frac{\pi}{2}, e^2\}$ $D = \{\{\{2, 3, 5\}, \{5, 7\}, 1\}, 2, \{7, \sqrt{25}\}, \emptyset\}$ $E = \{1, 0\}$ $F = \{3^0, 11, \{11, 0\}\}$ $G = \{\{1\}, \{0\}, -1\}$ $H = \{1\}$ $I = \emptyset$ $J = \{0, 2, 1\}$ $K = \{4, \{1, \{2\}\}\}$ $L = \{\{2, 0\}, \ln e\}$ $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{5}{6+k}, k \in \mathbb{N}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \sin \frac{\pi k}{2}, k = 1, 2, \dots, 10\}$ $O = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{2}{k^2+1}, k \in \mathbb{N}\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \cos^2 \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid x-5 < 3\}$ $S = \{0, 5, 10, 15\}$ $T = \{0, 1\}$	$A = \{5, 2, 8, 10, 9\}$ $B = \{\emptyset, \{1, 3\}, 2, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{3\}, \{7\}, 2 + 2 \ln 1, 1\}$ $D = \{\{\{1, 3, 5\}, \{5, 7\}, 1\}, 2, \{7, 1\}, 3\}$ $E = \{\{-1\}, 0\}$ $F = \{\{1\}, 11, \{11, 0\}\}$ $G = \{\{-1\}, \{0\}, 1\}$ $H = \emptyset$ $I = \{1\}$ $J = \{0, 2, 1, \emptyset\}$ $K = \{4, \{1, \{2\}\}\}$ $L = \{\{2, 0\}, \ln e\}$ $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{5}{6+k}, k \in \mathbb{N}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \cos \pi k, k = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \sin^2 \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}\}$ $P = \{x \in \mathbb{Z} \mid x-5 < 3\}$ $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ $T = \{0, 1\}$	$A = \{8, 6, 11, 3, 4\}$ $B = \{3, \{1, 3\}, -2, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{4\}, \{0\}, \sin \pi, 2\}$ $D = \{\{\{2, 3, 7\}, \{5, 1\}, 4\}, 2, \{3\}, 1\}$ $E = \{\{1\}, 0\}$ $F = \{1, 11, \{1, 0\}\}$ $G = \{\{1\}, \{0\}, -1\}$ $H = \{1\}$ $I = \emptyset$ $J = \{3, 2, 1, \emptyset\}$ $K = \{2, \{1, \{-2\}\}\}$ $L = \{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}, \{3, 0\}\}$ $M = \{x \mid x = \cos \frac{k\pi}{3}, k = 1, 2, \dots, 5\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = k^2 + k, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4 = 0\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid x-6 < 3\}$ $S = \{1, 4, 7, 10\}$ $T = \{0, -1\}$

11	12	13	14	15
$A = \{7, 6, 9, 3, 2\}$ $B = \{-3, \{1, 7\}, 1, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{2\}, \{0, 5\}, \cos \frac{\pi}{3}, 2\}$ $D = \{1, \{\{2, 3, 1\}, \{5, 3\}, 4\}, 2, \{3\}\}$ $E = \{\{1\}, 1\}$ $F = \{\{1\}, 11, \{1, 0\}\}$ $G = \{1, \{0\}, -1\}$ $H = \emptyset$ $I = \{1\}$ $J = \{-3, -2, -1, \emptyset\}$ $K = \{0, \{1, \{-2\}\}\}$ $L = \{\lg \frac{\pi}{4}, \{1, 0\}\}$ $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{m}{n+1} + 2, m, n \in \mathbb{N}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = k^2 - k, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 3 = 1\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \lg \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid x-5 < 8\}$ $S = \{1, -4, 7, -10\}$ $T = \{0, 1\}$	$A = \{5, 7, 10, 1, 4\}$ $B = \{\emptyset, \{1, \{3\}\}, 2, \{2\}\}$ $C = \{\{1\}, \{7\}, -6, d-e\}$ $D = \{\{6, 3, 5\}, \{1, 7\}, 11, \lg \pi, 2, \{7, 1\}\}$ $E = \{\emptyset, 1\}$ $F = \{\{1\}, 11, \{1, 0\}\}$ $G = \{1, \{0\}, -1\}$ $H = \emptyset$ $I = \{1\}$ $J = \{-1, -1\}$ $K = \{\min(1, 3), \{0, \{2\}\}\}$ $L = \{7, \{7\}, \{\emptyset, 0\}\}$ $M = \{x \mid x = \sin \frac{\pi k}{4}, k = 1, 2, \dots, 12\}$ $N = \{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{1}{2^k + 3}, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = (\pi+1)k, k \in \mathbb{N}\}$ $P = \{x \mid x = t^2 + 1, t \in \mathbb{R}\}$ $R = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 10\}$ $S = \{0, 7, -14, 21, -28\}$ $T = \{1, -1\}$	$A = \{5, 4, 11, 1, 10\}$ $B = \{\emptyset, \{3, 1\}, 7, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{3\}, \{2\}, 1 + \cos \pi, e^{\theta}\}$ $D = \{\{1, 3, 5\}, \{1, 7\}, 1, 2, \{8, 1\}, 0\}$ $E = \{\{1\}, 0\}$ $F = \{0, 1, \{11, 0\}\}$ $G = \{\{0\}, \{-1\}, 1\}$ $H = \emptyset$ $I = \{1\}$ $J = \{0, 1, 3, \emptyset\}$ $K = \{3, \{1, \{2\}\}\}$ $L = \{4^{\theta}, \{4, 0\}\}$ $M = \{x \mid x = \cos \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = k - k, k = -5, -4, \dots, 4, 5\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid 1-x=5, x \in \{-3, \dots, 3\}\}$ $P = \{x \in \mathbb{N} \mid x = \arctg k, k \in \{-1, 1\}\}$ $R = \{x \in \mathbb{N} \mid x-6 < 4\}$ $S = \{-6, 0, 3, 9\}$ $T = \{0, 1\}$	$A = \{1, 3, 7, 5, 4\}$ $B = \{1, \{0, 3\}, 2, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{2\}, \{6\}, 1 - 5x, e^{\theta}\}$ $D = \{\{6, 3, 5\}, \{2, 4\}, 1, 4, \{7\}, 1\}$ $E = \{\{1\}, 0\}$ $F = \{1, 11, \{1, 0\}\}$ $G = \{\{1\}, \{0\}, -1\}$ $H = \{1\}$ $I = \emptyset$ $J = \{0, 2, 1, \emptyset\}$ $K = \{2, \{1, \{2\}\}\}$ $L = \{3^{\theta}, \{2, 0\}\}$ $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \ln(10+z) + \ln(z-10), z \in \mathbb{R}\}$ $N = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{-2}{3+k}, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x = 2\pi \pm \pi k, k \in \mathbb{N}\}$ $P = \{x \mid x = \frac{1}{2}(\sin^2 t + \cos^2 t), t \in \mathbb{R}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid -6 < x < 2\}$ $S = \{1, -3, 9, -27\}$ $T = \{0, 1\}$	$A = \{2, 7, 8, 3, 9\}$ $B = \{\emptyset, \{1, 3\}, 2, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{3\}, \{7\}, 2 - 2\ln 1, 1\}$ $D = \{\{1, 3, 5\}, \{1, 7\}, 1, 2, \{7, 1\}, 3\}$ $E = \{\{1\}, 0\}$ $F = \{\{1\}, 12, \{11, 0\}\}$ $G = \{\{-1\}, \{0\}, \{-1\}^{\theta}\}$ $H = \emptyset$ $I = \{1\}$ $J = \{0, 2, 1, \emptyset\}$ $K = \{4, \{1, \{2\}\}\}$ $L = \{2, 0\}, \log 10\}$ $M = \{x \mid x = \sin \frac{\pi k}{6}, k = 1, 2, \dots, 15\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2}{6+k}, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \sin \pi k, k = -3, -1, 1, 3\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \sin^2 \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid x-2 < 3\}$ $S = \{-2, 1, 0, -1\}$ $T = \{0, 1\}$

16	17	18	19	20
$A = \{5, 1, 10, 3, 7\}$ $B = \{1, \{\emptyset, 3\}, 3, \emptyset\}$ $C = \{\{1\}, \{3\}, 1 - \sin \frac{\pi}{2}, e^2\}$ $D = \{\{\{2, 3, 5\}, \{5, 7\}, 1\}, 2, \sqrt{9}, \emptyset\}$ $E = \{1, 0\}$ $F = \{4^0, 11, \{11, 0\}\}$ $G = \{\{1\}, \{0\}, -1\}$ $H = \{1\}$ $I = \emptyset$ $J = \{0, 2, 1\}$ $K = \{4, \{1, \{2\}\}\}$ $L = \{\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}, \{1, 0\}\}$ $M = \{x \mid x = \cos^2 k + \sin^2 k, k = 1, 2, \dots, 25\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2}{k+3}, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 5\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \cos \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 5\}$ $S = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$ $T = \{0, 1\}$	$A = \{11, 5, 9, 0, 4\}$ $B = \{1, \{1, 3\}, 2, \{\emptyset\}\}$ $C = \{\{2\}, \{7\}, 3 - 5 \ln 1, e^2\}$ $D = \{\{\{6, 3, 5\}, \{4, 7\}, 1\}, 2, \{3\}, 1\}$ $E = \{\{1\}, 1, 0\}$ $F = \{0, \{1, 0\}\}$ $G = \{\{1\}, \{0\}, -1\}$ $H = \emptyset$ $I = \{1\}$ $J = \{0, 3, 1, \emptyset\}$ $K = \{2, \{1, \{1\}\}\}$ $L = \{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}, \{0, 3\}\}$ $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \ln(m^2 + 1), m \in \mathbb{N}\}$ $N = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{1}{k} - 1, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \pm \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{N}\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \cos^2 \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 3\}$ $S = \{-1, 4, -16, 64\}$ $T = \{0, 1\}$	$A = \{4, 6, 0, 5, 1\}$ $B = \{\{1\}, \{2, 4\}, \emptyset, 2\}$ $C = \{\{8, 9\}, 2^{-1}, \pi, \{\emptyset\}, 1, \emptyset\}$ $D = \{4, 2, \{\{3, 4\}, \{4\}, \{2\}\}, \{3, 2\}\}$ $E = \{\{\emptyset, \{1\}\}\}$ $F = \emptyset$ $G = \{1, 2, 3\}$ $H = \{\sin \frac{\pi}{2}, -1\}$ $I = \{2, 3, \emptyset, \{1, \{2, 3, \emptyset\}\}\}$ $J = \{-1, 0, 1\}$ $K = \{\{1\}, \{1, 2, \{1\}\}\}$ $L = \{1\}$ $M = \{x \mid x = \sin \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{1+k} - 2, k \in \mathbb{N}\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \cos k, k = -7, -5, \dots, 5, 7\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \sin \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 3\}$ $S = \{1, 2e, 3e^2, 4e^3, 5e^4, 6e^5\}$ $T = \{-1, 1\}$	$A = \{0, 4, 8, 3, 5\}$ $B = \{1, \{1\}, \{\{1\}, \{2\}\}, \emptyset\}$ $C = \{a \cdot b, 2, \{\emptyset\}, 6, \{7, 8\}, \emptyset\}$ $D = \{1, 2, \{1, \{2, 1\}\}, \{11, 2, 3\}, 8, 11\}$ $E = \{\sin \pi, 2, \emptyset\}$ $F = \{\{\emptyset\}, \{1\}\}$ $G = \emptyset$ $H = \{-1, \{0\}, 1\}$ $I = \{0, 11, \{1, -1\}\}$ $J = \{\cos \pi\}$ $K = \{1\}$ $L = \{\emptyset, \{0\}, 1\}$ $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{m+1}{n}, m, n \in \mathbb{N}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = k+3 - k, k = -10, -9, \dots, 9, 10\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4 = 0\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \cos \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 5\}$ $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ $T = \{-1, 1\}$	$A = \{7, 3, 1, 10, 5\}$ $B = \{\{\emptyset\}, \max(1, 3), \{1, 3\}, 2\}$ $C = \{\{1\}, \{7\}, 1 - 5^0, e^5\}$ $D = \{\{1, 3, 5\}, \{2, 5\}, 1\}, 2, \{4, 7\}, \emptyset\}$ $E = \{0, \{1\}\}$ $F = \{0, -1, \{11, 0\}\}$ $G = \{\{1\}, \{0\}, -1\}$ $H = \{1\}$ $I = \emptyset$ $J = \{1, 3, 0, \emptyset\}$ $K = \{3, \{1, \{3\}\}\}$ $L = \{\{2, 0\}, 1 + \cos \frac{\pi}{2}\}$ $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x = n - 1 - z, z \in \mathbb{N}\}$ $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x = k+2 - k, k = -4, -3, \dots, 3, 4\}$ $O = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/x = 0\}$ $P = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \arccos k, k \in \{-1, \dots, 1\}\}$ $R = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x < 5\}$ $S = \{2, -6, 10, -14\}$ $T = \{0, 1\}$

Задания (к задаче №1).

- а) Все элементы каждого из множеств A, B, C, D выписать в столбик.
 б) Среди множеств E, F, G, H, I, J, K, L указать множества, в которые входят элементы, равные 1.
 в) Среди множеств A, I, H, G, F, M, N, O выделить конечные, бесконечные и пустые.
 г) Определить, верны ли следующие соотношения:

1	$0 \in E, \emptyset \in B, 7 \in D, 2 \in A, \{2\} \in C, 0 \in I, 1 \in B, 1 \in J, \{2,7\} \in D, \{2,7\} \in C, H \in F, H \in G$
2	$\{\emptyset\} \in E, \emptyset \in B, \{4\} \in D, 3 \in A, \emptyset \in C, \{1\} \in L, 1 \in B, L \in K, \{4,2\} \in D, 3 \in I, G \in I, 2 \in K$
3	$\{\emptyset\} \in E, \emptyset \in F, \{1\} \in K, \emptyset \in G, 1 \in B, 0 \in L, K \in F, K \in L, \{1,2\} \in D, 2 \in E, G \in L, K \in H$
4	$\{\emptyset\} \in E, \emptyset \in B, 0 \in D, 2 \in A, \{7\} \in C, 0 \in H, 1 \in B, H \in B, \{7,1\} \in D, \{2,7\} \in C, 1 \in K, 1 \in G, \emptyset \in H$
5	$\{\emptyset\} \in E, \emptyset \in B, 2 \in D, 2^3 \in A, 2 \in C, 0 \in H, 1 \in B, 1 \in J, \{5,3\} \in D, \{2,7\} \in C, H \in B, 1 \in G$
6	$0 \in E, \emptyset \in B, \{2\} \in D, 4 \in A, 0 \in C, \{\emptyset\} \in I, 1 \in B, 1 \in J, \{2,5\} \in D, \{7\} \in C, H \in F, H \in G$
7	$0 \in F, \{\emptyset\} \in B, 4 \in C, \{7\} \in A, \{2\} \in D, 0 \in H, 1 \in B, 1 \in J, \{1,4\} \in D, \{2,4\} \in C, 1 \in G, H \in B$
8	$0 \in E, \emptyset \in B, 7 \in D, \{5\} \in A, 2 \in C, 0 \in I, 1 \in B, H \in J, \{5,7\} \in D, \{3,1\} \in C, H \in F, H \in G$
9	$0 \in E, 1 \in B, 7 \in C, 3^2 \in A, \{2\} \in D, 0 \in H, H \in B, 1 \in J, \{1,7\} \in D, 2 \in C, 1 \in F, H \in J$
10	$0 \in E, \emptyset \in B, 3 \in D, 6 \in A, 0 \in C, \{\emptyset\} \in I, 1 \in B, 1 \in J, \{1,5\} \in D, \{2,0\} \in C, H \in F, H \in G$
11	$0 \in G, \{\emptyset\} \in B, 3 \in D, \{6\} \in A, 2 \in C, \{\emptyset\} \in H, 1 \in E, H \in J, \{1,7\} \in D, \{5,0\} \in C, 1 \in F, H \in B$
12	$\{\emptyset\} \in E, 2 \in B, 0 \in D, 2 \in A, \{7\} \in C, 0 \in H, 1 \in B, H \in B, \{7,1\} \in D, \{1,7\} \in C, 1 \in K, 1 \in G, \emptyset \in H$
13	$0 \in E, \{\emptyset\} \in B, \{2\} \in D, 1 \in A, 2 \in C, \emptyset \in H, 1 \in B, 1 \in E, \{1,7\} \in D, 0 \in C, 1 \in G, H \in B$
14	$1 \in E, \emptyset \in B, 7 \in D, 3 \in A, \{2\} \in C, 0 \in I, 1 \in B, 1 \in J, \{2,4\} \in D, \{6,2\} \in C, H \in F, H \in G$
15	$0 \in E, \{\emptyset\} \in B, \{7\} \in C, 8 \in A, \{2\} \in D, \emptyset \in H, H \in B, H \in J, \{1,7\} \in D, 2 \in C, 1 \in F, H \in J$
16	$0 \in E, \{\emptyset\} \in B, 7 \in D, \{5\} \in A, 0 \in C, 0 \in I, 1 \in B, H \in J, \{3,7\} \in D, \{3,1\} \in C, H \in F, H \in G$
17	$\{\emptyset\} \in E, \emptyset \in B, 2 \in D, 2^3 \in A, \{3\} \in C, 0 \in H, 1 \in B, 1 \in J, \{4,7\} \in D, \{2,7\} \in C, H \in B, 1 \in G$
18	$\{\emptyset\} \in E, \emptyset \in B, \{4\} \in D, 5 \in A, \emptyset \in C, \{1\} \in L, 1 \in B, L \in H, \{3,2\} \in D, 3 \in I, G \in I, 2 \in D$
19	$\{\emptyset\} \in E, \{11\} \in D, \{1\} \in K, \emptyset \in G, \emptyset \in F, 0 \in L, K \in F, K \in L, \{1,2\} \in D, 2 \in E, G \in L, K \in H$
20	$0 \in E, \emptyset \in B, \{7\} \in C, 5 \in A, 0 \in C, \{\emptyset\} \in I, 1 \in B, 1 \in J, \{2,5\} \in D, \{7\} \in C, H \in F, H \in G$

- д) Вычислить мощность каждого из указанных множеств

1 A,I,H,M	4 A,I,H,M	7 A,I,H,O	10 A,I,H,M	13 A,I,H,M	16 A,I,H,N	19 A,K,G,M
2 A,E,F,O	5 A,I,H,M	8 A,I,H,M	11 A,L,H,P	14 A,I,H,M	17 A,I,H,M	20 A,I,H,M
3 A,I,G,N	6 A,I,K,N	9 A,I,H,O	12 A,K,H,M	15 A,I,H,M	18 A,I,F,M	

- е) Перечислить элементы множеств P и R, заданных описанием.

- ж) Задать описанием множества:

1 H,I,S	4 J,I,S	7 T,H,S	10 S,I,T	13 I,H,S	16 E,I,S	19 K,G,S
2 L,F,S	5 H,I,S	8 I,E,S	11 I,S,H	14 T,S,I	17 S,H,T	20 H,I,S
3 G,K,S	6 I,H,S	9 S,I,H	12 T,H,S	15 E,H,S	18 F,L,S	

- з) Выписать все подмножества указанного множества.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E	G	F	E	T	E	T	J	E	E	T	E	I	E	T	J	T	G	T	H

- и) Определить, верны ли следующие соотношения:

1 $T \subset G, H \subset B, \{0,1,2\} \subset J$	6 $T \subset E, H \subset B, \{0,1\} \subset J$	11 $T \subset F, I \subset B, \{1,2,3\} \subset J$	16 $T \subset G, I \subset B, \{1,2\} \subset J$
2 $T \subset J, \{\emptyset\} \subset B, G \subset I$	7 $T \subset F, H \subset B, \{0,1,4\} \subset N$	12 $T \subset G, I \subset D, \{1,1\} \subset J$	17 $T \subset F, I \subset B, \{1,2\} \subset K$
3 $T \subset H, \{\emptyset\} \subset L, \{1\} \subset F$	8 $T \subset E, H \subset B, \{2, \{1\}, 0\} \subset J$	13 $T \subset J, I \subset F, \{1,0,3\} \subset J$	18 $T \subset J, I \subset B, \{2,1\} \subset G$
4 $T \subset G, H \subset B, \{1,2\} \subset K$	9 $T \subset G, I \subset D, \{0,1,2\} \subset J$	14 $T \subset G, I \subset B, \{1,0\} \subset J$	19 $T \subset H, K \subset L, \{1,1\} \subset J$
5 $T \subset S, H \subset B, \{0,1,3\} \subset J$	10 $T \subset F, I \subset C, \{1,2,3\} \subset J$	15 $T \subset F, H \subset B, \{1,2,3\} \subset J$	20 $T \subset S, E \subset G, \{1,2,3\} \subset J$

2. а) Задать указанные множества А, В и С.

1	$A=\{3, 2, 5, 6\}$, $B=\{8, 6, 0, 2, 3\}$, $C=\{3, 6, 4, 7, 8, 9\}$	6	$A=\{1, 6, 7, 9, 3\}$, $B=\{5, 9, 2, 3, 1\}$, $C=\{5, 2, 1, 8, 3, 6\}$	11	$A=\{1, 5, 6\}$, $B=\{6, 0, 7, 3, 8, 1\}$, $C=\{4, 0, 6, 2, 8, 3\}$	16	$A=\{4, 1, 3, 5, 8\}$, $B=\{6, 8, 2, 3, 4\}$, $C=\{6, 3, 0, 7, 2\}$
2	$A=\{5, 3, 6, 1, 0, 2\}$, $B=\{4, 7, 3, 2\}$, $C=\{8, 2, 6, 3, 0\}$	7	$A=\{1, 5, 0, 7, 3\}$, $B=\{2, 1, 5, 6, 7\}$, $C=\{1, 0, 3, 8, 7, 5\}$	12	$A=\{2, 7, 3, 6\}$, $B=\{0, 7, 3, 8, 1\}$, $C=\{1, 7, 3, 0\}$	17	$A=\{8, 9, 1\}$, $B=\{2, 4, 1, 6\}$, $C=\{0, 2, 3, 7, 2, 5\}$
3	$A=\{7, 0, 4, 3, 6, 8\}$, $B=\{0, 3, 4, 2, 8, 5\}$, $C=\{8, 1, 7, 5\}$	8	$A=\{7, 1, 6, 8, 4, 5\}$, $B=\{0, 3, 5\}$, $C=\{4, 0, 2, 1, 5, 8\}$	13	$A=\{7, 9, 2, 3\}$, $B=\{4, 5, 0, 1, 3, 9\}$, $C=\{0, 8, 5\}$	18	$A=\{4, 6, 3, 8\}$, $B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C=\{0, 5, 6, 9, 8\}$
4	$A=\{1, 8, 7, 3, 2, 6\}$, $B=\{6, 7, 0, 4, 1\}$, $C=\{5, 7, 3, 6, 1, 0\}$	9	$A=\{3, 6, 4, 7, 8, 9\}$, $B=\{8, 4, 5, 2, 0\}$, $C=\{1, 3, 6, 4, 2\}$	14	$A=\{4, 1, 6, 3, 5, 2\}$, $B=\{2, 1, 0, 9\}$, $C=\{4, 3, 2, 6\}$	19	$A=\{4, 2, 9, 3, 8\}$, $B=\{5, 4, 2, 7, 1\}$, $C=\{9, 0, 1, 2, 4, 3\}$
5	$A=\{2, 6, 0, 9, 8\}$, $B=\{5, 8, 2, 3\}$, $C=\{6, 9, 0, 1, 2, 3\}$	10	$A=\{7, 2, 5, 6, 1, 0\}$, $B=\{9, 0, 1, 2, 3\}$, $C=\{7, 6, 1, 0, 8, 5\}$	15	$A=\{9, 7, 5, 6, 3\}$, $B=\{1, 2, 8, 9, 0\}$, $C=\{1, 0, 8, 7\}$	20	$A=\{8, 0, 4, 9, 6, 3\}$, $B=\{4, 3, 5, 0, 2\}$, $C=\{1, 0, 5, 6, 9\}$

б) Найти результаты следующих операций над заданными множествами:

1	$A \cap C, C \cup A, C \setminus B, B \setminus C, B \Delta C$	11	$B \cup C, C \cap B, A \setminus B, B \setminus C, B \Delta C$
2	$A \cup B, B \cap A, B \setminus C, C \setminus B, C \Delta B$	12	$B \cap A, C \cup B, A \setminus C, C \setminus A, A \Delta C$
3	$B \cup C, A \cap C, A \setminus B, B \setminus A, B \Delta A$	13	$A \cup B, A \cap C, C \setminus B, B \setminus C, C \Delta B$
4	$A \cap C, A \cup C, B \setminus C, C \setminus A, C \Delta A$	14	$A \cap C, C \cup A, B \setminus A, A \setminus C, A \Delta C$
5	$B \cap A, B \cup A, A \setminus B, C \setminus B, B \Delta A$	15	$B \cup C, A \cap C, C \setminus A, A \setminus C, C \Delta A$
6	$B \cap C, A \cup B, C \setminus B, B \setminus C, C \Delta B$	16	$C \cup B, B \cap A, B \setminus C, C \setminus B, B \Delta C$
7	$A \cap C, B \cup A, A \setminus B, B \setminus A, B \Delta A$	17	$A \cap B, C \cup B, B \setminus A, A \setminus B, A \Delta B$
8	$B \cap C, C \cup B, C \setminus A, B \setminus A, C \Delta B$	18	$B \cap C, C \cup B, C \setminus A, A \setminus B, C \Delta B$
9	$A \cap B, B \cap A, C \setminus B, B \setminus A, B \Delta A$	19	$A \cup C, C \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$
10	$B \cup C, B \cap A, C \setminus A, A \setminus C, A \Delta C$	20	$C \cup B, B \cap C, C \setminus A, B \setminus A, B \Delta C$

в) Найти значение выражения:

1	$(A \Delta B) \cap C$	5	$(A \setminus B) \cup C$	9	$\bar{A} \cap (B \cup C)$	13	$(\bar{A} \Delta B) \setminus C$	17	$(\bar{A} \Delta B) \cup C$
2	$(A \setminus B) \cap C$	6	$(A \cap B) \Delta C$	10	$A \setminus (\bar{B} \cap C)$	14	$(A \cup \bar{B}) \Delta C$	18	$A \cup (\bar{B} \cap C)$
3	$(\bar{A} \cap B) \setminus C$	7	$(A \cup \bar{B}) \setminus C$	11	$\bar{A} \cup (B \setminus C)$	15	$A \cap (\bar{B} \Delta C)$	19	$\bar{A} \Delta (\bar{B} \cap C)$
4	$(A \cup B) \Delta C$	8	$(\bar{A} \Delta B) \setminus C$	12	$A \Delta (B \cup C)$	16	$(\bar{A} \setminus B) \cap C$	20	$(A \cap \bar{B}) \setminus C$

г) Проверить, справедливы ли следующие отношения включения и принадлежности:

1	$\{3, 5\} \subseteq A, \{3, 5\} \subseteq B, \emptyset \subseteq C, \{2\} \subseteq C, 2 \in C$	11	$\{3, 8\} \subseteq A, \{3, 8\} \subseteq B, \emptyset \subseteq C, 1 \in A, 1 \in C$
2	$\{2, 6\} \subseteq A, \emptyset \subseteq C, \{2, 6\} \subseteq B, 0 \in C, 0 \in \emptyset$	12	$\{7, 1\} \subseteq C, \emptyset \subseteq B, \{7, 1\} \subseteq A, \{7, 1\} \in C, 0 \in \emptyset$
3	$\{0, 3\} \subseteq A, \emptyset \subseteq B, \{1, 3\} \subseteq C, 1 \in C, \{1\} \in A$	13	$\emptyset \subseteq C, \{9, 0\} \subseteq A, \{9, 0\} \subseteq B, \{0\} \in C, 0 \in B$
4	$\{6, 0\} \subseteq A, \{6, 0\} \subseteq B, \{6, 0\} \subseteq C, 0 \in \emptyset, 0 \in B$	14	$\{1, 2\} \subseteq A, \emptyset \subseteq B, \{1, 2\} \subseteq C, 2 \in B, \{2\} \in C$
5	$\{0, 8\} \subseteq A, \{0, 8\} \subseteq B, \emptyset \subseteq C, \{9\} \in A, 9 \in B$	15	$\{9, 0\} \subseteq C, \{9, 0\} \subseteq A, \emptyset \subseteq B, 0 \in \emptyset, 0 \in B$
6	$\emptyset \subseteq A, \{3, 6\} \subseteq C, \{3, 6\} \subseteq B, \{3, 8\} \in C, 3 \in A$	16	$\{6, 3\} \subseteq B, \{6, 3\} \subseteq A, \emptyset \subseteq C, \{6\} \in B, 0 \in \emptyset$
7	$\{3, 8\} \subseteq A, \{3, 8\} \subseteq C, \emptyset \subseteq B, 0 \in \emptyset, \{5\} \in B$	17	$\{1, 9\} \subseteq A, \emptyset \subseteq B, \{1, 9\} \subseteq C, 1 \in A, \{0\} \in B$
8	$\{9, 7\} \subseteq A, \{9, 7\} \subseteq B, \emptyset \subseteq C, \{0\} \in C, 0 \in B$	18	$\emptyset \subseteq C, \{8, 3\} \subseteq A, \{3, 8\} \subseteq C, 6 \in B, 0 \in \emptyset$
9	$\{8, 0\} \subseteq A, \emptyset \subseteq C, \{8, 0\} \subseteq B, 4 \in A, \{8, 0\} \in B$	19	$\{5, 4\} \subseteq B, \{5, 4\} \subseteq C, \emptyset \subseteq A, \{9\} \in C, 9 \in A$
10	$\{0, 1\} \subseteq A, \emptyset \subseteq B, \{0, 1\} \subseteq C, \{0\} \subseteq B, \{0\} \in B$	20	$\{0, 6\} \subseteq A, \emptyset \subseteq C, \{0, 6\} \subseteq B, \{0\} \in A, 0 \in B$

3. а) Задать множества $X \subseteq N, Y \subseteq N$, используя сокращенную запись (с многоточием).

	X	Y		X	Y
1	$\{x x = 3k, k = 0, \dots, 10\}$	$\{y y - \text{четн.}, 2 \leq y \leq 24\}$	11	$\{x x = 4k, k = 3, \dots, 8\}$	$\{y y - \text{четн.}, 12 \leq y \leq 25\}$
2	$\{x x = 4k, k = 0, \dots, 5\}$	$\{y y - \text{четн.}, y \leq 20\}$	12	$\{x x = 3k, k = 1, \dots, 10\}$	$\{y y - \text{нечет.}, 2 < y \leq 20\}$

3	$\{x x = 2k, k = 0, \dots, 10\}$	$\{y y - \text{четн.}, 4 \leq y \leq 20\}$
4	$\{x x = 3k, k = 0, \dots, 8\}$	$\{y y - \text{нечет.}, 2 \leq y \leq 14\}$
5	$\{x x = 7k, k = 1, \dots, 5\}$	$\{y y - \text{нечет.}, 3 \leq y \leq 15\}$
6	$\{x x = 5k, k = 2, \dots, 8\}$	$\{y y - \text{четн.}, 10 \leq y \leq 21\}$
7	$\{x x = 3k, k = 1, \dots, 7\}$	$\{y y - \text{нечет.}, 2 \leq y \leq 11\}$
8	$\{x x = 8k, k = 0, \dots, 8\}$	$\{y y - \text{четн.}, 7 \leq y \leq 16\}$
9	$\{x x = 4k, k = 1, \dots, 7\}$	$\{y y - \text{четн.}, 8 \leq y \leq 22\}$
10	$\{x x = 6k, k = 1, \dots, 5\}$	$\{y y - \text{четн.}, 5 \leq y \leq 28\}$

13	$\{x x = 5k, k = 1, \dots, 6\}$	$\{y y - \text{нечет.}, y \leq 29\}$
14	$\{x x = 2k, k = 0, \dots, 15\}$	$\{y y - \text{четн.}, 8 \leq y \leq 30\}$
15	$\{x x = 8k, k = 1, \dots, 6\}$	$\{y y - \text{четн.}, 8 \leq y \leq 30\}$
16	$\{x x = 7k, k = 1, \dots, 6\}$	$\{y y - \text{нечет.}, 7 \leq y \leq 35\}$
17	$\{x x = 4k, k = 0, \dots, 5\}$	$\{y y - \text{четн.}, 2 \leq y \leq 24\}$
18	$\{x x = 2k, k = 0, \dots, 10\}$	$\{y y - \text{четн.}, 6 \leq y \leq 23\}$
19	$\{x x = 6k, k = 1, \dots, 6\}$	$\{y y - \text{четн.}, y \leq 30\}$
20	$\{x x = 3k, k = 2, \dots, 8\}$	$\{y y - \text{нечет.}, 3 \leq y \leq 25\}$

б) Получить все элементы множества Z, найти $|Z|$, булеан $P(Z)$ и получить все подмножества множества Z заданной мощности.

№ варианта	1,12,13,15,18	2,5,7,9,19	3,8,10,14,17	4,6,11,16,20
множество Z	$Z = Y \cup X$	$Z = X \cap Y$	$Z = X \Delta Y$	$Z = X \setminus Y$
подмножества	двухэлементные	трехэлементные	одноэлементные	четырёхэлементные

4. Выяснить, из каких элементов состоит множество D. Здесь D – результат выполнения операций над множествами, полученными в задачах 2 и 3.

	D
1	$((Y \setminus (B \cup C)) \cap Z \cup (B \Delta A)) \setminus C$
2	$((A \cup Z) \setminus C) \cap (B \Delta Y) \cup (Y \setminus A)$
3	$((Y \setminus C) \cap (Z \Delta B) \cup Y \setminus A) \setminus (B \cap C)$
4	$((Y \Delta B) \cup A) \cap Z \setminus C \cup (B \Delta A)$
5	$((C \cap B) \setminus (Z \Delta Y)) \setminus A \cup (X \Delta B)$
6	$((B \cap (X \Delta C)) \setminus A) \setminus (Y \Delta B) \cup Z \setminus A$
7	$((X \Delta (Y \Delta A)) \cap B \cup (Z \Delta C)) \cap Z$
8	$((Z \setminus C) \cup (B \Delta X)) \setminus Z \cap ((A \Delta C) \setminus Y)$
9	$((C \Delta A) \cap Y) \setminus (Z \Delta X) \cap (Y \cup B)$
10	$((B \cup C) \setminus X) \cap ((Y \Delta Z) \setminus (A \Delta C)) \setminus X$

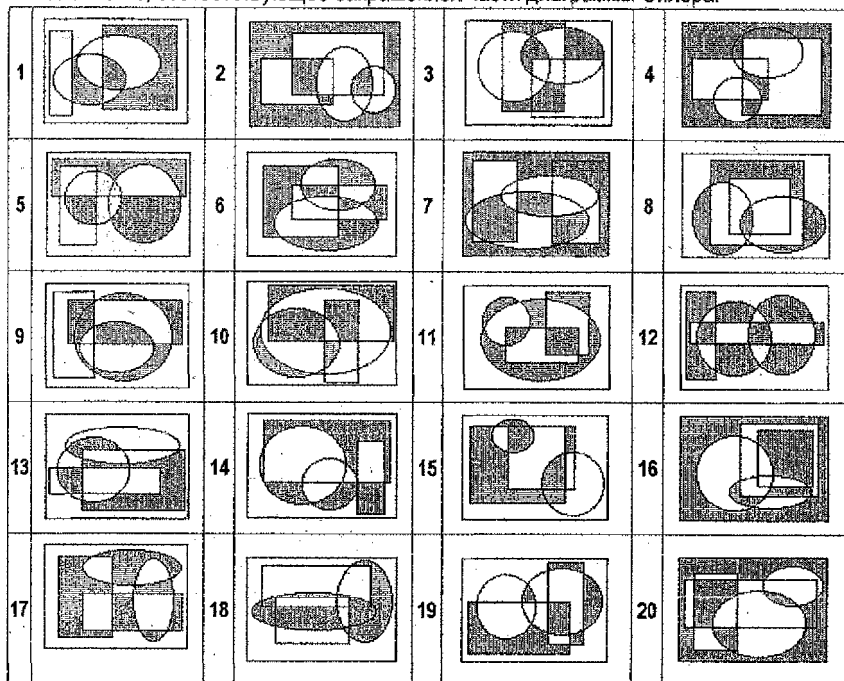
	D
11	$((X \setminus Y) \cup (C \Delta A)) \setminus B \cap (Z \setminus B)$
12	$((B \Delta Z) \setminus A) \cup (Y \cap X) \cap (A \setminus (C \Delta Z))$
13	$((X \cap (Z \cup A)) \setminus B) \setminus (C \setminus (Y \Delta A)) \setminus Y$
14	$((Z \Delta A) \cap (C \cup (Y \setminus B))) \setminus (A \cup X)$
15	$((A \Delta C) \setminus (X \Delta Y)) \cup ((B \cap Z) \setminus Y)$
16	$C \setminus (Y \cup (A \Delta B)) \cup (Z \Delta Y) \setminus (C \setminus X)$
17	$((Z \Delta C) \setminus Y) \cup A \setminus (B \Delta X) \cap Y$
18	$((A \cup B) \setminus X) \cap ((A \Delta Y) \cup (Z \setminus C)) \setminus B$
19	$((Y \cap B) \setminus (X \Delta A) \cap C) \setminus Z \cup X$
20	$C \setminus (A \cap (X \Delta Y)) \cup Z \setminus (B \Delta X)$

5. Упростить выражение в DeMorgan и с помощью кругов Эйлера (не используя компьютер) проверить правильность полученного результата.

1	$(\overline{P} \cap Q \Delta R) \setminus P \cup Q \cup R \cup (\overline{P} \setminus Q \cap P)$
2	$P \Delta (P \cup (P \cap Q)) \cap \overline{R} \cup (P \cup Q) \cup (((P \cap Q) \Delta Q) \cap R)$
3	$(\overline{P} \cup R \cup (Q \Delta R)) \setminus P \cap (P \Delta (Q \cap R)) \cup (Q \cup R) \setminus P$
4	$((Q \Delta P) \cap P \cap \overline{R} \Delta Q) \setminus P \cap (\overline{P} \setminus R \cup \overline{Q})$
5	$(Q \Delta R \cap P) \setminus (P \setminus (Q \cup R)) \cap (\overline{P} \cup \overline{R} \cup \overline{Q})$
6	$(P \cup (Q \Delta R)) \setminus (P \cap Q) \cup R \cap (Q \setminus R)$
7	$((P \Delta Q) \cap R) \setminus (R \cap P) \cup (\overline{Q} \setminus (P \cup R) \cap Q)$
8	$((Q \cup P) \setminus (P \Delta R)) \cap (R \cap \overline{P}) \cap (\overline{R} \setminus P)$
9	$Q \cap \overline{P} \cup P \Delta R \cup P \setminus (Q \Delta R) \cup (Q \cup P) \setminus R$
10	$\overline{P} \cup \overline{Q} \cup ((P \cap Q) \Delta (P \cap R)) \cup ((P \Delta Q) \cup (P \cap Q)) \setminus R$
11	$(\overline{P} \cup \overline{Q} \cap R) \cup ((P \Delta Q) \cup R) \setminus Q \cap P \Delta R \cup (R \cap P \cap Q)$
12	$((P \Delta R) \Delta Q) \setminus (Q \cup (R \cup P \cup Q)) \cup (P \cap Q) \setminus (\overline{R} \cap Q \cap P)$
13	$(Q \setminus P \setminus R \cap Q) \cup ((P \cap Q) \Delta (R \cap Q))$

14	$(Q \cap (P \Delta R) \cup Q \cap R \cap P) \setminus (P \Delta R \setminus P \cup Q \cup R)$
15	$((P \setminus (Q \cup R) \setminus P \cup Q \cup R) \setminus Q \Delta R) \cap P$
16	$((P \setminus Q) \Delta (P \cap R)) \setminus ((P \Delta Q) \setminus R) \cup (R \setminus Q)$
17	$((Q \Delta R) \setminus P \cup P \setminus (Q \cup R)) \setminus P \cup Q \cup R \cap R \cup Q$
18	$((P \setminus (Q \cup R)) \cup Q \cup R \cup (Q \cap R \cap P)) \Delta Q \cup R$
19	$((Q \Delta P) \setminus R \cup P \cap Q \cap R \cup ((P \cap R) \Delta (Q \cap R))) \setminus Q$
20	$(P \cup Q \cup R) \cap ((Q \setminus (P \cup R) \cap Q) \setminus ((P \cap Q) \Delta (R \cap Q)))$

6. Ввести обозначения для множеств и составить выражение, которое описывает множество, соответствующее закрашенной части диаграммы Эйлера.



7. Используя свойства операций над множествами, проверить справедливость тождества.

1	$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$	8	$(A \cup B) \setminus (A \Delta B) = A \cap B$	15	$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$
2	$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$	9	$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$	16	$(A \cap B) \Delta B = A \setminus B$
3	$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$	10	$A \setminus (B \cap A) = \bar{A}$	17	$B \setminus (A \cup C) = (B \setminus A) \cap (B \setminus C)$
4	$A \Delta B = \bar{A} \cap \bar{B} \cup A \cap B$	11	$(A \Delta B) \cap \bar{B} = A \setminus B$	18	$(B \setminus C) \cup (A \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$
5	$A \setminus B \cap (C \cup A) = A \setminus C$	12	$A \cup B \cap \bar{A} \cup \bar{B} = \bar{A} \cap \bar{B}$	19	$B \setminus (A \Delta B) = A \setminus B$
6	$A \cup B \cap \bar{C} \cup \bar{C} = A \cup \bar{C}$	13	$(A \setminus C) \Delta \bar{C} = A \cup \bar{C}$	20	$\bar{A} \setminus (B \cup C) = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
7	$(A \cup B) \setminus C = A \setminus C \cup B \setminus C$	14	$(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$		

8. Даны множества X и Y. Найти прямые произведения $X \times Y$ и $Y \times X$.

1	$X=\{2,6,8\}$ $Y=\{6,4\}$	6	$X=\{1,6,8\}$ $Y=\{6,3\}$	11	$X=\{4,8,1\}$ $Y=\{2,6\}$	16	$X=\{1,0,7\}$ $Y=\{5,9\}$
2	$X=\{1,7,2\}$ $Y=\{3,2\}$	7	$X=\{1,7,0\}$ $Y=\{1,2\}$	12	$X=\{2,3,8\}$ $Y=\{1,4\}$	17	$X=\{1,6,7\}$ $Y=\{6,3\}$
3	$X=\{2,3,8\}$ $Y=\{1,4\}$	8	$X=\{2,3,0\}$ $Y=\{1,4\}$	13	$X=\{0,7,2\}$ $Y=\{5,2\}$	18	$X=\{1,7,2\}$ $Y=\{1,3\}$
4	$X=\{6,8,1\}$ $Y=\{1,0\}$	9	$X=\{4,8,1\}$ $Y=\{1,0\}$	14	$X=\{2,0,8\}$ $Y=\{7,4\}$	19	$X=\{2,3,1\}$ $Y=\{1,4\}$
5	$X=\{1,3,7\}$ $Y=\{5,4\}$	10	$X=\{3,6,9\}$ $Y=\{1,6\}$	15	$X=\{6,3,1\}$ $Y=\{2,0\}$	20	$X=\{2,8,1\}$ $Y=\{0,3\}$

9. Некоторые из множеств Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 являются декартовыми произведениями множеств X и Y . Определите, какие из множеств Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 являются такими произведениями, а также указать, чему в этом случае равны X и Y .

1	$Z_1=\{(2, 1), (2, 3), (4, 1), (4, 3)\};$ $Z_2=\{(1, 2), (3, 2), (3, 4)\};$ $Z_3=\{(3, 2), (3, 4), (2, 1), (4, 1)\};$ $Z_4=\{(1, 2), (3, 2), (1, 4), (3, 4)\};$	8	$Z_1=\{(1, 2), (1, 0), (0, 2)\};$ $Z_2=\{(1, 2), (0, 7), (1, 7), (0, 2)\};$ $Z_3=\{(1, 2), (1, 0), (0, 0), (0, 2)\};$ $Z_4=\{(7, 0), (2, 0), (2, 1), (7, 1)\};$	15	$Z_1=\{(2, 5), (9, 2), (5, 5), (5, 2)\};$ $Z_2=\{(5, 5), (5, 2), (9, 2), (9, 5)\};$ $Z_3=\{(2, 5), (5, 5), (5, 9), (2, 9)\};$ $Z_4=\{(5, 9), (2, 5)\};$
2	$Z_1=\{(2, 3), (2, 5), (3, 1), (5, 3)\};$ $Z_2=\{(1, 2), (5, 3)\};$ $Z_3=\{(5, 2), (5, 1), (3, 1), (3, 2)\};$ $Z_4=\{(2, 5), (2, 3), (1, 3), (1, 5)\};$	9	$Z_1=\{(9, 2), (5, 3), (5, 2), (9, 3)\};$ $Z_2=\{(5, 9), (5, 2), (9, 3), (9, 5)\};$ $Z_3=\{(5, 9), (2, 3)\};$ $Z_4=\{(2, 5), (2, 9), (3, 5), (3, 9)\};$	16	$Z_1=\{(2, 4), (1, 8), (2, 1), (4, 8)\};$ $Z_2=\{(1, 8), (2, 4), (1, 4), (2, 8)\};$ $Z_3=\{(2, 8), (2, 4), (1, 4)\};$ $Z_4=\{(4, 2), (4, 1), (8, 1), (8, 2)\};$
3	$Z_1=\{(2, 0), (2, 1), (0, 0), (0, 1)\};$ $Z_2=\{(1, 2), (0, 2), (1, 1), (0, 0)\};$ $Z_3=\{(1, 2), (1, 0), (0, 0), (0, 2)\};$ $Z_4=\{(1, 2), (1, 0), (0, 2)\};$	10	$Z_1=\{(5, 2), (5, 7), (1, 7), (1, 2)\};$ $Z_2=\{(2, 1), (7, 5)\};$ $Z_3=\{(2, 2), (1, 5), (5, 1), (7, 5)\};$ $Z_4=\{(2, 5), (2, 1), (7, 5), (7, 1)\};$	17	$Z_1=\{(0, 1), (0, 3), (4, 1), (4, 3)\};$ $Z_2=\{(1, 2), (3, 0), (3, 4)\};$ $Z_3=\{(3, 2), (3, 4), (0, 1), (4, 1)\};$ $Z_4=\{(1, 0), (1, 4), (3, 0), (3, 4)\};$
4	$Z_1=\{(2, 5), (9, 2), (5, 5), (5, 2)\};$ $Z_2=\{(5, 5), (5, 2), (9, 2), (9, 5)\};$ $Z_3=\{(5, 9), (2, 5)\};$ $Z_4=\{(2, 5), (5, 5), (5, 9), (2, 9)\};$	11	$Z_1=\{(9, 2), (5, 3), (5, 2), (9, 3)\};$ $Z_2=\{(5, 9), (2, 3)\};$ $Z_3=\{(5, 9), (5, 2), (9, 3), (9, 5)\};$ $Z_4=\{(2, 5), (2, 9), (3, 5), (3, 9)\};$	18	$Z_1=\{(5, 2), (5, 1), (3, 1), (3, 2)\};$ $Z_2=\{(3, 2), (5, 3)\};$ $Z_3=\{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (5, 3)\};$ $Z_4=\{(2, 5), (2, 3), (1, 3), (1, 5)\};$
5	$Z_1=\{(2, 4), (1, 8), (2, 1), (4, 8)\};$ $Z_2=\{(2, 8), (2, 4), (1, 4)\};$ $Z_3=\{(4, 2), (4, 1), (8, 1), (8, 2)\};$ $Z_4=\{(1, 8), (2, 4), (1, 4), (2, 8)\};$	12	$Z_1=\{(1, 2), (3, 2), (3, 4)\};$ $Z_2=\{(2, 1), (2, 3), (4, 1), (4, 3)\};$ $Z_3=\{(1, 2), (3, 2), (1, 4), (3, 4)\};$ $Z_4=\{(3, 2), (3, 4), (2, 1), (4, 1)\};$	19	$Z_1=\{(1, 2), (1, 0), (0, 2)\};$ $Z_2=\{(1, 2), (0, 2), (1, 7), (0, 7)\};$ $Z_3=\{(7, 0), (2, 0), (2, 1), (7, 1)\};$ $Z_4=\{(1, 2), (1, 0), (0, 0), (0, 2)\};$
6	$Z_1=\{(3, 2), (3, 4), (0, 1), (4, 1)\};$ $Z_2=\{(0, 1), (0, 3), (4, 1), (4, 3)\};$ $Z_3=\{(1, 2), (3, 0), (3, 4)\};$ $Z_4=\{(1, 0), (3, 0), (1, 4), (3, 4)\};$	13	$Z_1=\{(2, 5), (2, 3), (1, 3), (1, 5)\};$ $Z_2=\{(1, 2), (5, 3)\};$ $Z_3=\{(2, 3), (2, 5), (3, 1), (5, 3)\};$ $Z_4=\{(5, 2), (5, 1), (3, 1), (3, 2)\};$	20	$Z_1=\{(5, 2), (5, 4), (0, 1), (1, 4)\};$ $Z_2=\{(5, 1), (4, 2), (5, 2), (4, 1)\};$ $Z_3=\{(5, 4), (1, 2)\};$ $Z_4=\{(2, 4), (2, 5), (1, 5), (1, 4)\};$
7	$Z_1=\{(2, 5), (2, 3), (1, 3), (1, 5)\};$ $Z_2=\{(3, 2), (5, 3)\};$ $Z_3=\{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (5, 3)\};$ $Z_4=\{(5, 2), (5, 1), (3, 1), (3, 2)\};$	14	$Z_1=\{(1, 2), (1, 0), (0, 2)\};$ $Z_2=\{(1, 2), (1, 0), (0, 0), (0, 2)\};$ $Z_3=\{(1, 2), (0, 2), (1, 1), (0, 0)\};$ $Z_4=\{(2, 0), (2, 1), (0, 0), (0, 1)\};$		

10. Даны множества A, B и C (см. задачу 2). Необходимо (а) найти мощность прямых произведений M, N и K ; (б) определить размерность векторов, которые являются элементами множеств M, N и K , если:

1	$M=A \times B \times B \times A, N=C^3, K=C \times B$	11	$M=C \times C \times B \times A, N=B^2, K=A \times B \times C$
2	$M=A^4, N=C \times B \times B \times A \times A, K=C \times A \times B$	12	$M=A \times B, N=C \times A \times B \times A, K=A^3$
3	$M=C \times B \times A \times A, N=C \times B \times B, K=B^4$	13	$M=B^3, N=C \times B \times C \times B \times A, K=A \times C$
4	$M=B \times A \times A \times A, N=C^2, K=C \times B \times A$	14	$M=B \times C \times A \times A \times B, N=A^4, K=A \times B \times A$
5	$M=A \times B, N=B^4, K=C \times A \times A \times B$	15	$M=A \times C \times A, N=C \times B \times A \times B, K=B^3$
6	$M=A \times B \times C \times C, N=C \times B \times A, K=C^2$	16	$M=C^2, N=A \times B \times C \times B, K=A \times B \times A$
7	$M=A \times A \times C \times A \times B, N=A^3, K=C \times B$	17	$M=A \times B, N=A^4, K=A \times B \times C \times C \times B$
8	$M=A \times C \times B \times A, N=B \times A \times A, K=B^2$	18	$M=B \times A \times B, N=B^3, K=A \times C \times B \times C \times C$
9	$M=B \times C \times B \times B \times A, N=C^4, K=A \times B$	19	$M=A \times C \times B \times B, N=A \times B \times C, K=C^2$
10	$M=A^2, N=C \times B \times A \times C, K=C \times B \times B$	20	$M=C \times A \times A \times B \times A, N=C^4, K=A \times C$

11. Задано множество X.

1	$X = \{-2, 0, 5, 1, 3\}$	6	$X = \{-2, 0, 5, 2, 3\}$	11	$X = \{1, 2, 3, -4, 5\}$	16	$X = \{-2, 0, 6, 2, 3\}$
2	$X = \{7, 0, -5, 5, 1\}$	7	$X = \{8, 0, -5, 2, 3\}$	12	$X = \{-2, 0, 5, 1, 3\}$	17	$X = \{-2, 6, 5, 0, 3\}$
3	$X = \{-1, 0, 2, 1, -2\}$	8	$X = \{-3, 0, 3, 8, -2\}$	13	$X = \{7, 0, -5, 5, 2\}$	18	$X = \{8, 0, -5, 2, 1\}$
4	$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	9	$X = \{1, -2, 3, -4, 5\}$	14	$X = \{4, 0, 2, 1, -2\}$	19	$X = \{-3, 0, 3, 8, -2\}$
5	$X = \{-2, 0, 6, 1, 3\}$	10	$X = \{0, -2, 2, -8, 7\}$	15	$X = \{1, 2, -3, 4, 5\}$	20	$X = \{-1, 2, 3, -4, 5\}$

а) определить, сколько элементов содержит X^4 ;

б) выписать только те из приведенных объектов, которые являются элементами множества X^4 .

$\emptyset$	$\{2, 3, 0, 1\}$	$\{-2, 0, 3, 5\}$	$\{0, 8, 2, 2\}$	$\{-2, 0, 1, 3\}$	$\{2, 1, 0, 2\}$	$\{5, 4, 2, 1\}$
$\{-8, 2, -2, 7\}$	$\{-3, 4, 4, 5\}$	$\{-1, 0, 2, 0\}$	$\{-3, 4, 2, 5\}$	$\{-5, 5, -5, 5\}$	$\{0, 5, 3, 1\}$	$\{5, 1, 0\}$
$\{0, 0, 0, 0\}$	$\{1, 0, 1\}$	$\{2, 3, 1, 5\}$	$\{2, 3, 4, 5\}$	$\{8, 0, -3, 8\}$	$\{-4, 3, 5\}$	$\{1, -2, 4, 5\}$
$\{1, -1, 1, -1\}$	$\{-2, 5, -4, 3\}$	$\{1, -4, 3, 5\}$	$\{1, 3, 5, 5\}$	$\{7, 2, -2, 0\}$	$\{2, 1, -2, 2\}$	$\{1, 0, 0, 0\}$
$\{2, 3, 1, 5\}$	$\{0, -5, 8, 1\}$	$\{0, 2, 2, 0\}$	$\{4, 4, 4, 4, 4\}$	$\{4, 0, 2, -2\}$	$\{2, 1, -1, 2\}$	$\{7, 0, 5, -5\}$
$\{3, 2, -5, -8\}$	$\{-2, -2, -2, -2\}$	$\{3, 6, 5, 0\}$	$\{0, 2, 5\}$	$\{6, 2, -2, 0\}$	$\{8, 3, 0, -3\}$	$\{-4, 5, 5, -4\}$
$\{2, 3, 5, -1\}$	$\{2, 0, 4\}$	$\{0, 0, 0, 1\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{3, 8, -2, -3\}$	$\{8, 0, 0, -3\}$	$\{-1, 2, -3, 0\}$

12. Дан вектор a. Найти пр₁ a, пр₄ a, пр_{5,6} a, пр_{1,3,6} a, пр_{1,3,4} a, пр_{2,4} a.

1	$a = \{1, 3, 5, 1, 3, 7\}$	6	$a = \{1, 0, 5, 1, 2, 7\}$	11	$a = \{8, 9, 7, 3, 3, 9\}$	16	$a = \{2, 3, 4, 1, 6, 2\}$
2	$a = \{8, 9, 8, 3, 3, 7\}$	7	$a = \{8, 9, 8, 3, 3, 4\}$	12	$a = \{1, 3, 0, 1, 3, 7\}$	17	$a = \{1, 0, 5, 4, 3, 1\}$
3	$a = \{2, 3, 1, 1, 3, 2\}$	8	$a = \{2, 3, 4, 1, 6, 2\}$	13	$a = \{1, 9, 0, 5, 3, 1\}$	18	$a = \{1, 0, 5, 1, 2, 7\}$
4	$a = \{1, 9, 1, 5, 3, 1\}$	9	$a = \{1, 0, 5, 4, 3, 1\}$	14	$a = \{4, 3, 5, 7, 3, 0\}$	19	$a = \{8, 9, 8, 3, 3, 0\}$
5	$a = \{4, 3, 5, 7, 3, 0\}$	10	$a = \{1, 3, 8, 2, 1, 7\}$	15	$a = \{2, 3, 1, 1, 3, 2\}$	20	$a = \{1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

13. Для заданных множеств M_1, M_2, M_3, M_4

а) определить, по каким из них можно найти проекции;

б) найти пр_k M_k , пр_{1,2} M_k , где k – номер того множества, чьи проекции можно найти.

1	$M_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\};$ $M_2 = \{(1, 0, 0), (0, 1), (0, 0, 1)\};$ $M_3 = \{(2, 4), \{8, 9\}, \{2, 8\}\};$ $M_4 = \{(0, 0, 0, 1), (0, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 0, 0, 0)\}$	11	$M_1 = \{(1, 1, 2), (2, 2), (3, 3)\};$ $M_2 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 0, 1)\};$ $M_3 = \{(2, 4), (3, 7), \{2, 8\}\};$ $M_4 = \{(0, 0, 0, -1), \{0, 0, 1, 0\}, \{0, -1, 0, 0\}, \{1, 0, 0, 0\}\}$
2	$M_1 = \{(1, 1, 2), (2, 2), (3, 3)\};$ $M_2 = \{(0, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\};$ $M_3 = \{(2, 4), (3, 7), \{2, 8\}\};$ $M_4 = \{(0, 0, 0, -1), \{0, 0, 1, 0\}, \{0, -1, 0, 0\}, \{1, 0, 0, 0\}\}$	12	$M_1 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 2)\};$ $M_2 = \{(1, 0, 0), (0, 1), (0, 0, 1)\};$ $M_3 = \{(2, 4), \{8, 9\}, \{2, 8\}\};$ $M_4 = \{(0, 0, 0, 1), (0, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 0, 0, 0)\}$
3	$M_1 = \{(1, 1), (2, 1), (3, 1)\};$ $M_2 = \{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 1, 0)\};$ $M_3 = \{(2, 8), \{8, 7\}, \{2, 3\}\};$ $M_4 = \{(1, 0, 0), (0, 1), (1, 0, 1)\}$	13	$M_1 = \{(0, 0, 2), \{0, 2, 0\}, \{2, 0, 0\}\};$ $M_2 = \{(1, 1, 3), (6, 2), (6, 3)\};$ $M_3 = \{(2, 2), (8, 8), (9, 0)\};$ $M_4 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 0, 1)\}$
4	$M_1 = \{(0, 0, 1), \{0, 1, 0\}, \{1, 0, 0\}\};$ $M_2 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 1, 1)\};$ $M_3 = \{(2, 2), (8, 8), (9, 0)\};$ $M_4 = \{(1, 1, 3), (6, 2), (6, 3)\}$	14	$M_1 = \{(1, 1), \{2, 2\}, \{3, 3\}\};$ $M_2 = \{(1, 0, 0), (0, 1), (0, 0, 1)\};$ $M_3 = \{(3, 4), (5, 9), (1, 4)\};$ $M_4 = \{(0, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 0, 0, 0)\}$
5	$M_1 = \{(1, 1), (2, 1), \{2, 3\}\};$ $M_2 = \{(1, 0, 0), (0, 1), (0, 0, 1)\};$ $M_3 = \{(4, 3), (5, 9), \{4, 5\}\};$ $M_4 = \{(0, 1, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (0, 0, 0, 0), (1, 0, 0, 0)\}$	15	$M_1 = \{(1, 1), (2, 1), (3, 1)\};$ $M_2 = \{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 1, 0)\};$ $M_3 = \{(2, 8), \{8, 7\}, \{2, 3\}\};$ $M_4 = \{(1, 0, 0), (0, 1), (1, 0, 1)\}$
6	$M_1 = \{(1, 1), (2, 3), \{3, 2\}\};$ $M_2 = \{(1, 0, 0), (0, 1), (0, 0, 1)\};$ $M_3 = \{(2, 5), \{8, 5\}, \{2, 8\}\};$ $M_4 = \{(0, 1, 1, 1), (1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 0, 0, 0)\}$	16	$M_1 = \{(1, 1), (2, 1), \{3, 1\}\};$ $M_2 = \{(1, 0, 0, 1), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (1, 0, 1, 0)\};$ $M_3 = \{(1, 7), (8, 7), \{2, 3\}\};$ $M_4 = \{(1, 0, 0), (0, 1), (1, 0, 1)\}$

7	$M_1=\{(2,1,2), (2,3), (3,3)\};$ $M_2=\{(1,0,0), (0,1,0), (1,0,1)\};$ $M_3=\{(2,4), (3,4), (2,8)\};$ $M_4=\{(0,1,0,-1), (0,0,1,0), (0,-1,0,0), (1,0,0,0)\}$
8	$M_1=\{(1,2), (2,2), (3,2)\};$ $M_2=\{(1,1,0,1), (0,0,1,0), (1,1,0,0), (1,0,1,0)\};$ $M_3=\{(3,7), (3,8), (2,8)\};$ $M_4=\{(1,0,0), (0,1), (0,1,1)\}$
9	$M_1=\{(0,0,1), \{1,0,1\}, \{1,0,0\}\};$ $M_2=\{(1,0,0), (0,1,1), (1,0,1)\};$ $M_3=\{(1,0), (7,0), (9,0)\};$ $M_4=\{(1,3,1), (1,2), (6,3)\}$
10	$M_1=\{(3,5), (3,4), (2,1)\};$ $M_2=\{(1,1,1), (0,1,0), (1,1,0)\};$ $M_3=\{(4,5,2), (1,2), (2,3)\};$ $M_4=\{(0,0,0,1), (0,0,-1,0), (0,-1,0,0), (1,0,0,0)\}$

17	$M_1=\{(0,0,1), \{0,1,0\}, \{1,0,0\}\};$ $M_2=\{(1,0,0), (0,1,0), (0,1,1)\};$ $M_3=\{(2,0), (8,8), (8,0)\};$ $M_4=\{(1,1,3), (1,2), (6,3)\}$
18	$M_1=\{(1,3), (3,2), (3,3)\};$ $M_2=\{(1,0,1), (0,1), (0,0,1)\};$ $M_3=\{(2,4), \{8,9\}, \{2,8\}\};$ $M_4=\{(0,1,1,1), (0,1,1,0), (0,1,0,1), (1,0,0,1)\}$
19	$M_1=\{(2,3,2), (2,3), (3,3)\};$ $M_2=\{(1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\};$ $M_3=\{(5,4), (5,3), (2,3)\};$ $M_4=\{(0,0,1,0), (0,0,-1,0), (0,-1,0,0), \{1,0,0,0\}\}$
20	$M_1=\{(0,0,1), \{0,1,0\}, \{1,0,0\}\};$ $M_2=\{(2,0), (8,8), (2,2)\};$ $M_3=\{(-1,0,0), (0,-1,0), (0,-1,-1)\};$ $M_4=\{(2,1,3), (1,2), (6,3)\}$

14. Для множеств X, Y и Z построить заданные проекции.

1	$X=\{-2, 2\}, Y=\{1, -1\}, Z=\{0\}$ $\text{пр}_2 X \times Y \times Z, \text{пр}_{1,3} X \times Y \times Z$	8	$X=\{-2, 4\}, Y=\{1, -1\}, Z=\{0\}$ $\text{пр}_1 Y \times X \times Z, \text{пр}_{2,3} Y \times X \times Z$	15	$X=\{-8\}, Y=\{1, -1\}, Z=\{0, 2\}$ $\text{пр}_2 Z \times Y \times X, \text{пр}_{1,3} Z \times Y \times X$
2	$X=\{-2, 1\}, Y=\{0, -1\}, Z=\{5\}$ $\text{пр}_2 X \times Z \times Y, \text{пр}_{1,3} X \times Z \times Y$	9	$X=\{3, 0\}, Y=\{1\}, Z=\{1, 2\}$ $\text{пр}_2 Y \times X \times Z, \text{пр}_{1,3} Y \times X \times Z$	16	$X=\{-2, 4\}, Y=\{1, -1\}, Z=\{0\}$ $\text{пр}_1 Y \times X \times Z, \text{пр}_{2,3} Y \times X \times Z$
3	$X=\{-2\}, Y=\{1, -1\}, Z=\{0, 2\}$ $\text{пр}_1 Z \times Y \times X, \text{пр}_{2,3} Z \times Y \times X$	10	$X=\{5, 3\}, Y=\{2, -7\}, Z=\{8\}$ $\text{пр}_1 Y \times Z \times X, \text{пр}_{2,3} Y \times Z \times X$	17	$X=\{3, 0\}, Y=\{3\}, Z=\{1, 2\}$ $\text{пр}_2 Y \times X \times Z, \text{пр}_{1,3} Y \times X \times Z$
4	$X=\{-3, 1\}, Y=\{1\}, Z=\{0, 2\}$ $\text{пр}_2 Z \times Y \times X, \text{пр}_{1,3} Z \times Y \times X$	11	$X=\{-2, 1\}, Y=\{2, -1\}, Z=\{5\}$ $\text{пр}_2 X \times Z \times Y, \text{пр}_{1,3} X \times Z \times Y$	18	$X=\{-2, 0\}, Y=\{1, -1\}, Z=\{5\}$ $\text{пр}_2 Z \times Y \times X, \text{пр}_{1,3} Z \times Y \times X$
5	$X=\{-2, 0\}, Y=\{-1\}, Z=\{0, 3\}$ $\text{пр}_1 Y \times Z \times X, \text{пр}_{2,3} Y \times Z \times X$	12	$X=\{-2, 2\}, Y=\{0, -1\}, Z=\{1\}$ $\text{пр}_2 X \times Y \times Z, \text{пр}_{1,3} X \times Y \times Z$	19	$X=\{-2\}, Y=\{0, -4\}, Z=\{5, 0\}$ $\text{пр}_2 Y \times Z \times X, \text{пр}_{1,3} Y \times Z \times X$
6	$X=\{-2, 0\}, Y=\{1, -1\}, Z=\{0\}$ $\text{пр}_2 Z \times Y \times X, \text{пр}_{1,3} Z \times Y \times X$	13	$X=\{-3, 5\}, Y=\{1\}, Z=\{0, 2\}$ $\text{пр}_2 Z \times Y \times X, \text{пр}_{1,3} Z \times Y \times X$	20	$X=\{-2, 1\}, Y=\{7\}, Z=\{3, 2\}$ $\text{пр}_2 Y \times X \times Z, \text{пр}_{1,3} Y \times X \times Z$
7	$X=\{-2\}, Y=\{0, -1\}, Z=\{5, 0\}$ $\text{пр}_2 Y \times Z \times X, \text{пр}_{1,3} Y \times Z \times X$	14	$X=\{-2, 0\}, Y=\{-5\}, Z=\{0, 3\}$ $\text{пр}_2 Y \times Z \times X, \text{пр}_{1,3} Y \times Z \times X$		

15. Состояние некоторой системы в каждый момент времени может быть представлено вектором (a, b, c, d, e) размерности 5, где 1-я компонента – это показания 1-го прибора, 2-я компонента – показания 2-го прибора и т.д. Множество S описывает состояния этой системы в течение некоторого времени.

1	$S=\{(2, 3, 1, 6, 1), (2, 1, 3, 6, 4), (0, 7, 5, 2, 4), (6, 1, 3, 2, 1)\}$
2	$S=\{(2, 6, 1, 6, 8), (1, 5, 9, 6, 4), (0, 4, 5, 2, 4), (2, 1, 1, 2, 1)\}$
3	$S=\{(2, 8, 1, 6, 8), (1, 1, 3, 6, 4), (2, 7, 1, 2, 8), (1, 1, 4, 2, 1)\}$
4	$S=\{(0, 6, 1, 6, 4), (1, 6, 9, 6, 4), (3, 1, 2, 1, 1), (0, 4, 1, 6, 4)\}$
5	$S=\{(5, 3, 1, 6, 4), (0, 8, 5, 1, 4), (1, 2, 3, 6, 4), (1, 2, 2, 6, 4)\}$
6	$S=\{(8, 3, 2, 6, 1), (2, 1, 3, 6, 4), (0, 1, 5, 8, 4), (2, 1, 2, 6, 1)\}$
7	$S=\{(6, 6, 1, 6, 8), (1, 4, 9, 6, 4), (0, 4, 1, 6, 4), (2, 7, 2, 5, 1)\}$
8	$S=\{(2, 7, 1, 5, 8), (1, 1, 1, 6, 4), (0, 3, 1, 2, 4), (2, 3, 2, 2, 8)\}$
9	$S=\{(2, 6, 7, 6, 4), (1, 6, 8, 6, 4), (5, 4, 6, 8, 4), (2, 4, 7, 6, 1)\}$
10	$S=\{(5, 3, 2, 1, 7), (2, 6, 8, 1, 4), (1, 2, 5, 5, 4), (5, 3, 3, 1, 4)\}$
11	$S=\{(2, 6, 1, 6, 5), (1, 5, 9, 6, 4), (0, 4, 5, 2, 4), (0, 4, 9, 2, 4)\}$
12	$S=\{(1, 3, 4, 6, 1), (1, 1, 1, 3, 6, 4), (6, 7, 5, 2, 4), (1, 3, 4, 6, 1)\}$
13	$S=\{(0, 1, 5, 6, 4), (1, 6, 9, 6, 8), (0, 4, 5, 2, 4), (3, 1, 2, 1, 1)\}$
14	$S=\{(5, 3, 1, 8, 4), (1, 2, 2, 6, 4), (0, 2, 5, 1, 4), (1, 4, 2, 2, 3)\}$
15	$S=\{(5, 8, 1, 4, 8), (1, 1, 1, 6, 4), (0, 2, 1, 2, 8), (1, 1, 1, 2, 4)\}$

16	$S = \{(2, 7, 4, 5, 8), (1, 1, 1, 6, 4), (0, 3, 4, 2, 8), (1, 3, 1, 2, 4)\}$
17	$S = \{(2, 6, 7, 8, 4), (1, 6, 7, 6, 4), (5, 3, 7, 2, 4), (2, 4, 7, 1, 2)\}$
18	$S = \{(8, 3, 2, 6, 6), (8, 4, 2, 2, 1), (0, 1, 5, 3, 4), (2, 1, 2, 6, 4)\}$
19	$S = \{(6, 2, 1, 6, 8), (1, 4, 9, 2, 3), (1, 4, 1, 2, 4), (2, 7, 6, 2, 3)\}$
20	$S = \{(4, 6, 8, 2, 1), (2, 6, 8, 6, 7), (5, 1, 3, 2, 6), (4, 1, 2, 2, 6)\}$

а) указать какие из множеств

$pr_{4,5}S, pr_2S, pr_{1,3,4}S, pr_{1,5}S, pr_{1,2,5}S, pr_{1,3}S, pr_5S, pr_{1,2}S, pr_{3,4}S, pr_{2,5}S, pr_{3,5}S, pr_3S, pr_{1,4,5}S, pr_{1,5}S, pr_{1,4}S, pr_{2,3}S, pr_{1,3,5}S, pr_{3,5}S, pr_{2,4}S, pr_{2,4,5}S, pr_{1,5}S, pr_{1,2,4}S$ содержат показания приборов, заданных в пп. 1) – 4);

б) выписать показания только k -го прибора;

в) выписать показания только m -го и n -го приборов.

1) только 1-го прибора; 2) 1-го и 2-го приборов; 3) только 2-го и 5-го приборов; 4) 2-го прибора $k=3, m=1, n=4$	11) 1) только 3-го прибора; 2) 1-го и 4-го приборов; 3) только 1-го и 5-го приборов; 4) 4-го прибора $k=5, m=1, n=2$
2) 1) только 2-го прибора; 2) 1-го и 5-го приборов; 3) только 1-го и 4-го приборов; 4) 4-го прибора $k=5, m=1, n=3$	12) 1) только 1-го прибора; 2) 1-го и 2-го приборов; 3) только 3-го и 5-го приборов; 4) 2-го прибора $k=4, m=1, n=5$
3) 1) только 1-го прибора; 2) 1-го и 3-го приборов; 3) только 2-го и 3-го приборов; 4) 2-го прибора $k=3, m=1, n=5$	13) 1) только 5-го прибора; 2) 4-го и 5-го приборов; 3) только 1-го и 2-го приборов; 4) 4-го прибора $k=2, m=1, n=3$
4) 1) только 3-го прибора; 2) 4-го и 5-го приборов; 3) только 4-го и 5-го приборов; 4) 4-го прибора $k=2, m=1, n=4$	14) 1) только 4-го прибора; 2) 1-го и 3-го приборов; 3) только 1-го и 5-го приборов; 4) 2-го прибора $k=1, m=2, n=5$
5) 1) только 4-го прибора; 2) 1-го и 3-го приборов; 3) только 3-го и 5-го приборов; 4) 2-го прибора $k=1, m=2, n=4$	15) 1) только 1-го прибора; 2) 1-го и 2-го приборов; 3) только 4-го и 5-го приборов; 4) 2-го прибора $k=3, m=2, n=5$
6) 1) только 1-го прибора; 2) 1-го и 3-го приборов; 3) только 2-го и 3-го приборов; 4) 2-го прибора $k=4, m=1, n=2$	16) 1) только 1-го прибора; 2) 1-го и 2-го приборов; 3) только 1-го и 3-го приборов; 4) 3-го прибора $k=2, m=3, n=5$
7) 1) только 2-го прибора; 2) 1-го и 5-го приборов; 3) только 1-го и 4-го приборов; 4) 4-го прибора $k=3, m=2, n=4$	17) 1) только 4-го прибора; 2) 4-го и 5-го приборов; 3) только 1-го и 2-го приборов; 4) 3-го прибора $k=1, m=3, n=5$
8) 1) только 5-го прибора; 2) 1-го и 2-го приборов; 3) только 2-го и 5-го приборов; 4) 3-го прибора $k=2, m=1, n=5$	18) 1) только 2-го прибора; 2) 1-го и 3-го приборов; 3) только 3-го и 4-го приборов; 4) 1-го прибора $k=4, m=1, n=3$
9) 1) только 3-го прибора; 2) 4-го и 5-го приборов; 3) только 1-го и 2-го приборов; 4) 4-го прибора $k=2, m=3, n=4$	19) 1) только 2-го прибора; 2) 1-го и 5-го приборов; 3) только 2-го и 4-го приборов; 4) 4-го прибора $k=3, m=4, n=5$
10) 1) только 4-го прибора; 2) 2-го и 5-го приборов; 3) только 2-го и 4-го приборов; 4) 1-го прибора $k=1, m=4, n=5$	20) 1) только 5-го прибора; 2) 2-го и 5-го приборов; 3) только 3-го и 4-го приборов; 4) 2-го прибора $k=4, m=2, n=5$

Задачи, решаемые с применением теории множеств и отношений

Задача 1. В таблице даны рекомендации по выбору марок твердого сплава для обработки углеродистых и легированных сталей (S_0 – подача, t – глубина резания):

Вид обработки	Марки инструментальных материалов
Чистовое точение при $S_0 = 0,1 \dots 0,3 \text{ мм}, t = 0,5 \dots 2 \text{ мм}$	ВК6, ВК8, ВК60М, ВК6ХОМ, Т15К6, Н14К8, Т30К4, ТТ10К85, ТН20, КТН16, ВК-60

Вид обработки	Марки инструментальных материалов
Получистовое точение при $S_0 = 0,2 \dots 0,5 \text{ мм}$, $t = 2 \dots 4 \text{ мм}$	ТН20, КТН16, Т15К6, Т14К8
Черновое точение при $S_0 = 0,4 \dots 1,0 \text{ мм}$, $t = 4 \dots 10 \text{ мм}$	Т15К6, Т14К8, ТТ10К8Б, Т5К10
Тяжелое черновое точение при $S_0 = 1,0 \text{ мм}$, $t = 6 \dots 20 \text{ мм}$	Т5К12, ТТ7К12, Т5К10

Введены следующие обозначения для множеств:

- $A = \{x \mid x - \text{марка инструментального материала, применяемого при чистовом точении}\},$
 $B = \{x \mid x - \text{марка инструментального материала, применяемого при получистовом точении}\},$
 $C = \{x \mid x - \text{марка инструментального материала, применяемого при черновом точении}\},$
 $D = \{x \mid x - \text{марка инструментального материала, применяемого при тяжелом черновом точении}\}.$

Задание

- Записать множества **A, B, C, D**, задав их перечислением;
- Для предложенного ниже выражения найти соответствующее ему словесное описание в правом столбце таблицы.
- Найти значение предложенного выражения (или, что то же самое, указать, из каких элементов состоит множество, соответствующее найденному словесному описанию).

Варианты.

№	Выражение	Описания
1	$B \setminus (D \cup C)$	Марки, используемые только при тяжелом черновом точении и не используемые при черновом точении.
2	$(A \cap C) \setminus B$	Марки, позволяющие выполнять как черновое, так и получистовое точение.
3	$D \setminus C$	Марки, применяемые при получистовом и не применяемые при чистовом точении.
4	$B \setminus C$	Марки, используемые только в получистовом точении, и не рекомендованные к применению в остальных видах точения.
5	$C \setminus B$	Марки, применяемые либо при получистовом, либо при тяжелом черновом точении.
6	$C \cap B$	Марки, каждая из которых позволяет выполнять как тяжелое черновое, так и получистовое точение.
7	$C \cap A$	Марки, применяемые либо при чистовом, либо при черновом точении, но не при том и другом вместе.
8	$(D \cup B) \setminus C$	Только те марки, используемые при чистовом точении, применение которых для получистового точения не рекомендуется.
9	$(A \cup B \cup C) \cap D$	Марки, используемые только при чистовом точении и не используемые при получистовом, черновом и тяжелом черновом точении.
10	$(A \cap B \cap C) \cap D$	Марки, которые разрешается использовать как при чистовом, так и при получистовом точении.
11	$B \setminus (A \cup C \cup D)$	Марки, применяемые либо при получистовом, либо при черновом точении, и не рекомендуемые к использованию при тяжелом черновом точении.
12	$A \setminus B$	Марки, рекомендуемые к использованию как при черновом, так и при чистовом точении.
13	$A \cap B$	Марки, рекомендуемые к использованию при черновом точении, но не применяемые при получистовом точении.

№	Выражение	Описания
14	$(B \cup C) \cap D$	Марки, применяемые либо при получистовом, либо при черновом точении, но не при том и другом вместе.
15	$A \cap (B \cup C \cup D)$	Марки, используемые в тяжелом черновом точении, и не рекомендованные к применению в чистовом и получистовом точении.
16	$A \cup C$	Марки, каждая из которых может применяться при черновом и чистовом точении, но не рекомендованные к использованию в получистовом точении.
17	$B \cup D$	Марки, рекомендованные к использованию в получистовом точении, но которые нельзя применять ни в чистовом, ни в тяжелом черновом точении.
18	$D \cap B$	Марки, каждая из которых может применяться в чистовом, в получистовом и в черновом точении, но не может быть использована в тяжелом черновом точении.
19	$B \cap A$	Марки, позволяющие выполнять либо получистовое, либо тяжелое черновое точение, но не рекомендованные к использованию в черновом точении.
20	$D \cap (A \cup B)$	Марки, рекомендованные к использованию при тяжелом черновом точении, а также позволяющие выполнять либо чистовое, либо получистовое, либо черновое точение.

Задача 2. В зависимости от метода литья, качество поверхности заготовки будет обладать характеристиками, указанными в таблице:

Метод литья	Точность, <i>квалитет</i>	Шероховатость, R_z мкм
1) Литье в кокиль	12...14	20...320
2) Литье в оболочковые формы	12...14	20...80
3) Литье под давлением	9...12	10...40
4) Литье по выплавляемым моделям	9...12	20...40

В зависимости от параметра шероховатости и точности, а также жесткости технологической системы и припуска на обработку, глубина резания для обработки заготовки определяется из таблицы:

Параметр шероховатости	Точность, <i>квалитет</i>	Технологическая система	Припуск на обработку, мм						
			3	5	10	15	20	30	50
			Число ходов						
$R_z = 80...40$	11...12	жесткая (ж)	1	1	2	3	3	4	4
		средняя (с)	2	2	3	4	4	5	5
		нежесткая (н)	3	3	4	5	5	6	6
$R_z = 40...10$	8...10	жесткая (ж)	2	2	3	4	4	5	5
		средняя (с)	3	3	4	5	5	6	6
		нежесткая (н)	4	4	5	6	6	7	7

Множество заготовок D задано следующим образом. Элементами D являются векторы размерности 5. Компоненты каждого вектора: 1-я – номер заготовки, 2-я – шероховатость заготовки, 3-я – точность заготовки, 4-я – жесткость технологической системы, 5-я – припуск на обработку заготовки. На D задано **отношение эквивалентности P**: две заготовки будем считать эквивалентными, если число ходов, применяемых при их обработке, одинаково.

Задание

- построить разбиение множества D заготовок на классы по заданному отношению эквивалентности P;
- указать систему представителей полученного разбиения;

- в) в полученной системе выделить подмножество, содержащее все те заготовки, которые могли быть получены методом литья с номером n ;
- г) определить, какие из заготовок с номерами p , q и r являются эквивалентными при данном отношении эквивалентности R .

Пример

Пусть $D = \{(1, 40, 12, ж, 15), (2, 40, 10, ж, 5), (3, 20, 10, ж, 10), (4, 50, 11, н, 30), (5, 10, 9, ж, 3), (6, 70, 11, н, 3), (7, 50, 12, ж, 3)\}$, $p = 4$, $q = 5$, $r = 2$; $n = 3$.

а) Определим, какое число ходов необходимо для обработки каждой из заготовок:

$(1, 40, 12, ж, 15) \rightarrow 3$, $(2, 40, 10, ж, 5) \rightarrow 2$, $(3, 20, 10, ж, 10) \rightarrow 3$, $(4, 50, 11, н, 30) \rightarrow 6$,
 $(5, 10, 9, ж, 3) \rightarrow 2$, $(6, 70, 11, н, 3) \rightarrow 3$, $(7, 50, 12, ж, 3) \rightarrow 1$.

Тогда множество D разбивается на следующие классы эквивалентности по отношению R :

$D_1 = \{(1, 40, 12, ж, 15), (3, 20, 10, ж, 10), (6, 70, 11, н, 3)\}$, $D_2 = \{(2, 40, 10, ж, 5), (5, 10, 9, ж, 3)\}$,
 $D_3 = \{(4, 50, 11, н, 30)\}$, $D_4 = \{(7, 50, 12, ж, 3)\}$.

б) Систему представителей этого разбиения могут образовывать, например, следующие заготовки:

$\{(3, 20, 10, ж, 10), (2, 40, 10, ж, 5), (4, 50, 11, н, 30), (7, 50, 12, ж, 3)\}$.

в) Искомое подмножество будут составлять те заготовки из системы представителей, которые могли быть получены литьем под давлением: $\{(3, 20, 10, ж, 10), (2, 40, 10, ж, 5)\}$.

г) При данном отношении R заготовки с номерами $q=5$ и $r=2$ являются эквивалентными.

Варианты

№	Множество заготовок D	Номера заготовок	n
1	$D = \{(1, 40, 11, н, 20), (2, 40, 8, ж, 50), (3, 30, 9, ж, 50), (4, 30, 8, ж, 3), (5, 40, 9, с, 5), (6, 10, 8, н, 30), (7, 60, 11, с, 30), (8, 70, 12, н, 5)\}$	$p = 1, q = 2,$ $r = 4$	3
2	$D = \{(1, 70, 12, ж, 3), (2, 50, 11, ж, 50), (3, 20, 9, ж, 50), (4, 20, 10, н, 20), (5, 30, 10, ж, 20), (6, 40, 10, с, 20), (7, 30, 9, с, 30), (8, 20, 8, с, 15)\}$	$p = 2, q = 3,$ $r = 5$	4
3	$D = \{(1, 10, 9, н, 15), (2, 40, 8, н, 30), (3, 20, 10, ж, 30), (4, 30, 10, ж, 15), (5, 20, 9, с, 30), (6, 10, 9, н, 50), (7, 60, 12, н, 50), (8, 10, 8, ж, 50)\}$	$p = 2, q = 5,$ $r = 6$	2
4	$D = \{(1, 10, 8, н, 50), (2, 30, 9, н, 10), (3, 40, 12, н, 50), (4, 30, 9, ж, 5), (5, 30, 10, н, 30), (6, 20, 10, н, 10), (7, 10, 9, н, 50), (8, 40, 9, н, 20)\}$	$p = 5, q = 6,$ $r = 7$	1
5	$D = \{(1, 50, 11, н, 50), (2, 30, 10, ж, 5), (3, 70, 12, ж, 20), (4, 60, 12, ж, 10), (5, 20, 10, н, 50), (6, 10, 9, с, 3), (7, 50, 12, с, 3), (8, 70, 12, с, 10)\}$	$p = 2, q = 4,$ $r = 5$	2
6	$D = \{(1, 10, 8, с, 15), (2, 30, 10, ж, 5), (3, 10, 10, с, 5), (4, 30, 9, н, 20), (5, 20, 10, с, 5), (6, 40, 10, с, 50), (7, 70, 12, ж, 15), (8, 40, 10, с, 5)\}$	$p = 3, q = 4,$ $r = 5$	4
7	$D = \{(1, 40, 12, н, 5), (2, 60, 11, ж, 3), (3, 70, 12, н, 5), (4, 40, 12, н, 3), (5, 10, 8, с, 15), (6, 40, 8, н, 50), (7, 30, 8, ж, 30), (8, 40, 12, ж, 20)\}$	$p = 1, q = 4,$ $r = 6$	3
8	$D = \{(1, 30, 10, н, 30), (2, 30, 9, ж, 30), (3, 40, 11, н, 20), (4, 10, 8, н, 30), (5, 30, 9, н, 50), (6, 50, 12, с, 20), (7, 40, 9, ж, 5), (8, 10, 10, ж, 20)\}$	$p = 1, q = 2,$ $r = 3$	1
9	$D = \{(1, 40, 12, ж, 3), (2, 30, 9, с, 30), (3, 10, 10, с, 20), (4, 40, 12, ж, 30), (5, 70, 11, ж, 5), (6, 30, 9, с, 50), (7, 10, 8, ж, 30), (8, 70, 12, н, 50)\}$	$p = 1, q = 5,$ $r = 7$	3
10	$D = \{(1, 20, 8, н, 15), (2, 50, 11, ж, 10), (3, 40, 9, н, 10), (4, 60, 11, с, 3), (5, 40, 10, ж, 5), (6, 30, 9, н, 30), (7, 60, 12, с, 5), (8, 40, 11, с, 5)\}$	$p = 3, q = 4,$ $r = 7$	4
11	$D = \{(1, 70, 11, с, 15), (2, 50, 11, с, 3), (3, 40, 11, ж, 3), (4, 40, 11, с, 5), (5, 50, 11, н, 30), (6, 20, 8, ж, 5), (7, 70, 11, с, 20), (8, 40, 10, ж, 5)\}$	$p = 1, q = 6,$ $r = 7$	4
12	$D = \{(1, 40, 12, с, 30), (2, 40, 9, н, 50), (3, 30, 10, ж, 10), (4, 40, 12, ж, 5), (5, 40, 10, ж, 10), (6, 30, 10, н, 30), (7, 20, 9, н, 10), (8, 30, 8, с, 20)\}$	$p = 1, q = 3,$ $r = 5$	2

13	$D=\{(1, 20, 9, ж, 30), (2, 10, 8, с, 30), (3, 50, 11, с, 15), (4, 40, 9, ж, 10), (5, 10, 10, с, 30), (6, 20, 10, с, 20), (7, 30, 10, с, 5), (8, 70, 11, н, 10)\}$	$p=1, q=6, r=8$	3
14	$D=\{(1, 30, 9, с, 10), (2, 50, 11, с, 10), (3, 20, 10, ж, 30), (4, 40, 12, ж, 50), (5, 50, 11, н, 3), (6, 20, 9, с, 5), (7, 40, 9, с, 30), (8, 10, 8, ж, 20)\}$	$p=1, q=4, r=5$	1
15	$D=\{(1, 40, 8, н, 30), (2, 20, 10, ж, 3), (3, 20, 9, ж, 20), (4, 10, 10, н, 50), (5, 40, 10, с, 50), (6, 10, 10, ж, 3), (7, 30, 10, н, 30), (8, 30, 9, ж, 5)\}$	$p=2, q=7, r=8$	4
16	$D=\{(1, 50, 12, н, 30), (2, 10, 10, ж, 5), (3, 70, 12, ж, 5), (4, 40, 10, н, 15), (5, 10, 9, н, 20), (6, 60, 12, ж, 3), (7, 20, 10, с, 50), (8, 40, 9, с, 5)\}$	$p=1, q=4, r=6$	1
17	$D=\{(1, 10, 9, н, 30), (2, 20, 9, с, 30), (3, 70, 12, н, 20), (4, 30, 8, ж, 5), (5, 40, 8, н, 10), (6, 60, 11, н, 30), (7, 20, 10, ж, 50), (8, 50, 12, н, 50)\}$	$p=2, q=6, r=7$	2
18	$D=\{(1, 60, 12, ж, 5), (2, 30, 10, с, 3), (3, 40, 10, н, 30), (4, 20, 9, н, 30), (5, 70, 11, н, 3), (6, 60, 12, ж, 3), (7, 60, 12, ж, 15), (8, 60, 11, н, 20)\}$	$p=2, q=3, r=4$	1
19	$D=\{(1, 10, 8, н, 15), (2, 70, 11, с, 3), (3, 40, 9, ж, 15), (4, 10, 10, н, 20), (5, 20, 10, с, 5), (6, 40, 12, ж, 10), (7, 40, 8, с, 5), (8, 60, 12, с, 5)\}$	$p=1, q=2, r=4$	3
20	$D=\{(1, 20, 10, с, 15), (2, 40, 9, н, 30), (3, 20, 9, н, 50), (4, 20, 9, ж, 50), (5, 40, 10, н, 3), (6, 30, 9, с, 20), (7, 70, 11, ж, 15), (8, 20, 9, с, 15)\}$	$p=6, q=7, r=8$	4

Задача 3. Исходной предпосылкой вариантного планирования является разбиение инженерами-технологами деталей на классы (группы). В каждый класс входят детали, изготавливающиеся по аналогичной технологии. В условиях единичного, мелкосерийного производства в классы объединяют до 60...80 деталей. В каждом классе выделяются детали-представители, которые являются обобщенными представителями, включающими все специфические особенности каждой детали. К типовым представителям относят те изделия, обработка которых требует наибольшего числа операций, характерных для производства изделий рассматриваемых групп. Если у детали-представителя отсутствуют поверхности, характерные для других более простых заготовок, то эти поверхности искусственно добавляются в чертежи. Для такой усложненной детали-представителя разрабатывается стандартный технологический маршрут. Для каждой конкретной детали данного класса выбирается вариант стандартного маршрута, являющегося его подмножеством. Предусматривается возможность уточнения стандартного маршрута путем изменения параметров процесса в определенных границах. Увеличение числа обрабатываемых элементов не допускается.

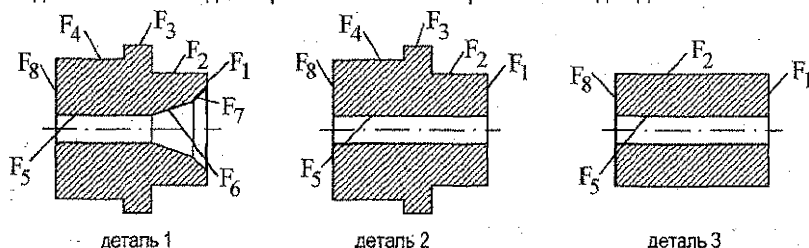
Задание.

Имеется класс деталей $K=\{d_1, d_2, d_3\}$, которые требуется обработать на прутковом токарном автомате. Каждая деталь имеет поверхности с определенными свойствами.

- Ввести обозначения для обрабатываемых поверхностей деталей (поверхности с одинаковыми свойствами обозначить одинаково).
- Для каждой детали d_i задать перечислением множество $D_i = \{f \mid f - \text{поверхность детали } d_i\}$, $i=1,2,3$.
- Упорядочить полученные множества по отношению включения.
- Определить, имеется ли в данном классе деталей обобщенный представитель. Если да, то указать его.
- Записать перечислением множество, которое содержит обозначения всех поверхностей детали, являющейся обобщенным представителем.
- Для детали d определить, может ли она быть обработана по стандартному технологическому маршруту, в предположении, что такой маршрут получен для класса деталей K . Для этого сравнить по отношению включения соответствующие множества.

Пример. Пусть дан класс деталей $K = \{d_2, d_3\}$ (детали изображены ниже на рисунке).

а) Введем обозначения для обрабатываемых поверхностей каждой детали:



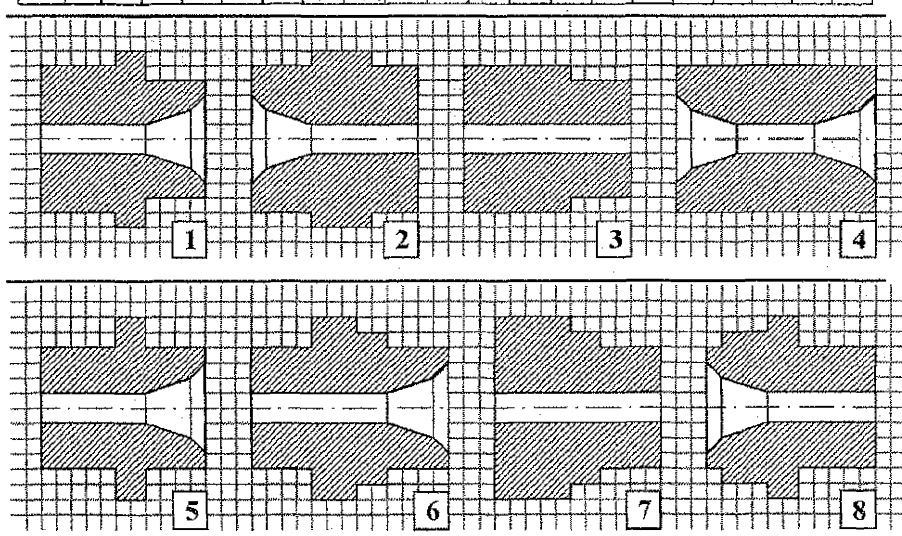
б) $D_2 = \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_8\}$, $D_3 = \{F_1, F_2, F_3, F_5, F_8\}$. в) $D_3 \subseteq D_2$.

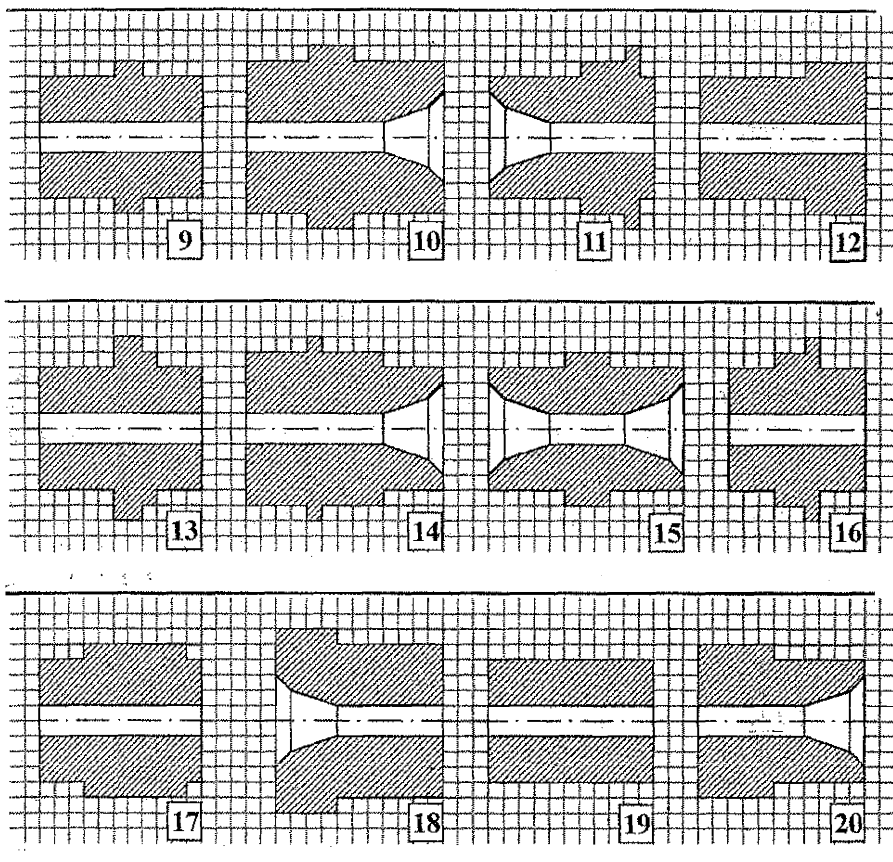
г) Так как среди множеств D_2, D_3 существует множество, включающее в себя поверхности всех рассматриваемых деталей (множество D_2), то в данном классе деталей имеется обобщенный представитель, а именно деталь d_2 . д) Искомое множество совпадает с множеством $D_2 = \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_8\}$.

е) Определим для детали d_1 , может ли она быть обработана по стандартному технологическому маршруту, полученному для класса деталей $\{d_2, d_3\}$. Так как $D_1 = \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8\}$ и $D_1 \not\subseteq D_2$, то делаем вывод о том, что d_1 нельзя обработать по этому технологическому маршруту, так как в нем не предусмотрена обработка поверхностей F_5, F_7 .

Варианты.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
d_1	4	18	15	2	9	6	4	19	10	11	10	11	12	1	15	12	14	10	17	14
d_2	3	11	8	10	19	2	9	5	12	16	9	18	10	2	19	3	6	8	9	1
d_3	9	8	16	12	20	12	15	4	2	18	18	17	6	9	9	5	5	13	15	10
d	6	14	1	16	18	17	12	3	11	12	13	4	7	18	16	13	2	19	5	9





Задача 4. Один из главных принципов, используемый конструктором детали при разработке и изготовлении всех машин и их деталей – это принцип взаимозаменяемости. Взаимозаменяемостью называется свойство независимо изготовленных деталей, узлов или агрегатов машин, позволяющее устанавливать их при сборке или ремонте либо заменять без всякой подгонки и дополнительной обработки и обеспечивать при этом необходимую работоспособность сборочной единицы в соответствии с заданными техническими условиями.

Взаимозаменяемость бывает полной и неполной. Полная взаимозаменяемость позволяет получать заданные показатели качества без дополнительных операций в процессе сборки. При неполной взаимозаменяемости в процессе сборки допускаются операции, связанные с подбором или регулированием некоторых деталей.

Наиболее часто неполная взаимозаменяемость обеспечивается так называемой селективной сборкой, т.е. предварительной сортировкой (селекцией) годных деталей на размерные группы. В результате оказывается возможным получать заданные

технические и эксплуатационные показатели готовой продукции при меньшей точности входящих в нее деталей.

Задание.

На некотором чертеже указан размер отверстия с допуском от $n1$ (нижнее предельное отклонение) до $n2$ (верхнее предельное отклонение) и размер сопрягаемого с ним вала с допуском от $m1$ (нижнее предельное отклонение) до $m2$ (верхнее предельное отклонение). Даны множество O изготовленных годных отверстий и множество V изготовленных годных валов, чьи размеры удовлетворяют допускам, указанным в чертеже. Оба множества представлены действительными отклонениями размеров имеющихся деталей.

Ограниченные возможности данного производства не позволяют обработать отверстия и валы так, чтобы допуски были меньше. В то же время наибольший допустимый зазор, при котором соединение будет нормально работать, не должен превосходить t .

В этом случае для повышения точности соединения применяется селективная сборка: все годные отверстия и валы рассортировываются на три размерные группы, после чего детали одноименных групп собираются по принципу полной взаимозаменяемости.

- Подсчитать величину наибольшего зазора как разность между наибольшим отклонением отверстия и наибольшим отклонением вала. Выяснить, достигается ли необходимая точность сборки без дополнительного подбора деталей.
- Рассортировать все изготовленные годные отверстия на 3 размерные группы, для чего требуется построить разбиение множества таких отверстий на три класса эквивалентности. В первую размерную группу (класс) необходимо отобрать отверстия с действительными отклонениями от $n1$ до $n1+1/3(n2-n1)$, во вторую – отверстия с действительными отклонениями от $n1+1/3(n2-n1)$ до $n1+2/3(n2-n1)$, в третью – отверстия с действительными отклонениями от $n1+2/3(n2-n1)$ до $n2$.
- Аналогичным образом отсортировать изготовленные годные валы: 1-я группа – валы с действительными отклонениями от $m1$ до $m1+1/3(m2-m1)$, 2-я группа – валы с действительными отклонениями от $m1+1/3(m2-m1)$ до $m1+2/3(m2-m1)$, 3-я группа – валы с действительными отклонениями от $m1+2/3(m2-m1)$ до $m2$. Для этого также построить разбиение множества валов на классы эквивалентности.
- Для образования сопряжения отверстия 1-й группы собираются с валами 1-й группы, отверстия 2-й группы – с валами 2-й группы, отверстия 3-й группы – с валами 3-й группы. Определить величину наибольшего зазора в образующихся сопряжениях и выяснить, достигается ли необходимая точность посадки без уменьшения допусков на обработку соединяемых деталей.
- Выяснить, можно ли уменьшить зазор соединения. Для этого построить 2-3 других разбиения множества отверстий и множества валов на классы, изменив для каждого из классов диапазон действительных отклонений. Сравнить величины наибольших зазоров при всех построенных разбиениях и найти среди них оптимальное.

Пример.

Для отверстия: верхнее предельное отклонение равно $+54$ мкм, нижнее предельное отклонение равно 0 . Для вала: верхнее предельное отклонение равно -36 мкм, нижнее предельное отклонение равно -90 мкм. Множество действительных отклонений

отверстий $O = \{18, 32, 10, 22, 51, 52, 31, 50, 49, 28, 45, 24, 43, 29, 48, 0, 53, 36, 12, 4\}$. Множество действительных отклонений валов $V = \{-82, -51, -54, -70, -66, -63, -43, -40, -42, -45, -46, -56, -37, -72, -88, -78, -50, -85, -38, -90\}$. Наибольший допустимый зазор при сопряжении деталей не должен превосходить 110.

Решение.

а) Величина наибольшего зазора для заданных множеств отклонений вычисляется как $\text{MAX}(O) - \text{MIN}(V)$

и равна 143 мкм. Это значение превышает допустимую величину, равную 110 мкм. Значит, возникает необходимость в селективной сборке.

Разбиение множеств O и V на классы выполняется с использованием функции SELECT.

б) Применение команды Simplify к функциям $\text{SELECT}(0 \leq k \leq 18, k, O)$, $\text{SELECT}(18 < k \leq 36, k, O)$, $\text{SELECT}(36 < k \leq 54, k, O)$ даст соответственно множества $O1 = \{0, 4, 10, 12, 18\}$, $O2 = \{22, 24, 28, 29, 31, 32, 36\}$, $O3 = \{43, 45, 48, 49, 50, 51, 52, 53\}$. Это искомые классы, образующие разбиение множества O .

в) Применение команды Simplify к функциям $\text{SELECT}(-90 \leq k \leq -72, k, V)$, $\text{SELECT}(-72 < k \leq -54, k, V)$, $\text{SELECT}(-54 < k \leq -36, k, V)$ даст соответственно множества $V1 = \{-90, -88, -85, -82, -78, -72\}$, $V2 = \{-70, -66, -63, -56, -54\}$, $V3 = \{-51, -50, -46, -45, -43, -42, -40, -38, -37\}$. Это искомые классы, образующие разбиение множества V .

г) Величина наибольшего зазора при сопряжении деталей, предварительно рассортированных на группы, вычисляется как

$$\text{MAX}(\text{MAX}(O1) - \text{MIN}(V1), \text{MAX}(O2) - \text{MIN}(V2), \text{MAX}(O3) - \text{MIN}(V3))$$

и равна 108 мкм. Значит, достигается необходимая точность посадки без уменьшения допусков на обработку соединяемых деталей.

д) Построим другие разбиения множеств O и V на классы. Например, с помощью выражений $\text{SELECT}(0 \leq k \leq 17, k, O)$, $\text{SELECT}(17 < k \leq 30, k, O)$, $\text{SELECT}(30 < k \leq 54, k, O)$ получим разбиение $O = \{0, 4, 10, 12\} \cup \{18, 22, 24, 28, 29\} \cup \{31, 32, 36, 43, 45, 48, 49, 50, 51, 52, 53\}$. А с помощью выражений $\text{SELECT}(-90 \leq k \leq -70, k, V)$, $\text{SELECT}(-70 < k \leq -50, k, V)$, $\text{SELECT}(-50 < k \leq -36, k, V)$ получим разбиение $V = \{-90, -88, -85, -82, -78, -72, -70\} \cup \{-66, -63, -56, -54, -51, -50\} \cup \{-46, -45, -43, -42, -40, -38, -37\}$. Величина наибольшего зазора в этом случае равна 102 мкм.

Рассмотрим еще одно из возможных разбиений: разбиение множества O , в котором 1-ю группу составляют отверстия с отклонениями от 0 до +5 мкм, 2-ю - отверстия с отклонениями от +5 до +30 мкм, 3-ю - отверстия с отклонениями от +30 до +54 мкм, и разбиение множества V , в котором 1-ю группу составят валы с отклонениями от -90 до -70 мкм, 2-ю - валы с отклонениями от -70 до -50 мкм, 3-ю - валы с отклонениями от -50 до -36 мкм. Наибольший зазор, образующийся в этом случае в сопряжениях, равен 99 мкм. Отсюда вывод: построенные разбиения позволяют уменьшить зазор, образующийся при сопряжении деталей.

Оптимальным среди всех построенных является последнее разбиение осей и валов на группы, при котором величина наибольшего зазора равна 99 мкм. Вот это разбиение: $O1 = \{0, 4\}$, $O2 = \{10, 12, 18, 22, 24, 28, 29\}$, $O3 = \{31, 32, 36, 43, 45, 48, 49, 50, 51, 52, 53\}$ и, соответственно, $V1 = \{-90, -88, -85, -82, -78, -72, -70\}$, $V2 = \{-66, -63, -56, -54, -51, -50\}$, $V3 = \{-46, -45, -43, -42, -40, -38, -37\}$.

Варианты.

№	n2 n1	m2 m1	t	множество O действительных отклонений отверстий и множество V действительных отклонений валов
1	+92 +40	-65 -117	118	O = {85, 41, 48, 53, 43, 47, 89, 57, 60, 68, 86, 71, 77, 49, 51, 61, 55, 73, 75, 72} V = {-88, -91, -66, -89, -82, -104, -98, -107, -109, -87, -115, -77, -102, -108, -96, -101, -113, -94, -116, -73}
2	+110 0	-50 -160	258	O = {82, 48, 105, 76, 53, 22, 15, 70, 8, 1, 26, 75, 88, 36, 28, 74, 40, 73, 56, 64} V = {-110, -138, -151, -107, -143, -132, -126, -80, -160, -61, -106, -142, -109, -120, -74, -108, -59, -101, -91, -100}
3	+53 +20	-40 -73	120	O = {28, 36, 21, 44, 43, 32, 47, 41, 35, 51, 48, 22, 34, 53, 50, 24, 38, 26, 26, 30} V = {-52, -46, -62, -48, -40, -43, -60, -56, -59, -54, -71, -64, -53, -42, -72, -58, -68, -51, -49, -61}
4	+62 0	-80 -142	200	O = {58, 22, 44, 11, 49, 16, 15, 6, 47, 2, 28, 52, 31, 48, 30, 8, 7, 18, 62, 21} V = {-106, -116, -113, -92, -87, -115, -139, -112, -91, -110, -125, -142, -109, -96, -140, -82, -137, -129, -95, -114}
5	+64 +25	0 -39	95	O = {51, 31, 48, 61, 38, 49, 59, 53, 35, 41, 62, 27, 63, 43, 25, 45, 30, 42, 64, 58} V = {-13, -6, -5, -8, 0, -17, -26, -12, -32, -4, -1, -10, -3, -24, -34, -35, -11, -14, -15, -22}
6	+35 0	-36 -71	100	O = {27, 3, 26, 1, 22, 25, 6, 14, 16, 10, 17, 29, 18, 4, 33, 8, 24, 9, 34, 13} V = {-48, -66, -54, -69, -60, -67, -63, -47, -59, -39, -65, -53, -44, -43, -56, -52, -58, -37, -42, -70}
7	+39 0	-50 -89	118	O = {11, 39, 3, 32, 5, 36, 9, 14, 34, 1, 33, 12, 31, 10, 6, 21, 7, 37, 22, 25} V = {-67, -81, -76, -72, -77, -80, -64, -84, -71, -85, -65, -68, -56, -73, -75, -61, -70, -51, -58, -78}
8	+90 0	-40 -130	200	O = {5, 47, 13, 82, 15, 76, 12, 9, 30, 39, 33, 41, 34, 75, 45, 10, 29, 46, 11, 21} V = {-119, -106, -69, -72, -107, -83, -50, -62, -114, -67, -94, -123, -48, -61, -86, -54, -93, -108, -127, -46}
9	+122 +50	-100 -172	284	O = {97, 62, 55, 92, 83, 107, 98, 84, 111, 86, 104, 82, 73, 70, 118, 56, 50, 99, 90, 66} V = {-145, -100, -128, -130, -115, -148, -103, -114, -172, -134, -165, -139, -160, -113, -107, -137, -140, -143, -121, -142}
10	+159 +72	-120 -207	350	O = {78, 113, 95, 149, 145, 143, 159, 128, 81, 147, 84, 116, 138, 151, 72, 87, 152, 82, 133, 146} V = {-146, -150, -128, -123, -157, -129, -130, -164, -149, -175, -121, -124, -142, -183, -156, -141, -161, -202, -154, -200}
11	+185 +85	-145 -245	415	O = {145, 135, 140, 147, 109, 126, 183, 139, 143, 125, 123, 128, 131, 118, 99, 156, 100, 106, 98, 144} V = {-230, -156, -237, -176, -173, -223, -221, -181, -185, -210, -168, -147, -224, -219, -188, -159, -183, -239, -240, -170}

№	n2 n1	m2 m1	t	множество O действительных отклонений отверстий и множество V действительных отклонений валов
12	+63 0	-85 -148	205	O = {10, 0, 47, 44, 39, 19, 46, 49, 24, 30, 15, 17, 58, 45, 56, 55, 33, 63, 6, 61} V = {-95, -106, -99, -141, -138, -97, -104, -119, -148, -101, -122, -88, -90, -108, -121, -127, -89, -125, -140, -135}
13	+130 0	-65 -195	297	O = {125, 38, 36, 58, 54, 105, 47, 63, 8, 87, 121, 103, 46, 44, 1, 96, 72, 25, 110, 62} V = {-139, -147, -113, -150, -120, -91, -104, -166, -164, -98, -110, -153, -97, -165, -154, -180, -68, -176, -149, -124}
14	+57 0	-62 -119	170	O = {5, 7, 57, 32, 20, 44, 0, 48, 21, 22, 51, 33, 25, 23, 3, 14, 8, 9, 31, 49} V = {-87, -94, -106, -86, -63, -119, -72, -79, -76, -84, -114, -88, -83, -80, -109, -103, -78, -69, -74, -65}
15	+61 +25	-40 -76	129	O = {50, 43, 54, 26, 51, 32, 57, 47, 49, 39, 38, 41, 61, 55, 33, 56, 60, 45, 53, 31} V = {-57, -40, -72, -44, -68, -73, -66, -58, -75, -71, -59, -74, -53, -55, -70, -63, -61, -60, -62, -76}
16	+74 0	-100 -174	238	O = {8, 48, 54, 0, 33, 4, 45, 71, 7, 66, 35, 27, 30, 25, 47, 5, 19, 57, 58, 55} V = {-147, -135, -152, -161, -144, -111, -104, -119, -153, -159, -130, -123, -155, -107, -172, -151, -112, -174, -134, -148}
17	+220 0	-120 -340	547	O = {217, 115, 184, 9, 56, 27, 134, 219, 129, 36, 34, 69, 213, 170, 168, 38, 60, 122, 212, 215} V = {-245, -167, -168, -312, -178, -310, -128, -256, -253, -280, -278, -223, -336, -179, -289, -290, -204, -151, -177, -236}
18	+134 +60	0 -74	186	O = {115, 100, 67, 107, 78, 66, 68, 61, 106, 80, 124, 94, 76, 73, 131, 86, 113, 110, 122, 60} V = {-53, -4, -56, -69, -12, -35, -57, -36, -8, -11, -67, -31, -62, -59, -40, -29, -25, -28, -41, -2}
19	+60 0	-80 -240	276	O = {40, 51, 41, 53, 27, 39, 20, 23, 25, 37, 56, 45, 55, 54, 58, 30, 43, 6, 5, 42} V = {-91, -160, -229, -218, -185, -109, -193, -122, -126, -194, -130, -192, -135, -121, -102, -115, -116, -110, -131, -152}
20	+46 0	-50 -96	131	O = {42, 41, 15, 3, 35, 28, 13, 26, 11, 18, 44, 37, 33, 20, 40, 45, 36, 1, 4, 43} V = {-81, -83, -60, -80, -77, -53, -64, -75, -63, -57, -68, -92, -95, -50, -66, -73, -62, -70, -67, -93}

ЛИТЕРАТУРА

1. Автоматизация технологической подготовки производства: учеб. пособие по курсам "Автоматизированные системы технологической подготовки производства" и "Автоматизация конструкторского и технологического проектирования". – Тамбов: Издательство ТГТУ, 2002.
2. Горбатов В.А. Основы дискретной математики / В.А. Горбатов – М. 1986.
3. Капустин Н.М. Автоматизация машиностроения: учеб. для вузов / Н.М. Капустин, Н.П. Дьяконова, П.М. Кузнецов; под ред. Н.М. Капустина. – М.: Высш. шк., 2003.
4. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики: учеб. пособие для вузов по спец. "Автоматика и телемеханика" / Ю.М. Коршунов – М. Энергоатомиздат, 1987.
5. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов Г.М. Адельсон-Вельский – М.: Энергоатомиздат, 1988.
6. Лифиц И.М. Основы стандартизации, метрологии, сертификации / И.М. Лифиц. – М.: Юрайт, 1999.
7. Нефедов В.Н. Курс дискретной математики / В.Н. Нефедов, В.А. Осипова – М.: Издательство МАИ, 1992.
8. Проектирование технологических процессов механической обработки деталей: методические указания для выполнения курсовой работы по дисциплине "Технология машиностроения и производства подъемно-транспортных, дорожных и строительных машин" для студентов специальности 170900 / В.Н. Самохвалов. – Самара: СамИИТ, 2000.
9. Челищев Б.Е. Автоматизация проектирования технологии в машиностроении / Б.Е. Челищев, И.В. Боброва, А. Гонсалес-Сабатер; под. ред. акад. Н.Г. Бруевича. – М.: Машиностроение, 1987.
10. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику / С.В. Яблонский. – М.: Наука, 1986.

Составители: Тузик Ирина Владимировна
Хомицкая Татьяна Георгиевна

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению лабораторных работ по дисциплине

«Дискретная математика»

для студентов специальностей

36 01 01 «Технология машиностроения»,

36 01 03 «Технологическое оборудование

машиностроительного производства»

дневной формы обучения

Часть I

Ответственный за выпуск: Тузик И.В.

Редактор: Строкач Т.В.

Компьютерная верстка: Кармаш Е.Л.

Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 23.01.2007 г. Формат 60х84¹/₁₆. Усл. п.л. 2,09.

Уч. изд. л. 2,25. Заказ № **115**. Тираж **100** экз. Отпечатано на ризографе
учреждения образования «Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.