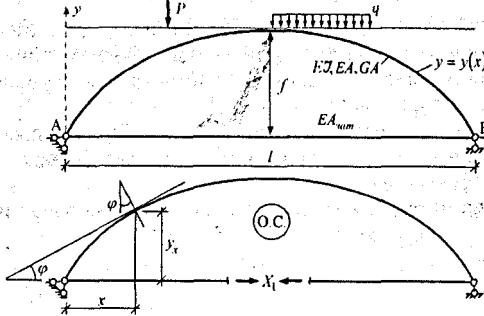


### О ВЛИЯНИИ СДВИГОВЫХ И ПРОДОЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА УСИЛИЯ В ДВУХШАРНИРНЫХ АРКАХ

Рассматривается статический расчет двухшарнирных арок (рис. 1 а) методом сил. Основную систему метода сил примем в виде, представленном на рисунке 1 б, а каноническое уравнение метода будет иметь вид:



где  $\delta_{11}$  – взаимное расхождение по горизонтали сечений затяжки в месте ее разреза от действия сил  $X_1$ , равных единице;  $\Delta_{1P}$  – взаимное расхождение по горизонтали сечений в затяжке в месте ее разреза от действия на арку заданных внешних нагрузок.

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad (1)$$

Перемещения  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1P}$  в общем случае с учетом сдвиговых и продольных деформаций определяются по формулам Мора:

Рисунок 1

$$\delta_{11} = \int_0^s \frac{\bar{M}_1^2 ds}{EJ} + \int_0^s \eta \frac{\bar{Q}_1^2 ds}{GA} + \int_0^s \frac{\bar{N}_1^2 ds}{EA} + \int_0^s \frac{(\bar{N}_1^{zam})^2 dx}{EA_{zam}}; \quad (2)$$

$$\Delta_{1P} = \int_0^s \frac{\bar{M}_1 M_p dx}{EJ} + \int_0^s \eta \frac{\bar{Q}_1 Q_p dx}{GA} + \int_0^s \frac{\bar{N}_1 N_p dx}{EA}, \quad (3)$$

где  $EJ$ ,  $GA$ ,  $EA$  – жесткости арки соответственно при изгибе, сдвиге и растяжении-сжатии;  $\eta$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений по высоте сечения при изгибе (для прямоугольного сечения равен 1,2);  $\bar{M}_1$ ,  $\bar{Q}_1$ ,  $\bar{N}_1$  – зависимости изменения единичных эпюр изгибающих моментов, поперечных и продольных сил в арке от действия единичного значения неизвестного метода сил, то есть от действия силы  $X_1$ , равной единице;  $\bar{N}_1^{zam}$  – закон изменения эпюры  $N$  в затяжке от действия  $X_1=1$ ;  $M_p$ ,  $Q_p$ ,  $N_p$  – зависимости изменения эпюр  $M$ ,  $Q$  и  $N$  в арке от действия внешних нагрузок.

Зависимости изменения усилий  $\bar{M}_1$ ,  $\bar{Q}_1$ ,  $\bar{N}_1$ ,  $\bar{N}_1^{zam}$  для рассматриваемой арки имеют вид:

$$\bar{M}_{1x} = -y_x; \quad \bar{Q}_{1x} = -\sin \varphi_x; \quad \bar{N}_{1x} = -\cos \varphi_x; \quad \bar{N}_1^{zam} = 1. \quad (4)$$

Усилия  $M_p$ ,  $Q_p$  и  $N_p$  в О.С. обычно выражают через так называемые балочные эпюры  $M_p''$  и  $Q_p''$ , построенные в простой двухопорной балке, имеющей пролет, равный пролету арки, и загруженной такой же внешней нагрузкой. Поперечные и продольные силы в О.С. метода сил арки  $Q_p$  и  $N_p$  выражаются через балочную эпюру  $Q_p''$  с помощью соотношений

$$Q_p = Q_p'' \cos \varphi; \quad N_p = -Q_p'' \sin \varphi. \quad (5)$$

Подставляя полученные зависимости в (2) и (3) и учитывая, что  $ds = dx / \cos \varphi_x$ , выражения для перемещений  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1P}$  получим в виде:

$$\delta_{11} = \int_0^l \frac{y^2 dx}{EJ \cos \varphi} + \int_0^l \eta \frac{\sin^2 \varphi dx}{GA \cos \varphi} + \int_0^l \frac{\cos \varphi dx}{EA} + \frac{l}{EA_{зам}}; \quad (6)$$

$$\Delta_{1P} = - \int_0^l \frac{y M_P dx}{EJ \cos \varphi} - \int_0^l \eta \frac{\sin \varphi Q_P dx}{GA \cos \varphi} - \int_0^l \frac{N_P dx}{EA}. \quad (7)$$

Первые слагаемые в этих выражениях учитывают влияние изгибных деформаций, выражаемых через изгибающие моменты, вторые и третьи слагаемые учитывают соответственно влияние сдвиговых и продольных деформаций, выраженных через поперечные и продольные силы, четвертое слагаемое учитывает влияние продольных деформаций в затяжке.

После вычисления величин  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1P}$  решается уравнение (1) и находится неизвестное метода сил  $X_1 = -\Delta_{1P} / \delta_{11}$ . Окончательные эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил в статически неопределимой арке после этого строятся по формулам:

$$\begin{aligned} M &= \bar{M}_1 \cdot X_1 + M_P = -yX_1 + M_P; \\ Q &= \bar{Q}_1 \cdot X_1 + Q_P = -\sin \varphi X_1 + Q_P; \end{aligned} \quad (8)$$

$$N = \bar{N}_1 \cdot X_1 + N_P = -\cos \varphi X_1 + N_P; \quad N^{зам} = \bar{N}_1^{зам} \cdot X_1 = 1 \cdot X_1 = X_1.$$

Учитывая в выражениях (6) и (7) те или иные слагаемые или их сумму, можно оценить влияние различных видов деформаций на усилия и перемещения в арках. Сразу следует сказать, что определяющим в расчетах изгибаемых систем, к которым относятся и арки, являются [1] изгибные деформации (первое слагаемое). Здесь далее исследуем влияние сдвиговых и продольных деформаций на усилия в двухшарнирных арках различных очертаний (кругового, параболического, синусоидального, эллиптического, гиперболического, катеноидального, стрельчатых арок) и параметров (стрелы подъема арки  $f$ , высоты сечения – при неизменной площади сечения). Расчет двухшарнирных арок выполняется по компьютерной программе «Арка2» (рисунок 2), разработанной на кафедре строительной механики БрГТУ [2].

Рассмотрим арку пролетом 18 м со стрелой подъема 5 м, нагруженную равномерно распределенной нагрузкой 15 кН/м симметрично по всей длине пролета (рисунок 2) и несимметрично на две трети пролета арки.

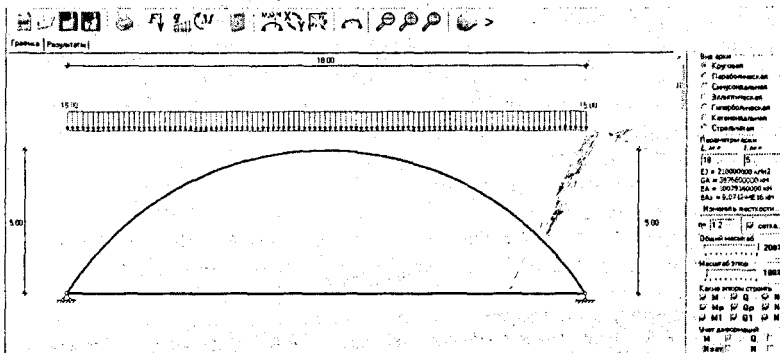


Рисунок 2 – Основное окно программы «Арка2» и расчетная схема арки

Анализ результатов расчета показывает, что наибольшее влияние учет поперечных и продольных деформаций на величины усилий (до 31,62%) оказывает в арках со стрель-

чатый очертанием при высоте подъёма стрелы арки  $f = 7$  м (рисунок 3, 4). При этом влияние поперечных деформаций во всех случаях незначительно (менее 1%), то есть основным и более существенным является влияние продольных деформаций. При этом влияние учета поперечных и продольных деформаций увеличивается с ростом стрелы подъёма и при увеличении высоты сечения арки (при неизменной площади сечения).



**Рисунок 3**



**Рисунок 4**

**Список цитированных источников**

1. Борисевич, А.А. Строительная механика: учеб. пособ. / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – Мн.: БНТУ, 2007. – 821 с.
2. Расчет двухшарнирных арок на статические нагрузки: методические указания по дисциплине «Строительная механика» для студентов специальности 70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство» / В.И. Игнатюк; БрГТУ. – Брест, 2003. – 27 с.