Приведенные экспериментальные данные являются лишь частью проводимой исследовательской работы, но уже сейчас можно говорить о том, что результаты исследований могут быть использованы в практической деятельности для производственных и лабораторных испытаний оборудования с механическими приводами, содержащими зубчатые передачи, и для дальнейшего развития методов диагностики. Перспективным направление также может оказаться разработка программного обеспечения, способного сравнивать эталонные сигналы механизма, с текущими характеристиками, предоставляя при этом информацию о динамике изменения виброакустических сигналов определенных узлов механизма.

Список цитированных источников

1. Robert Bond Randall, Vibration-based Condition Monitoring. – School of Mechanical and Manufacturing Engineering, University of New South Wales, Australia: Wiley, 2011. – 289 c.

2. C. Scheffer, Practical Machinery Vibration Analysis and Predictive Maintenance. - Pondicherry, India:

Newnes, 2004. - 255 c.

3. Клюев, В.В. Неразрушающий контроль: справоч. в 7 т. Вибродиагностика / Ф.Я. Балицкий [и др.]. -

М.: Машиностроение, 2005. - Т.7. - Кн.2.

4. Разработка макетного образца компьютерной системы для проведения оценки качества изготовления и технического состояния зубчатых приводов с использованием высокоэффективных компонентов и новейших информационных технологий: отчет о НИР (промежуточный) / БрГТУ; рук. НИР Драган А.В. – Брест, 2007. – 55 с. – № ГБ 06/615 / № госрегистрации 20062631.

УДК 621.81.001.63

Ниничук А.В.

Научный руководитель: к.т.н., доцент Санюкевич Ф.М.

## КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И СИЛОВОЙ РАСЧЕТЫ ПЛАНЕТАРНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Передаточное отношение планетарной зубчатой передачи обозначают буквой i с индексами, например  $i_{13}^{(H)}$ . Нижние индексы при i показывают ведущее и ведомое звено, т.е. направление передачи движения. Верхний индекс, заключённый в скобках, указывает неподвижное звено, относительно которого рассматривается движение.

Для определения передаточного отношения рассмотрим дифференциальную планетарную передачу, у которой три основных звена имеют положительные угловые скорости  $\omega_1$ ,  $\omega_3$ ,  $\omega_H$ . Сообщим мысленно дифференциальной передаче вращение в обратном направлении с угловой скоростью водила  $\omega_H$ . Тогда основные звенья будут иметь скорости  $\omega_1$  -  $\omega_H$ ;  $\omega_3$  -  $\omega_H$ ;  $\omega_H$  -  $\omega_H$  = 0. Водило Н оказалось неподвижным. Такой метод мысленной остановки водила дифференциальной планетарной передачи называется методом Виллиса.

В результате мысленной остановки водила Н вместо дифференциальной планетарной передачи получили обычную простую непланетарную передачу, в которой сателлиты 2 становятся паразитными зубчатыми колёсами, не влияющими на её передаточное отношение. Такую передачу называют обращённым механизмом. Для этого механизма при ведущем центральном зубчатом колесе 1, ведомом центральном колесе 3 и мысленно остановленном водиле Н передаточное отношение в соответствии с формулой Виллиса имеет вид:

$$\dot{t}_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(\frac{z_3}{z_2}\right) = -\frac{z_3}{z_1},\tag{1}$$

где через z обозначены числа зубьев соответствующих зубчатых колёс.

Передаточное отношение  $(-\frac{z_2}{z_2})$  имеет знак минус для внешнего зацепления (разное направление угловых скоростей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ ), а передаточное отношение ( $\frac{z_3}{z_2}$ ) имеет знак плюс для внутреннего зацепления (одинаковое направление угловых скоростей  $\omega_2$  и  $\omega_3$ ).

Таким образом, по формуле (1) вычисляют передаточное отношение планетарной зубчатой передачи, у которой неподвижно водило H ( $\omega_H$  = 0), центральное зубчатое ко-

лесо 1 является ведущим, а центральное зубчатое колесо 3 – ведомым.

Формула (1), записанная в виде

$$\frac{\omega_1-\omega_H}{\omega_3-\omega_H}=-\frac{z_3}{z_1}$$

 $\omega_3 - \omega_H - z_1'$  широко используется [1-5] для определения передаточного отношения планетарной зубчатой передачи при любом остановленном основном звене и любом направлении передачи движения.

Учитывая, что планетарная зубчатая передача с одновенцовыми сателлитами, выполненная по схеме 2К – Н, получила наибольшее распространение, запишем в окончательном виде формулы передаточного отношения і этой передачи для всех возможных вариантов её работы в режиме, когда одно звено является ведущим, другое - ведомым, а третье звено неподвижно, т.е. заторможено:

$$i_{13}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1};$$

$$i_{31}^{(H)} = \frac{1}{t_{13}^{(H)}} = -\frac{z_1}{z_3};$$

$$i_{1H}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1};$$

$$i_{H1}^{(3)} = \frac{1}{t_{1H}^{(3)}} = \frac{z_1}{z_1 + z_3};$$

$$i_{3H}^{(1)} = 1 - i_{31}^{(H)} = 1 + \frac{z_1}{z_3};$$
(5)

$$i_{1H}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_4};$$
 (3)

$$i_{H1}^{(3)} = \frac{1}{i_{13}^{(3)}} = \frac{z_1}{z_1 + z_3}; \tag{4}$$

$$i_{3H}^{(1)} = 1 - i_{31}^{(H)} = 1 + \frac{z_1}{z_2};$$
 (5)

$$i_{H3}^{(1)} = \frac{1}{l_{M}^{(1)}} = \frac{z_3}{z_1 + z_3}.$$
 (6)

 $i_{H3}^{(1)}=rac{1}{l_{3H}^{(1)}}=rac{z_3}{z_1+z_3}.$  (6)
В качестве дифференциальной планетарной зубчатой передачи, называемой дифференциалом, как правило, служат планетарные передачи, также выполненные по схеме 2К – Н. Звенья дифференциальной планетарной передачи подвижны и вращаются вокруг основной оси, двигаясь параплельно некоторой неподвижной плоскости. Для этих звеньев справедливы равенства:

$$\omega_{3} = i_{31}^{(H)} \omega_{1} + i_{3H}^{(1)} \omega_{H}; 
\omega_{1} = i_{13}^{(H)} \omega_{3} + i_{1H}^{(3)} \omega_{H}; 
\omega_{H} = i_{H1}^{(3)} \omega_{1} + i_{H3}^{(1)} \omega_{3}; 
\omega_{2} = i_{21}^{(H)} \omega_{1} + i_{2H}^{(1)} \omega_{H}.$$
(7)

Уравнения (7) используют для определения угловых скоростей звеньев дифферен-

Рассмотрим одноступенчатую дифференциальную планетарную зубчатую передачу с одновенцовыми сателлитами, выполненную по схеме 2К - Н. Этот механизм имеет три основных выходных звена: 1, 3 и Н. Обозначим вращающие моменты на этих звеньях через  $T_1$ ,  $T_3$  u  $T_H$ , а угловые скорости соответственно через  $\omega_1$ ,  $\omega_3$  и  $\omega_H$ .

При установившемся движении планетарная передача, состоящая из трёх основных звеньев 1, 3 и Н, находится в равновесии и для неё можно написать два очевидных уравнения:

$$T_1 + T_3 + T_H = 0;$$
 (8)

по условию сохранения энергии

$$T_1\omega_1+T_3\omega_3+T_H\omega_H=0. (9)$$

В этих уравнениях вращающим моментам Т и их произведениям на угловые скорости  $T_{\omega}$  приписывают знак плюс при совпадении направлений T и  $\omega$  (ведущие звенья) и знак минус, если они противоположны (ведомые звенья). Кроме того, в формуле (9) пока не учтены потери на трение, учитываемые КПД  $\eta$ .

Два уравнения (8) и (9) позволяют определить два неизвестных момента T при одном заданном и известных  $\omega$ . Обычно задан момент на ведущем (входном) или ведомом

(выходном) валах передачи.

При  $\omega_3 = 0$  (колесо 3 соединено с неподвижным корпусом) имеем:

$$T_1 \omega_1 + T_H \omega_H = 0$$

И

$$T_{H} = -T_{1} \frac{\omega_{1}}{\omega_{H}} = -T_{1} i_{1H}^{(3)}, \tag{10}$$

где  $i_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{z_3}{z}$ .

Если учесть потери на трение путём введения КПД  $\eta_{1H}^{(3)} = 0,97$  при передаче движения от ведущей центральной шестерни 1 к ведомому водиле H, то получим  $T_H = -T_1 \; i_{1H}^{(3)} \; \eta_{1H}^{(3)}$ . Согласно уравнению (8) условие равновесия запишем в виде

$$T_H = -T_1 \, i_{1H}^{(3)} \, \eta_{1H}^{(3)}. \tag{11}$$

$$T_1 + T_3 + \left(-T_1 i_{1H}^{(3)} \eta_{1H}^{(3)}\right) = 0.$$

Отсюда

$$T_3 = T_1 \left( i_{1H}^{(3)} \, \eta_{1H}^{(3)} - 1 \right).$$
 (12)

Таким же образом можно получить формулу для определения вращающего момента на центральном колесе 3 при известном вращающем моменте Тн на водиле (на выходном валу планетарной передачи):

$$T_3 = -T_H \left( 1 - \frac{1}{\binom{3}{19} \binom{3}{19}} \right). \tag{13}$$

При этом, вращающий момент  $T_3$  мало отличается от момента  $T_H$  на выходном валу. Например, при  $T_H$  = -450 H м,  $i_{1H}^{(3)}$  = 10 и  $\eta_{1H}^{(3)}$  = 0,97  $T_3$  = 405 H м. Таким образом, при больших значениях  $i_{1H}^{(3)}$  в приближённых расчётах можно прини-

мать  $T_3 = -T_H$ .

Для двухступенчатой планетарной зубчатой передачи с двухвенцовыми сателлитами условие равновесия и условие сохранения энергии имеют вид:

$$T_1 + T_4 + T_H = 0; (14)$$

$$T_1 + T_4 + T_H = 0;$$
 (14)  
 $T_1\omega_1 + T_4\omega_4 + T_H\omega_H = 0.$  (15)

При  $\omega_4 = 0$  (колесо 4 соединено с неподвижным корпусом) имеем:

$$T_1 \omega_1 + T_\mu \omega_H = 0$$

И

$$T_{H} = -T_{1} \frac{\omega_{1}}{\omega_{H}} = -T_{1} \dot{\iota}_{1H}^{(4)}, \tag{16}$$

где  $i_{1H}^{(4)} = 1 + \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}$ .

С учётом потерь на трение ( $\eta_{1H}^{(4)} = 0.96$ )

$$T_{H} = -T_{1} i_{1H}^{(4)} \eta_{1H}^{(4)}. \tag{17}$$

131

ු Далее по аналогии с рассмотренной выше одноступенчатой планетарной передачей с одновенцовыми сателлитами определяется вращающий момент  $T_4$  на центральном копесе 4:

$$T_4 = T_1 \left( i_{1H}^{(4)} \eta_{1H}^{(4)} - 1 \right) \tag{18}$$

ипи

$$T_4 = T_1 \left( i_{1H}^{(4)} \eta_{1H}^{(4)} - 1 \right)$$
(18)  
$$T_4 = -T_H \left( 1 - \frac{1}{i_{1H}^{(4)} \eta_{1H}^{(4)}} \right).$$
(19)

Список цитированных источников

Иванов, М.Н. Детали машин / М.Н. Иванов, В.А. Финогенов. – М.: Высш. шк., 2010. – 408 с.

2. Курмаз, Л.В. Детали машин. Проектирование / Л.В. Курмаз, Л.В. Скойбеда. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. – 290 с.

3. Дунаев, П.Ф. Конструирование узлов и деталей машин / П.Ф. Дунаев, О.П. Леликов. – М.: Изда-

тельский центр «Академия», 2004. - 496 с.

 Детали машин / Л.А. Андриенко, Б.А. Байков, И.К. Ганулич [и др.]; под ред. О.А. Ряховского. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. – 520 с.

5. Скойбеда, А.Т. Детали машин и основы конструирования / А.Т. Скойбеда, А.В. Кузьмин, Н.Н. Макейчик. - Мн.: Высш. шк., 2000. - 584 с.

УДК 5-39.38

Русецкий Э.В.

Научный руководитель: доцент Хвисевич В.М.

## РАСЧЁТ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК, НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ. ТЕМПЕРАТУРНЫЙ АНАЛИЗ

## Введение

В инженерной практике широко применяются оболочки в виде цилиндров, шаров, конусов или их комбинаций. Задачей расчета на прочность – жёсткость таких оболочек является определение напряжений и деформаций в их стенках под действием заданных внутренних нагрузок. Данная задача может быть решена двумя методами:

а) применением безмоментной (мембранной) теории оболочек:

б) применением моментной теории.

Так как у тонкостенных оболочек отношение толщины стенки к диаметру очень мало, то они плохо приспособлены к работе на изгиб, потому что относительно малые изгибающие моменты вызывают в них значительные напряжения и прогибы.

Наличие чисто изгибного типа напряжений опасно и технологически невыгодно для тонкостенных оболочек. Поэтому их всегда стараются избежать, выбирая соответствующую форму аппарата, определенным образом закрепляя его края и т.п. Если кривизна оболочки, ее толщина или нагрузка изменяются скачкообразно, то это приводит к наличию в точках изменения перерезывающих сил и изгибающих моментов, а это приводит к отказу от безмоментной теории [4].

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Моментная теория применяется в случае нагружения тонкостенных сосудов краевыми силами и моментами (краевая задача). Причины появления краевых сил и моментов следующие:

- а) разная жесткость соединяемых частей сосуда, заделка края оболочки в недеформируемое основание (фланец, трубная доска), насаживание на обечайку бандажа;
  - б) сопряжение оболочек в стыковом сечении под углом (например, цилиндр конус);
- в) внезапное изменение по меридиану какого-либо силового или физического параметра.