

Свойства FLUID142 – плотность, вязкость, теплопроводность и теплоемкость. Теплопроводность и теплоемкость необходимы только в том случае, если решаемая задача является по своей природе тепловой. Свойства могут быть функцией температуры.

Возможен учет модели многокомпонентной среды. Эта опция позволяет отслеживать поведение до шести разных жидкостей в основной жидкости.

Интерес представляет получить векторное поле скоростей в заданной части бифуркации сонной артерии. Полученная в результате расчета линия тока позволит наглядно судить о наличии областей завихрения тока в ампуле, а также делать более наглядный анализ в остальных областях тока.

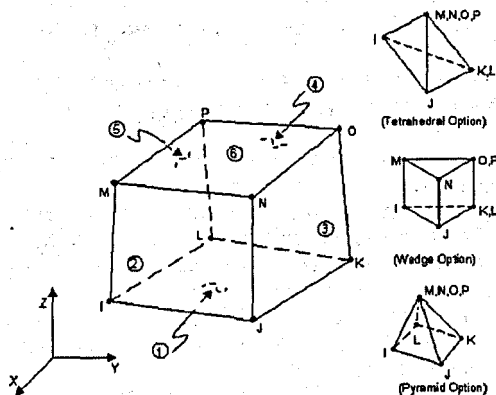


Рисунок 3 – Характеристики элемента FLUID141

Заключение. Результаты работы могут быть использованы в учебных целях, а также требуют проверки еще в одной конечно-элементной системе, позволяющей расчет процессов в жидкостях, например COSMOS. Важным является и развитие аналитической модели на базе математических систем.

Список цитированных источников

1. Botnar, R. Hemodynamics in the carotid artery bifurcation: a comparison between numerical simulations and in vitro MRI measurements / R. Botnar, G. Rappitsch, M.B. Scheidegger [et. al.] // Journal of Biomechanics. – 2000. – № 33. – P.137-144.
2. Руководство по основным методам проведения анализа в программе ANSYS. С. 399. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.learn-construction.kh.ua. 06.12.2012.
3. Каменский, А. Практическое применение конечно-элементного пакета ANSYS к задачам биомеханики кровеносных сосудов: учебно-методическое пособие для студентов естественных дисциплин / Каменский А., Сальковский Ю. – 2005. – С. 77–90.

УДК 551.510.7:645.625.162.4

Липовцев А. П.

Научные руководители: доцент Янусик И.С., учитель физики Липовцева Н. Ф.

ИССЛЕДОВАНИЕ СТОЯЧИХ ВОЛН

Особого рода интерференционная картина называется стоячей волной. Она получается в том случае, если две когерентные волны, одинаковые по интенсивности, распространяются навстречу друг другу. Каждая из бегущих волн переносит энергию в направлении своего распространения, так как эти направления противоположны, то в результате переноса энергии в стоячей волне нет. В отличие от бегущей волны, в стоячей волне

не происходит переноса энергии, а осуществляется лишь пространственная перекачка энергии одного вида в энергию другого вида с удвоенной частотой.

$X = 2 \cdot A \cdot \cos(2\pi r/\lambda) \sin(\omega t)$ – уравнение стоячей волны. Амплитуда колебаний частиц в стоячей волне зависит от их координат, но не зависит от времени. $A_0 = 2 \cdot A \cdot |\cos 2\pi r/\lambda|$ – амплитуда стоячей волны.

В стоячей волне имеются такие точки, которые остаются всё время неподвижными – это узлы. Их положения: $r = \pm \lambda/4 \cdot (2n + 1)$ или $r = \pm \lambda/4$; $r = \pm 3\lambda/4$; где $n = 0, 1, \dots$

Точки волны, колеблющиеся с наибольшими амплитудами, называются пучностями. Их положения: $r = 0; \pm \lambda/2; \pm 2\lambda/2; \pm 3\lambda/2; \dots$

Стержень, струна, столб воздуха в трубе – это примеры одномерных колебательных систем.

Собственные колебания пластин связаны с образованием двумерных стоячих волн, представляющих собой суперпозицию стоячих волн, устанавливающихся в направлении осей X и Y.

Вид фигур зависит от формы пластинки и положения закреплённой точки, а также от места возбуждения колебаний.

Если собственные частоты одномерных колебательных систем определяются рядом натуральных чисел k , то для пластин собственные частоты определяются возможными сочетаниями двух таких рядов целых чисел m, n , где $m = 0, 1, 2, \dots, n = 0, 1, 2, \dots$ ($m = n = 0$ исключено, т.к. это соответствует отсутствию стоячих волн).

Всякое упругое тело произвольной формы представляет собой трехмерную колебательную систему, имеющую кроме основной, бесконечное число гармоник, частота которых определяется набором трёх чисел m, n, l .

$m = 0, 1, 2, \dots; n = 0, 1, 2, \dots; l = 0, 1, 2, \dots$; ($m = n = l$ исключено, т.к. это соответствует отсутствию стоячих волн).

Любое тело, материал которого обладает упругими свойствами (практически все тела), представляет собой колебательную систему, имеющую бесконечный набор собственных частот. Такие тела способны резонировать на частоты, совпадающие с основной частотой или частотой какой-либо гармоники.

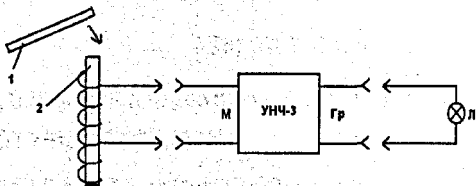
Магнитострикция и её использование для получения ультразвука

Магнитострикция – явление, заключающееся в том, что при изменении состояния намагниченности тела его объём и линейные размеры изменяются. Эффект открыт Джоулем в 1842 году и вызван изменением взаимосвязей между атомами в кристаллической решётке, и поэтому свойствен всем. В технике магнитострикция используется для генерации ультразвука.

Ферромагнитные стержни изменяют свои линейные размеры под действием магнитного поля, направленного вдоль оси стержня. Поместив такой стержень в переменное магнитное поле, мы вызовем в стержне вынужденные колебания, амплитуда которых особенно велика при резонансе. Колеблющийся конец стержня создает в окружающей среде ультразвуковые волны.

Опыт: Наблюдение явления магнитострикции.

Оборудование: ферритовый стержень $l = 14$ см, $d = 8$ мм, провод ПЭЛ 0.2, УНЧ-З (усилитель низкой частоты), лампочка 2.5 В, провода, деревянная палочка.



1 – деревянная палочка, 2 – ферритовый стержень с обмоткой (300 витков)
Рисунок 1 – Схема установки

Феррит обладает значительной магнитострикцией и вместе с тем высоким удельным сопротивлением. Основным его недостатком является малая механическая прочность. ($l = 2 - 4 \text{ Вт/см}^2$, как правило, происходит излом).

Конструкция излучателя:

Вибратором является круглый ферритовый стержень $d = 8 \text{ мм}$, $l = 14 \text{ см}$, обмотка возбуждения состоит из двух слоёв провода ПЭЛ 1.0, намотанных на половину стержня. Выводы обмотки возбуждения выполнены из многожильных проводников в полихлорвиниловой изоляции, снабжённых наконечниками для зажима под клеммы для включения в гнезда. Обмотка возбуждения покрыта слоем изолянта.

Резонансное возбуждение колебаний излучателя.

Подключим излучатель к генератору. Положим лезвие безопасной бритвы на верхний торец вибратора. Включив генератор и дав ему прогреться, будем постепенно увеличивать частоту переменного тока, проходящего по обмотке возбуждения. Найдём частоту, на которой дребезжание лезвия самое интенсивное – это и есть основная частота ($\nu_0 = 19 \cdot 10^3 \text{ Гц}$) нашего излучателя.

Теория доказывает, что амплитуда колебаний вибратора, возбуждённого на основной частоте, больше амплитуды колебаний на любой гармонике. Поэтому для дальнейших опытов будем использовать эту частоту $\nu_0 = 19 \cdot 10^3 \text{ Гц}$.

Обнаружение колебаний излучателя.

1. Пальцами возьмёмся за конец вибратора, возбуждённого на основной частоте. Вибратор стал «скользящим». Если прижать палец к торцу вибратора, возникает ощущение лёгкого ожога. Если выключить вибратор – ощущения исчезают. Это объясняется тем, что конец вибратора совершает колебания с большой частотой и заметной амплитудой.

2. Если перемещать пальцы к середине вибратора, ощущение «скользячности» уменьшается, а дойдя до середины оно вообще пропадает.

Вывод: В середине вибратора действительно находится узел, а по краям – пучности смещений, т.е. в вибраторе устанавливается стоячая волна.

Скорость ультразвука в излучателе.

В реальной среде скорость зависит от типа волны. В продольной волне, распространяющейся, например, в тонком упругом стержне, смещение частиц среды приводит к деформации. Поэтому скорость распространения продольных волн будет определяться упругостью среды (модуль Юнга). А в сплошной среде она зависит ещё от плотности.

$$u_{\text{прод.}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}; E = \rho \cdot u^2$$

Таблица 1 – Определение модуля упругости феррита

Длина (l)	Масса кг (m)	Диаметр, м (d)	Площадь поперечного сечения, м ² (S)	Объём, м ³ (V)	Плотность, кг/м ³ (ρ)	Скорость, м/сек $u_{\phi} = 2l \cdot \nu_0$	Модуль упругости, Па $E = \rho \cdot u_{\phi}^2$	Модуль упругости, Па (табл.)	Относит-погр. % $\epsilon = \Delta E /E_{\text{таб}}$
0,1	0,024	$8 \cdot 10^{-3}$	$50,24 \cdot 10^{-6}$	$5,024 \cdot 10^{-7}$	4777	$5,32 \cdot 10^3$	$13,5 \cdot 10^{10}$	$13,3 \cdot 10^{10}$	3,78

Исследование изгибных волн в пластинках

В XVIII веке немецкий физик Эрнст Хладни обнаружил, что под воздействием звука песок, лежащий на поверхности упругой колеблющейся пластинки, начинает выстраиваться в точные геометрические узоры. Причём форма рисунка напрямую зависит от частоты звука. Фигуры, образуемые скоплением мелких частиц сухого песка вблизи узловых линий на поверхности упругой колеблющейся пластинки, называются *фигуры Хладни*.

В результате колебаний на пластинке возникают так называемые стоячие волны. У стоячих волн есть узлы стоячей волны (точки не колеблются) и пучности стоячей волны (точки, в которых колебания максимальны по амплитуде). Песок будет перемещаться из пучностей в узлы и в результате весь песок соберётся в узлах, а в пучностях его не останется. Общий рисунок зависит от формы пластинки, положения опор и частоты вибрации.

В звуковом диапазоне. От конца трубки по диску распространяется круговая волна. Дойдя до края диска, она отражается. В результате интерференции падающей и отражённых волн в диске устанавливается стоячая волна, и порошок собирается в её узлах. Расстояние между двумя соседними узлами равно половине длины волны $\Delta r = \lambda/2$. Исследования показали, что волна в диске и продольная, и поперечная. Изгибная волна отличается от обычной. Например, скорость изгибной волны $V_{из}$ не остаётся постоянной при изменении частоты. Это явление называется дисперсией. $V_{из} \sim \sqrt{v}$. Так как $V_{из} = \lambda_{из} \nu$ (общая формула для волн любой природы). $\lambda_{из} = V_{из}/\nu \sim 1/\sqrt{\nu}$, так как $\nu = V/2l$ (для трубки).

$\lambda_{из} \sim 1/\sqrt{\nu}$; $\lambda_{из} = \alpha \sqrt{l}$; α – постоянный коэффициент пропорциональности.

Таблица 2 – Результаты опытов в звуковом диапазоне

	1 опыт	2 опыт
Длина трубки (l)	50 см	40 см
Внутренний диаметр	4,5 мм	4,5 мм
Внешний диаметр	5 мм	5 мм
Расстояние между узлами (Δr)	2 см	1,6 см
Длина изгибной волны ($\lambda_{из} = 2 \cdot \Delta r$)	40 мм	32 мм
Расстояние от края диска	0,9 – 1 см	0,8 см

$\lambda_{из1} = \alpha \sqrt{l_1}$; $\lambda_{из2} = \alpha \sqrt{l_2}$; $\lambda_{из1}/\lambda_{из2} = \sqrt{l_1}/\sqrt{l_2} = \sqrt{50}/\sqrt{40} = 7,07/6,32 = 1,12$; с другой стороны, $\lambda_{из1}/\lambda_{из2} = 40 \text{ мм}/32 \text{ мм} = 1,25$; так как $1,12 \approx 1,25$ опыт с некоторой точностью подтверждает факт существования изгибных волн, так и справедливость соотношения $\lambda_{из} = \alpha \cdot \sqrt{l}$.

Таблица 3 – Результаты опытов в ультразвуковом диапазоне

	Алюминиевый диск	Диск из оргстекла
Диаметр, d	15 см	15 см
Расстояние между узлами, Δr	1 см	0,9 см
Расстояние от края диска, $\Delta r/2$	0,5 см	0,44 см
Длина изгибной волны, $\lambda_{из}$	2 см	1,8 см

Вывод: изгибные волны в звуковом и в ультразвуковом диапазонах похожи. Всё происходит в соответствии с теорией: первый узел образуется на расстоянии $\lambda/4$ от края диска.

Волны на бумаге. На толстый кусок поролона толщиной 3 см помещаем белый плотный лист бумаги. На лист через сито тонким слоем насыпаем марганцевоокислый калий, настраиваем вибратор в резонанс с генератором. Расположив излучатель под углом 45° к горизонту, получаем круговые волны с центром в точке соприкосновения вибратора с бумагой.

Передвигая излучатель, не отрывая торца от бумажного листа, замечаем, как вместе с излучателем по бумаге перемещается система круговых волн.

Прорежем в листе бумаги небольшое отверстие и расположим вблизи него излучатель. Ультразвуковая волна огибает отверстие. Отсюда следует существование дифракции ультразвука.

Коснёмся вибратором листа вблизи его незакреплённого края. По виду линии, где собираются кристаллики марганцевоокислого калия, представляют собой семейство гипер-

бол. Гипербола по определению – это геометрическое место точек, разность расстояний которых до двух данных точек, называемых фокусами гиперболы, есть величина постоянная. Согласно теории интерференции, минимум интенсивности соответствует точкам, в которые волны приходят с разностью хода $\Delta d = (2k + 1) \cdot \lambda/2$; $k = 0, 1, 2, 3, \dots$. Геометрические места таких точек на плоскости представляют собой семейство гипербол, в фокусах которых расположены излучатели.

Таблица 4 – Расстояние между ветвями гиперболы

k	Средняя разность расстояний, (Δr), см		
0	$9 - 7,2 = 1,8$;	$11 - 9 = 2$;	$16 - 14 = 2$
1	$12 - 6 = 6$;	$15 - 9 = 6$;	$20 - 14 = 6$
2	$24 - 14 = 10$;	$19 - 9 = 10$;	$14 - 4 = 10$
3	$23 - 9 = 14$;	$19 - 5 = 14$;	$17 - 3 = 14$

Вывод: при переходе от одной линии ко второй и т. д. разность расстояний увеличивается $2:6:10:14 \dots$ т.е. $1:3:5:7 \dots$. Экспериментальные данные совпадают с теоретическими, если положить $\Delta r = \lambda/2$. (см. таблицу 3)

Список цитированных источников

1. Александров, Н.В. Курс общей физики. Механика / Н.В. Александров, А.Я. Яшкин. – Москва: Просвещение, 1978.
2. Бутиков, Е.И. Физика для углубленного изучения / Е.И. Бутиков, А.С. Кондратьев. – Москва-Санкт-Петербург: ФИЗМАТЛИТ, 2000.
3. Уоккер, Дж. Физический фейерверк. – М.: Мир, 1979.
4. Квант: журнал. – 1978. – № 8.
5. Квант: журнал. – 1976. – № 5.
6. Брэгг, Уильям. Мир света. Мир звука. – М.: Наука, 1967.
7. Шахмаев, Н.М. Физика: ч. II. – М.: Высшая школа, 1977. – Ч. 2.

УДК 517.8

Липовцев А.П.

Научные руководители: к.т.н., доцент Махнист Л.П., к.ф.-м.н., доцент Каримова Т.И.

О МОМЕНТАХ БИНОМИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Биномиальное распределение (распределение Бернулли) – распределение вероятностей случайной величины X , принимающей целочисленные значения $k = 0, 1, 2, \dots, n$ с вероятностями соответственно

$$P(X = k) = p_k(n, p) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k} = C_n^k p^k q^{n-k},$$

где $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ – биномиальный коэффициент, $0 \leq p \leq 1$ – параметр биномиального распределения ($q = 1 - p$), называемый вероятностью положительного исхода.

Ряд распределения:

X	0	1	2	...	k	...	$n-2$	$n-1$	n
P_k	q^n	npq^{n-1}	$C_n^2 p^2 q^{n-2}$	...	$C_n^k p^k q^{n-k}$	...	$C_n^{n-2} p^{n-2} q^2$	$np^{n-1} q$	p^n

Начальным моментом n -го порядка ($n = 0, 1, 2, \dots$) случайной величины называется $\alpha_n = M(X^n)$.