

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**КАФЕДРА СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ  
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ ПО КУРСУ**  
**«Теоретическая механика и сопротивление материалов»**  
для студентов специальности Г.11.15.

Брест 2001

УДК 531.8

Методические указания содержат индивидуальные задания, исходные данные и примеры решения задач статики по определению реакций связей, расчета статически неопределимых стержневых систем на прочность при центральном осевом растяжении-сжатии, расчета балочных систем на прочность и жесткость при прямом изгибе. В указаниях приведены также требования к оформлению расчетно-графических работ.

Основная цель методических указаний – оказание помощи студентам архитектурных специальностей при изучении основных разделов теоретической механики и сопротивления материалов, активизация самостоятельной работы.

Составители: В.М.Хвисевич, доцент, к.т.н.  
С.М. Босяков, ассистент

## Общие положения.

При проектировании зданий и сооружений различного назначения архитекторы должны обладать элементами фундаментальных знаний по общетехническим дисциплинам. К таким дисциплинам относятся теоретическая механика и сопротивление материалов. Умение построить модели силовых нагрузок, определить реактивные силы опорных устройств элементов конструкций, а также оценить их прочностные и жесткостные характеристики, приобретает студентами после изучения основных разделов названных дисциплин.

Типовым планом для подготовки архитекторов предусмотрено незначительное количество учебного времени, в течении которого можно рассмотреть только элементарные разделы теоретической механики и сопротивления материалов.

Студенты должны выполнить две расчетно-графические работы, в состав которых входят 3-4 задания.

Выполнение заданий позволит студентам научиться самостоятельно определять реакции опорных устройств для плоских и пространственных конструкций, производить элементарные прочностные и жесткостные расчеты статически определимых и неопределимых систем на растяжение, сжатие и плоский поперечный изгиб.

### Требования к оформлению расчетно-графических работ.

1. Расчетно-графические работы выполняются на листах А4 (210×297), чернилами (не красными). Они содержат титульный лист, тексты расчетов (выполняются четким почерком с одной стороны листов с краткими пояснениями) и выводы.
2. Расчетные схемы вычерчиваются аккуратно карандашом с указанием подрисуночных подписей. На чертежах, эпюрах и т.д. проставляются все числовые величины, используемые для расчетов.
3. Результаты расчетов округляются до двухзначных цифр с указанием размерностей.

## 1. Теоретическая механика.

Расчетно-графическая работа по теоретической механике включает в себя задания 1.1 и 1.2. Прежде чем приступить к их выполнению, необходимо изучить следующие сведения из теории: связи и их реакции, плоская и пространственная произвольные системы сил, момент силы относительно точки и оси на плоскости и в пространстве, определение реакций связей составных конструкций, теорема Вариньона для момента относительно центра на плоскости и оси в пространстве.

### **Задание 1.1.**

Составная рама состоит из 2-х жестких частей, шарнирно соединенных в точке «С». С помощью внешних связей (шарнирно-неподвижной, шарнирно-подвижной опор и заделки) рама крепится к неподвижному основанию. Рама загружена сосредоточенными силами  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью  $q_1$  или  $q_2$  и парой сил с моментом  $M_1$  или  $M_2$ .

Требуется:

1. определить реакции внешних связей рамы;
2. давление в шарнире С;
3. проверить правильность решения.

Числовые данные взять из таблицы 1.1, схемы рам выбрать из рисунков на страницах 12-15.

### **Пример выполнения задания.**

Дано:

Схема составной рамы (см. рис. 1.),

$$F=20 \text{ кН}; \quad q=6 \text{ кН/м}; \quad M=18 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$\alpha=60^\circ; \quad \beta=30^\circ; \quad a=2 \text{ м}$$

Определить реакции опор в точках А и В, а также давление в шарнире С.

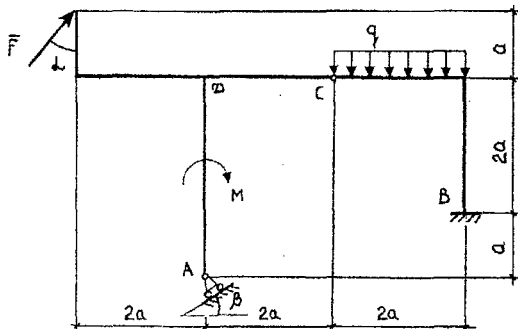


Рис. 1.

## Решение

Рассмотрим равновесие рамы под действием заданных сил и реакций опор. Для этого выберем оси координат  $x$  и  $y$  и заменим опоры в точках  $A$  и  $B$  соответствующими реакциями (рис. 2). Реакция шарнирно-подвижной опоры  $\vec{R}_A$  приложена в точке  $A$  и направлена перпендикулярно опорной плоскости, а реакцию жесткой заделки в точке  $B$  можно разложить на две составляющие  $\vec{X}_B, \vec{Y}_B$ , направленные вдоль координатных осей, и реактивный момент  $M_B$ . Действующую на раму распределенную нагрузку  $q$  заменим равнодействующей  $\vec{Q}$ , модуль которой равен:

$$Q = q \cdot 2a = 6 \cdot 2 = 24 \text{ кН.}$$

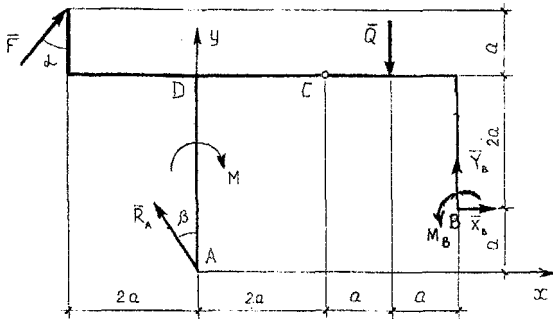


Рис.2.

Рама находится под действием произвольной плоской системы сил, для которой можно составить три уравнения равновесия, в то время как определению подлежат четыре неизвестные реакции. Расчленим раму на части и рассмотрим равновесие каждой из них. При этом действие частей рамы друг на друга заменим составляющими реакции. Поэтому в шарнире  $C$   $\vec{X}_C, \vec{Y}_C$  и  $\vec{X}'_C, \vec{Y}'_C$  для левой и правой частей рамы соответственно (рис.3). По аксиоме равенства действия и противодействия эти реакции противоположно направлены и равны по модулю, то есть:

$$\vec{X}_C = -\vec{X}'_C; \quad \vec{Y}_C = -\vec{Y}'_C. \quad (1.1)$$

Составим уравнения равновесия плоской произвольной системы сил, приложенных к левой части рамы (рис.3):

$$\begin{aligned} \sum F_{kx}^{нес.} = 0: & F \sin \alpha + X_C - R_A \sin \beta = 0; \\ \sum F_{ky}^{нес.} = 0: & F \cos \alpha + Y_C + R_A \cos \beta = 0; \\ \sum M_C^{нес.} = 0: & -F \cos \alpha 4a - F \sin \alpha a - R_A \cos \beta 2a - R_A \sin \beta 3a - M = 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь при определении моментов сил  $\vec{F}$  и  $\vec{R}_A$  была применена теорема Вариньона (предварительно необходимо мысленно разложить данные силы на составляющие вдоль осей координат).

Выразив из последнего уравнения  $R_A$ , и подставив полученное значение в предыдущие два, получим:

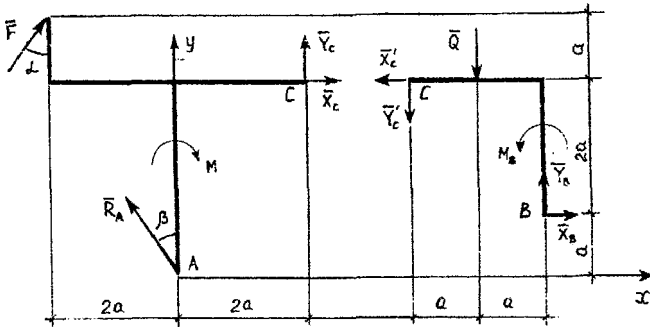


Рис.3.

$$\begin{aligned} R_A &= -\frac{F \cos \alpha 4a + F \sin \alpha a + M}{a(2 \cos \beta + 3 \sin \beta)} = \\ &= -\frac{20 \cdot \cos 60^\circ \cdot 4 \cdot 2 + 20 \cdot \sin 60^\circ \cdot 2 + 18}{2(2 \cdot \cos 30^\circ + 3 \cdot \sin 30^\circ)} = -20,52 \text{ кН}; \\ X_C &= -F \sin \alpha + R_A \sin \beta = -20 \cdot \sin 60^\circ + (-20,52) \sin 30^\circ = -27,58 \text{ кН}; \\ Y_C &= -F \cos \alpha - R_A \cos \beta = -20 \cdot \cos 60^\circ - (-20,52) \cos 30^\circ = 7,77 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Составим теперь уравнения равновесия для плоской произвольной системы сил, приложенных к правой части рамы (рис.3.). Учитывая равенства (1.1), получим:

$$\begin{aligned}
\sum F_{kx}^{прас.} = 0: & -X_C + X_B = 0; \\
\sum F_{ky}^{прас.} = 0: & -Y_C - Q + Y_B = 0; \\
\sum M_B^{прас.} = 0: & X_C 2a + Y_C 2a + Qa + M_B = 0.
\end{aligned}
\tag{1.3}$$

Выражая из уравнений (1.3) неизвестные реакции и подставляя числовые значения, будем иметь:

$$\begin{aligned}
X_B = X_C &= -27,58 \text{ кН}; \\
Y_B = Y_C + Q &= 7,77 + 24 = 31,77 \text{ кН}; \\
M_B = -X_C 2a - Y_C 2a - Qa &= (-27,52) \cdot (-2) \cdot 2 - 7,77 \cdot 2 \cdot 2 - 24 \cdot 2 = 31 \text{ кН} \cdot \text{м}.
\end{aligned}$$

Для проверки правильности решения составим одно из трех уравнений равновесия для системы сил, приложенных ко всей раме:

$$\begin{aligned}
\sum M_D = -F \cos \alpha 2a - F \sin \alpha a - R_A \sin \beta 3a - Q 3a + X_B 2a + Y_B 4a - M + M_B = \\
= 20 \cdot \cos 60^\circ \cdot (-2) \cdot 2 - 20 \cdot \sin 60^\circ \cdot 2 - (-20,52) \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 \cdot 2 - 3 \cdot 24 \cdot 2 + \\
+ (-27,58) \cdot 2 \cdot 2 + 31,77 \cdot 4 \cdot 2 - 18 + 31 = 346,72 - 346,96 = 0,24 \approx 0.
\end{aligned}$$

Проверка показала, что реакции определены верно.

Ответ:

$$\begin{aligned}
R_A = -20,52 \text{ кН}; \quad X_B = -27,58 \text{ кН}; \quad Y_B = 31,77 \text{ кН}; \\
M_B = 31 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad X_C = -27,58 \text{ кН}; \quad Y_C = 7,77 \text{ кН}.
\end{aligned}$$

Знаки показывают, что реакции  $\bar{R}_A, \bar{X}_B, \bar{X}_C$  имеют направление, противоположное показанному на рис.2, 3.

### Задание 1.2.

Две однородные прямоугольные, тонкие плиты жестко соединены под прямым углом друг к другу и крепятся к неподвижному основанию при помощи сферического шарнира (или подпятника), цилиндрического шарнира (подшипника) и невесомого стержня или же двух подшипников и двух невесомых стержней 1 и 2. Все стержни прикреплены к плитам и к неподвижным опорам шарнирами.

Весы плит пропорциональны их площадям, причем удельный вес плит (вес  $1 \text{ м}^2$ ) равен  $\gamma$ .

На плиты действуют пары сил с моментами  $M_1$  и  $M_2$ , лежащие в одной из координатных плоскостей и две силы, значения, направления и точки приложения которых заданы на рис.4. При этом сила  $\vec{F}_1$  лежит в плоскости, параллельной плоскости  $X\bar{Y}$ ,  $\vec{F}_2$  в плоскости, параллельной плоскости  $XZ$ , а сила  $\vec{F}_3$  - в плоскости, параллельной плоскости  $Z\bar{Y}$ . Точки приложения сил  $C, D, E$  находятся в серединах сторон плит.

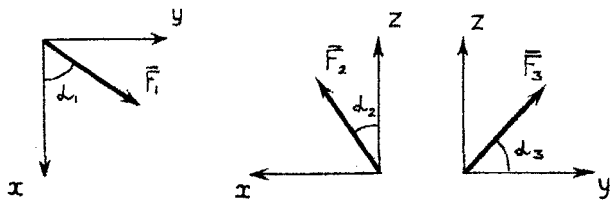


Рис.4.

Требуется:

1. Определить реакции связей,
2. Выполнить проверку правильности определения реакций.

Числовые данные взять из таблицы 1.2., схемы рам - из рисунков на страницах 16-18.

Ниже приведен пример решения задачи.

**Пример выполнения задания.**

Дано:

Схема пространственной конструкции (см. рис.5),

$a = 0,5 \text{ м}; \quad \gamma = 0,9 \text{ Н/м}; \quad M = 24 \text{ Н·м};$

$F_1 = 30 \text{ Н}; \quad \alpha_1 = 60^\circ;$

$F_2 = 37 \text{ Н}; \quad \alpha_2 = -45^\circ.$

Силы приложены в точках *C* и *D* и направлены в соответствии с рис.5.

Определить реакции шарового шарнира *A*, цилиндрического шарнира *B* и реакцию опорного стержня.

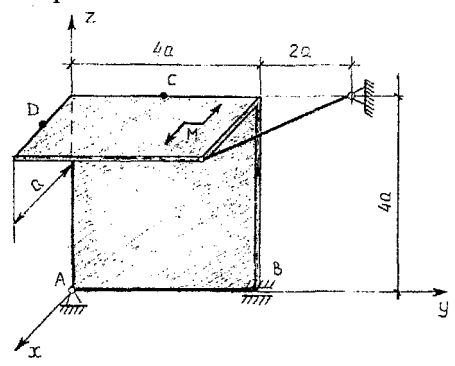


Рис. 5.

Решение

Рассмотрим равновесие пространственной конструкции под действием заданных сил и реакций опор (см. рис. 6). На конструкцию действуют задан-



ные силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ . При изображении силы  $\vec{F}_2$  учтем, что угол  $\alpha_2 < 0$ , то есть должен быть отложен от оси  $x$  в направлении, противоположном указанному на рис.4. На конструкцию также действует пара сил с моментом  $M$ . Плоскость ее действия параллельна плоскости  $xu$ . Силы тяжести, действующие на каждую из двух плит  $G_1$  и  $G_2$  будут приложены в их геометрических центрах, направлены вдоль оси  $z$  вниз и равны для большей и меньшей плит соответственно:

$$G_1 = \gamma S_1 = \gamma \cdot 4a \cdot 4a = 16\gamma a^2 = 16 \cdot 0,9 \cdot 0,5^2 = 3,6 \text{ Н};$$

$$G_2 = \gamma S_2 = \gamma \cdot 4a \cdot a = 4\gamma a^2 = 4 \cdot 0,9 \cdot 0,5^2 = 0,9 \text{ Н}.$$

Заменим опоры в точках  $A$ ,  $B$  и стержень соответствующими реакциями (рис. 6). Реакцию сферического шарнира  $A$  можно разложить на три составляющие  $\vec{X}_A$ ,  $\vec{Y}_A$ ,  $\vec{Z}_A$ , а реакцию цилиндрического шарнира — на две  $\vec{X}_B$ ,  $\vec{Z}_B$ , приложена в точках  $A$  и  $B$  соответственно и направленные вдоль координатных осей. Реакцию  $\vec{S}$  опорного стержня направим вдоль стержня, полагая, что он растянут.

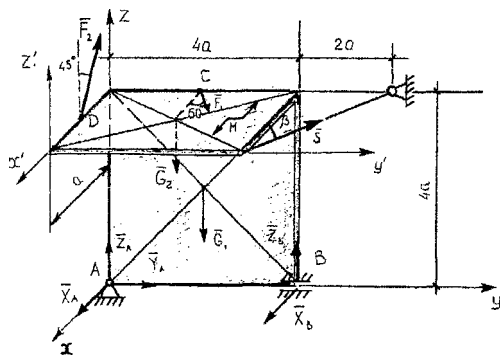


Рис 6.

Конструкция находится под действием произвольной пространственной системы сил. Составим соответствующие уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0: X_A + X_B \cdot S \cos \beta + F_1 \cos 60^\circ - F_2 \sin 45^\circ = 0; \quad (2.1)$$

$$\sum F_{ky} = 0: Y_A + S \sin \beta + F_1 \sin 60^\circ = 0; \quad (2.2)$$

$$\sum F_{kz} = 0: Z_A + Z_B - G_1 - G_2 + F_2 \cos 45^\circ = 0; \quad (2.3)$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0: Z_B 4a - S \sin \beta 4a - G_1 2a - G_2 2a - F_1 \sin 60^\circ 4a = 0; \quad (2.4)$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = 0: -S \cos \beta 4a + G_2 0,5a + F_1 \cos 60^\circ 4a - F_2 \cos 45^\circ 0,5a - F_2 \sin 45^\circ 4a = 0; \quad (2.5)$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = 0: -X_B 4a + S \cos \beta 4a + S \sin \beta a - F_1 \cos 60^\circ 2a + M = 0, \quad (2.6)$$

где  $\beta$  — угол между опорным стержнем и осью  $x$ . Найдем этот угол, а также его тригонометрические функции:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{2a}{a} = 2, & \beta &= \operatorname{arctg} 2 = 63,4^\circ, \\ \sin \beta &= 0,894; & \cos \beta &= 0,447. \end{aligned}$$

Решая систему уравнений (2.1)–(2.6) с учетом исходных данных, определим неизвестные реакции.

Из уравнения (2.5) выразим  $S$ :

$$\begin{aligned} S &= \frac{0,5G_2 + 4F_1 \cos 60^\circ - 0,5F_2 \cos 45^\circ - 4F_2 \sin 45^\circ}{4 \cos \beta} = \\ &= \frac{0,5 \cdot 0,9 + 4 \cdot 30 \cdot \cos 60^\circ - 0,5 \cdot 37 \cdot \cos 45^\circ - 4 \cdot 37 \cdot \sin 45^\circ}{4 \cdot 0,447} = -32,038 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Теперь, когда значение  $S$  известно, из уравнений (2.2), (2.4) и (2.6) можно найти величины  $Y_A$ ,  $Z_B$  и  $X_B$  соответственно:

$$\begin{aligned} Y_A &= -S \sin \beta - F_1 \sin 60^\circ = -(-32,038) \cdot 0,894 - 30 \cdot \sin 60^\circ = 2,661 \text{ Н}; \\ Z_B &= S \sin \beta + 0,5G_1 + 0,5G_2 + F_1 \sin 60^\circ = \\ &= -32,038 \cdot 0,894 + 0,5 \cdot 3,6 + 0,5 \cdot 0,9 + 30 \cdot \sin 60^\circ = -0,411 \text{ Н}; \\ X_B &= \frac{S \cos \beta 4a + S \sin \beta a - F_1 \cos 60^\circ 2a + M}{4a} = \\ &= \frac{(-32,038) \cdot 0,447 \cdot 4 \cdot 0,5 + (-32,038) \cdot 0,894 \cdot 0,5 - 30 \cos 60^\circ \cdot 2 \cdot 0,5 + 24}{4 \cdot 0,5} = \\ &= -16,981 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Поскольку неизвестные  $X_B$ ,  $Z_B$  уже определены, из оставшихся уравнений (2.1) и (2.3) найдем  $X_A$  и  $Z_A$ :

$$\begin{aligned} X_A &= -X_B + S \cos \beta - F_1 \cos 60^\circ + F_2 \sin 45^\circ = \\ &= -(-16,981) + (-32,038) \cdot 0,447 - 30 \cos 60^\circ + 37 \sin 45^\circ = 13,823 \text{ Н}; \\ Z_A &= -Z_B + G_1 + G_2 - F_2 \cos 45^\circ = \\ &= -(-0,411) + 3,6 + 0,9 - 37 \cos 45^\circ = -21,252 \text{ Н}; \end{aligned}$$

Для проверки правильности решения проведем оси координат  $x'y'z'$  и составим три уравнения моментов относительно этих осей:

$$\begin{aligned}\sum M_x(\vec{F}_k) &= Y_A 4a + Z_B 4a - G_1 2a - G_2 2a = \\ &= 2,661 \cdot 4 \cdot 0,5 + (-0,411) \cdot 4 \cdot 0,5 - 3,6 \cdot 2 \cdot 0,5 - 0,9 \cdot 2 \cdot 0,5 = \\ &= 5,322 - 5,322 = 0;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_y(\vec{F}_k) &= -X_A 4a + Z_A a - X_B 4a + Z_B a - G_1 a - G_2 0,5a + F_2 \cos 45^\circ 0,5a = \\ &= -13,823 \cdot 4 \cdot 0,5 + (-21,252) \cdot 0,5 - (-16,981) \cdot 4 \cdot 0,5 + \\ &+ (-0,411) \cdot 0,5 - 3,6 \cdot 0,5 - 0,9 \cdot 0,5 \cdot 0,5 + 37 \cos 45^\circ \cdot 0,5 \cdot 0,5 = \\ &= 40,5027 - 40,5025 = 0,0002 \approx 0;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_z(\vec{F}_k) &= -Y_A a - X_B 4a + S \cos \beta 4a - F_1 \cos 60^\circ 2a - F_1 \sin 60^\circ a + M = \\ &= -2,661 \cdot 0,5 - (-16,981) \cdot 4 \cdot 0,5 + (-32,038) \cdot 0,447 \cdot 4 \cdot 0,5 - \\ &- 30 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 0,5 - 30 \cdot 0,867 \cdot 0,5 + 24 = \\ &= 57,962 - 57,9629 = -0,0009 \approx 0.\end{aligned}$$

Проверка показала, что реакции определены верно.

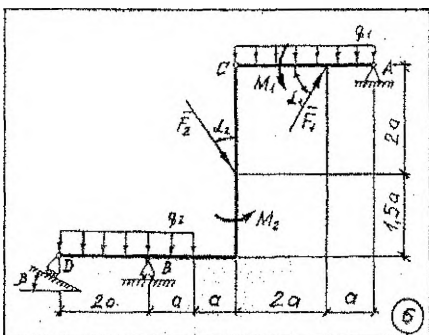
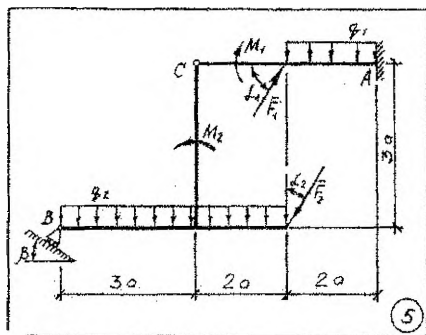
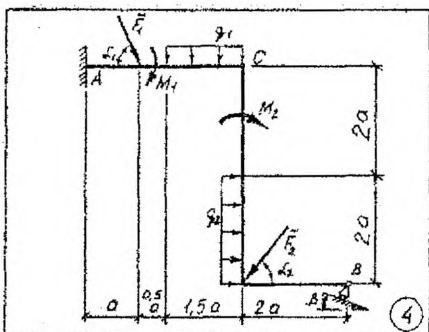
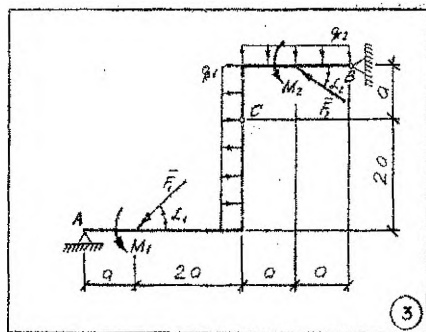
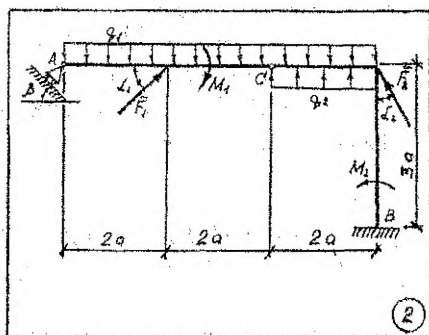
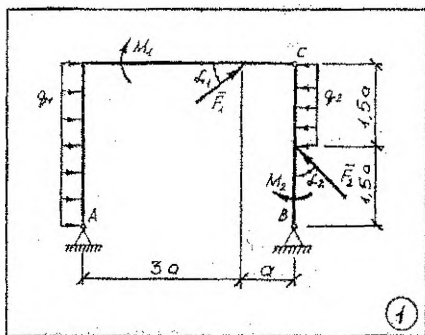
Ответ:

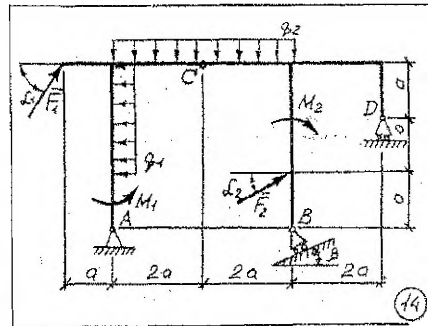
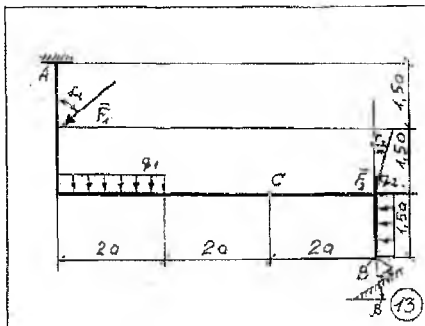
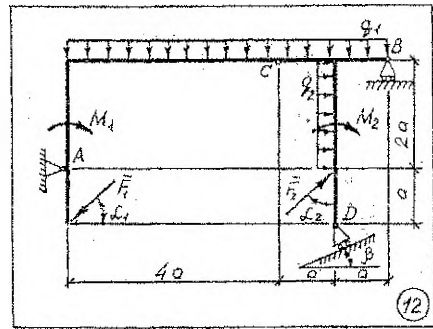
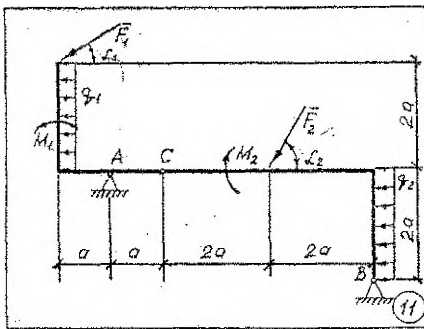
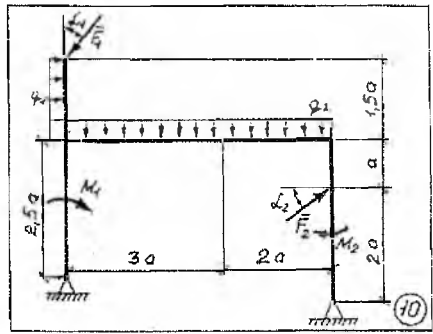
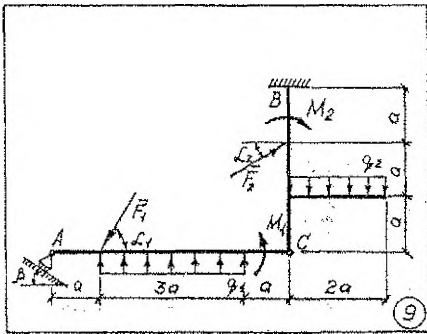
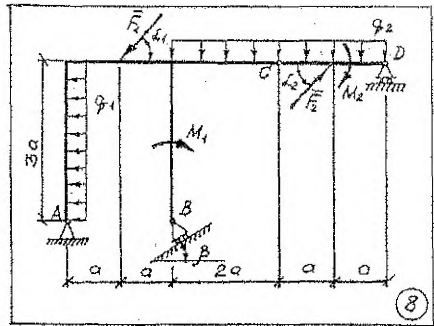
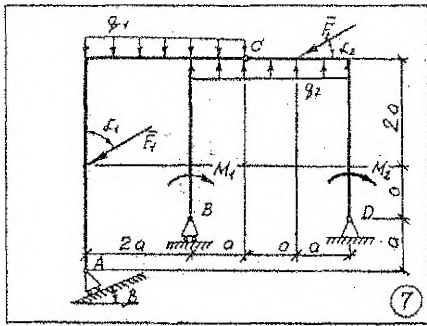
$$X_A = 13,823 \text{ Н}; \quad Y_A = 2,661 \text{ Н}; \quad Z_A = -21,252 \text{ Н};$$

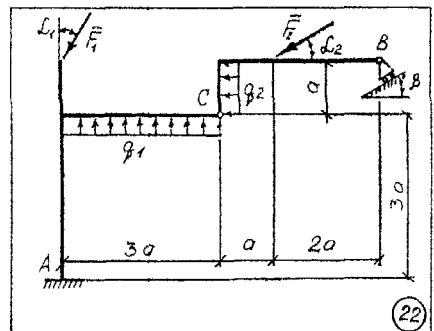
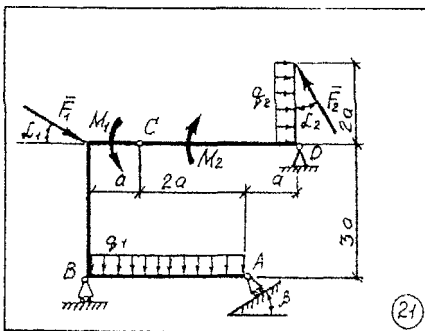
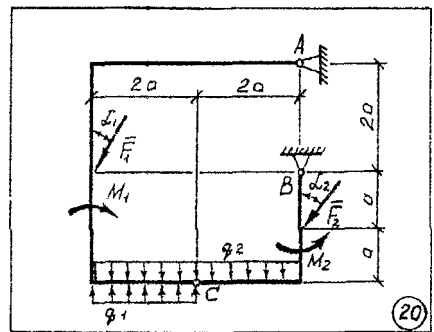
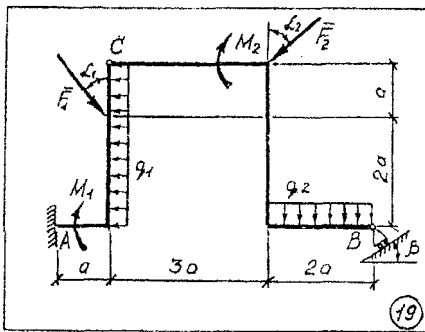
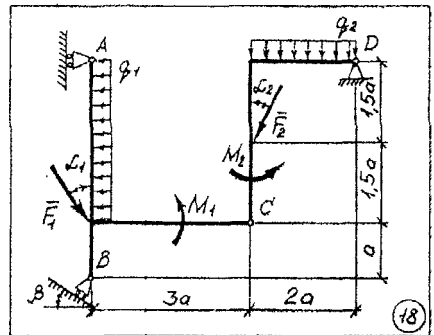
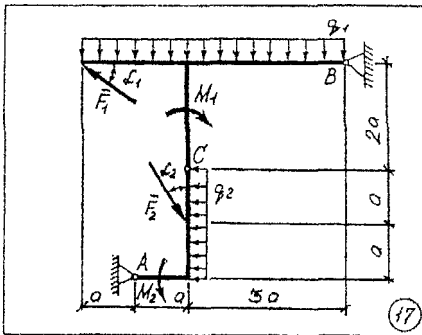
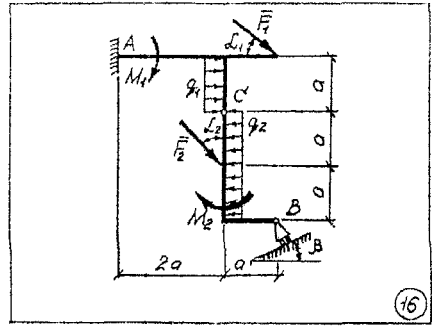
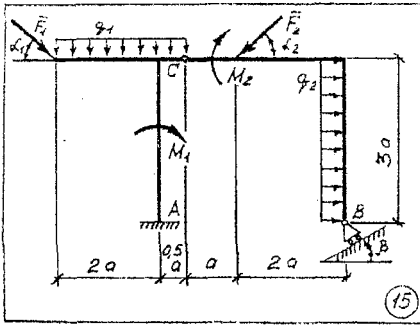
$$X_B = -16,981 \text{ Н}; \quad Z_B = -0,411 \text{ Н}; \quad S = -32,038 \text{ Н}.$$

Знаки показывают, что реакции  $\vec{Z}_A$ ,  $\vec{X}_B$ ,  $\vec{Z}_B$ ,  $\vec{S}$  имеют направление, противоположное показанному на рис 6.

Схемы составных конструкций к заданию 1.1.

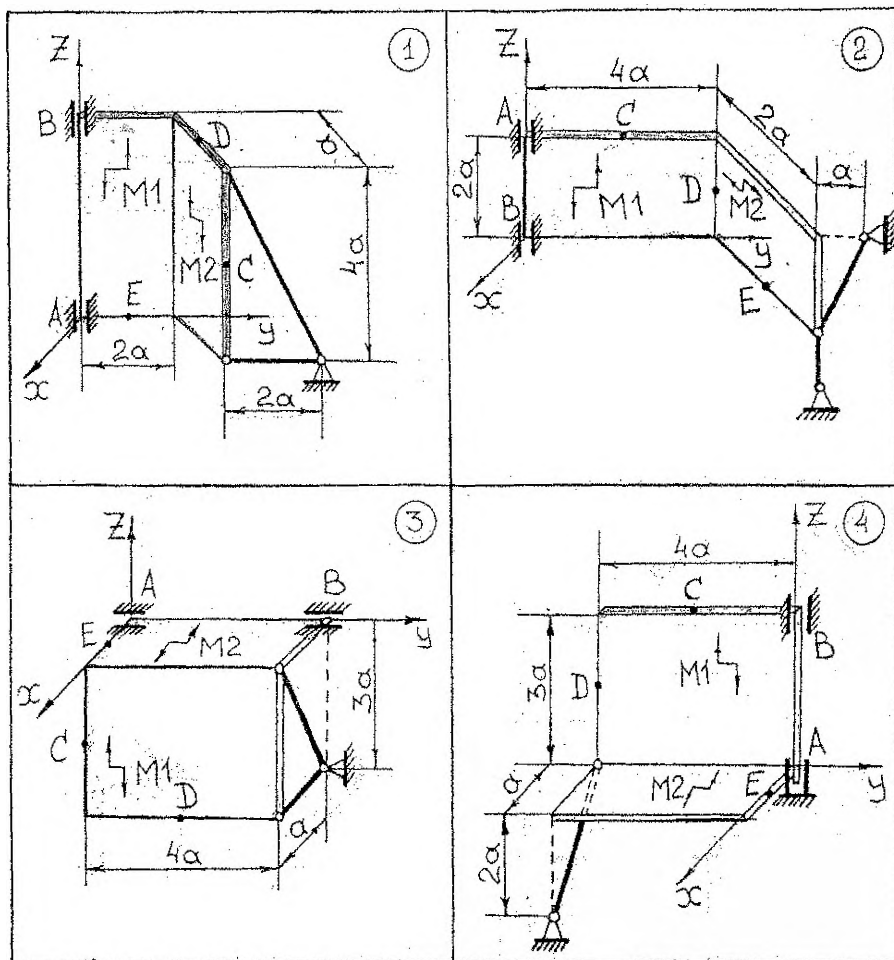




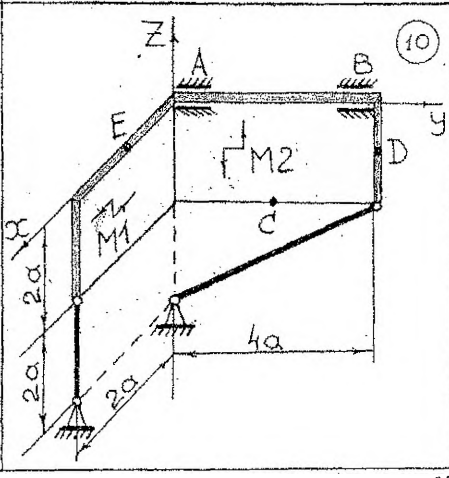
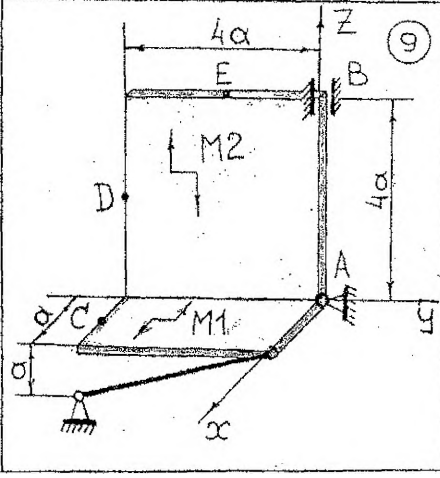
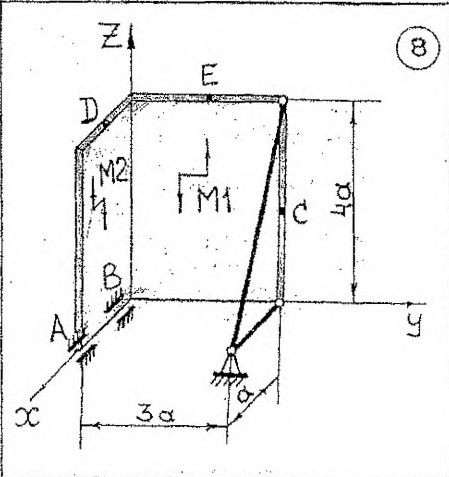
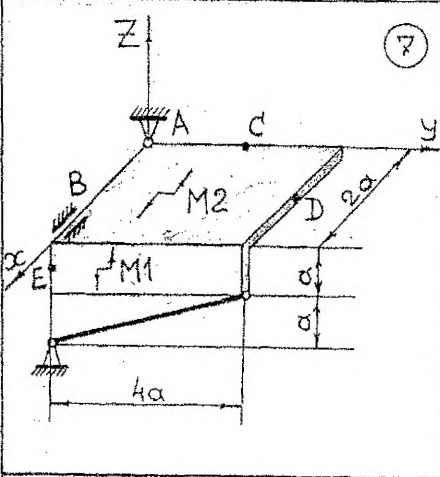
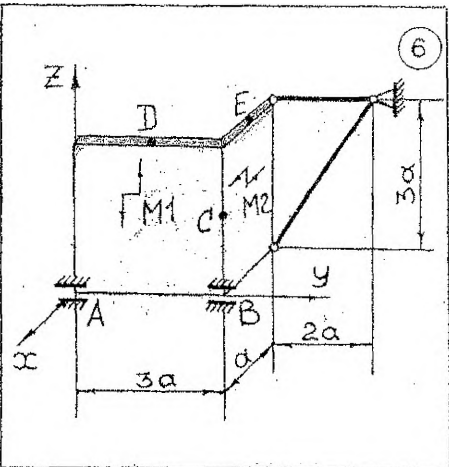
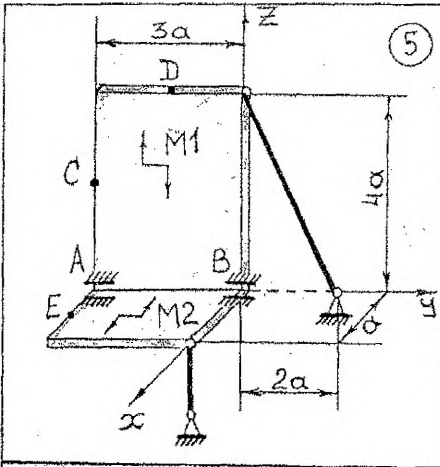


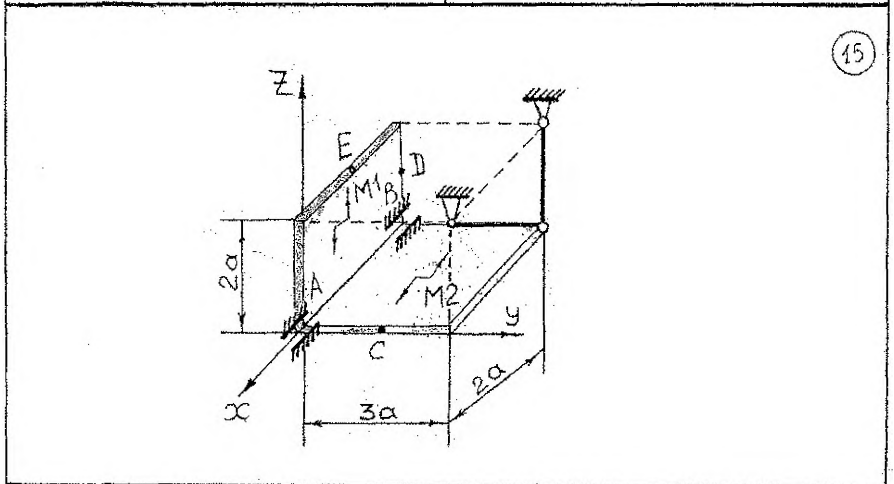
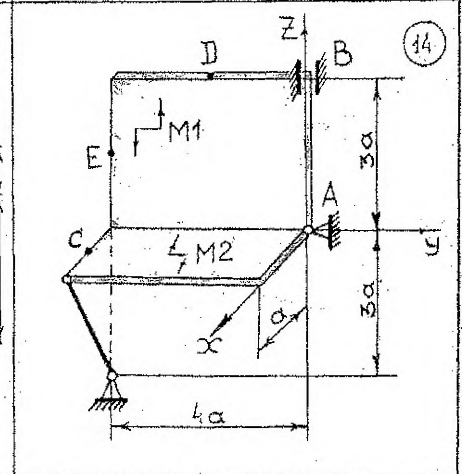
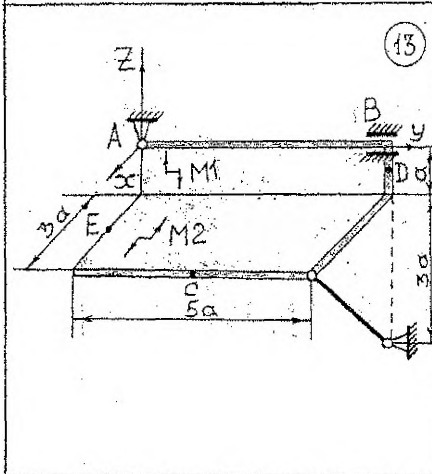
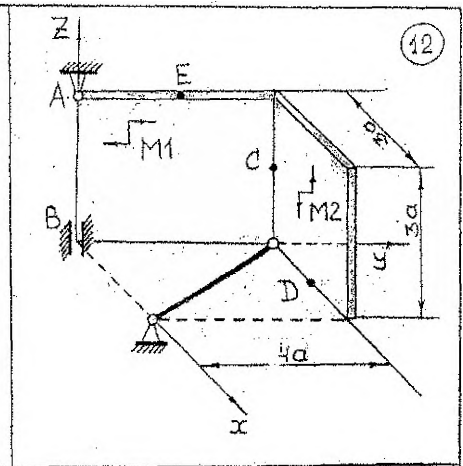
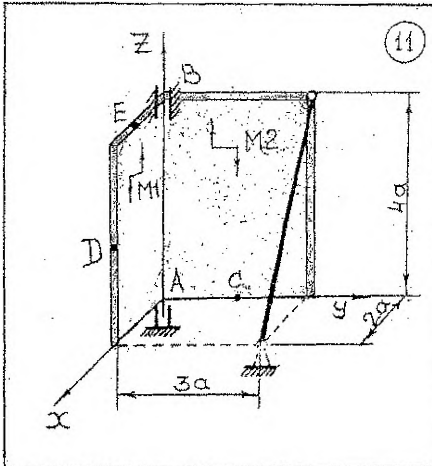


Схемы пространственных конструкций к заданию 1.2.









Числовые данные к заданию 1.1.

Таблица 1.1.

№	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$\alpha_1$ , град.	$\alpha_2$ , град.	$q_1$ , кН/м	$q_2$ , кН/м	$M_1$ , кН·м	$M_2$ , кН·м	$a$ , м	$\beta$ , град.
1	5	—	30	—	—	1	—	7	0.5	0
2	6	—	45	—	—	2	6	—	1	30
3	—	24	—	60	2	—	—	10	1.5	60
4	—	23	—	30	4	—	9	—	2	0
5	7	—	60	—	6	—	—	13	0.5	30
6	—	22	—	45	—	3	12	—	1	60
7	8	—	30	—	—	4	—	16	1.5	0
8	9	—	45	—	—	5	15	—	2	30
9	—	21	—	60	1	—	—	19	0.5	60
10	—	20	—	30	3	—	18	—	1	0
11	10	—	60	—	5	—	—	25	1.5	30
12	—	19	—	45	—	6	24	—	2	60
13	11	—	30	—	—	1	—	25	0.5	0
14	12	—	45	—	—	2	6	—	1	30
15	—	18	—	60	2	—	—	19	1.5	60
16	—	17	—	30	4	—	9	—	2	0
17	13	—	60	—	6	—	—	16	0.5	30
18	—	16	—	45	—	3	12	—	1	60
19	14	—	30	—	—	4	—	13	1.5	0
20	15	—	45	—	—	5	15	—	2	30
21	—	15	—	60	1	—	—	10	0.5	60
22	—	14	—	30	3	—	18	—	1	0
23	16	—	60	—	5	—	—	7	1.5	30
24	—	13	—	45	—	6	24	—	2	60
25	17	—	30	—	—	1	—	10	0.5	0
26	18	—	45	—	—	2	6	—	1	30
27	—	12	—	60	2	—	—	13	1.5	60
28	—	11	—	30	4	—	9	—	2	0
29	19	—	60	—	6	—	—	16	0.5	30
30	—	10	—	45	—	3	12	—	1	60
31	20	—	30	—	—	4	—	19	1.5	0
32	21	—	45	—	—	5	15	—	2	30
33	—	9	—	60	1	—	—	25	0.5	60
34	—	8	—	30	3	—	18	—	1	0
35	22	—	60	—	5	—	—	25	1.5	30
36	—	7	—	45	—	6	24	—	2	60
37	23	—	30	—	—	1	—	19	0.5	0
38	24	—	45	—	—	2	6	—	1	30
39	—	6	—	60	2	—	—	16	1.5	60
40	—	5	—	30	4	—	9	—	2	0

Таблица 1.2.

№	а, м	$\gamma$ , Н/м <sup>2</sup>	$M_1$ , Н·м	$M_2$ , Н·м	$\vec{F}_1$			$\vec{F}_2$			$\vec{F}_3$		
					точка при- ложе- ния	$\alpha_1$ , град.	модуль	точка при- ложе- ния	$\alpha_2$ , град.	модуль	точка при- ложе- ния	$\alpha_3$ , град.	модуль
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0,4	0,7	25	—	С	30	42	Д	-45	11	—	—	—
2	0,5	0,8	—	34	С	45	40	—	—	—	Д	60	31
3	0,6	0,9	27	—	—	—	—	С	-60	14	Д	45	33
4	0,7	1,0	—	32	Д	60	38	Е	-30	17	—	—	—
5	0,8	1,1	29	—	Д	-60	36	—	—	—	Е	30	35
6	0,9	1,2	—	30	—	—	—	Д	45	20	Е	90	37
7	1,0	0,7	31	—	Е	-45	34	С	60	23	—	—	—
8	0,4	0,8	—	28	Е	-30	32	—	—	—	С	-60	39
9	0,5	0,9	33	—	—	—	—	Е	30	26	С	-45	41
10	0,6	1,0	—	26	Д	30	30	С	0	29	—	—	—
11	0,7	1,1	35	—	Д	45	28	—	—	—	С	-30	43
12	0,8	1,2	—	24	—	—	—	Д	-45	32	С	-90	45
13	0,9	0,7	21	—	Е	60	26	Д	-60	30	—	—	—
14	1,0	0,8	—	22	Е	-60	42	—	—	—	Д	0	47
15	0,4	0,9	23	—	—	—	—	Е	-30	27	Д	60	49
16	0,5	1,0	—	20	С	-45	40	Е	45	24	—	—	—
17	0,6	1,1	25	—	С	-30	38	—	—	—	Е	45	31
18	0,7	1,2	—	34	—	—	—	С	60	21	Е	30	33
19	0,8	0,7	27	—	С	30	36	Д	30	18	—	—	—
20	0,9	0,8	—	32	С	45	34	—	—	—	Д	90	35
21	1,0	0,9	29	—	—	—	—	С	0	15	Д	-60	37
22	0,4	1,0	—	30	Д	60	32	Е	-45	12	—	—	—
23	0,5	1,1	31	—	Д	-60	30	—	—	—	Е	-45	39

Таблица 1.2. (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
24	0.6	1.2	—	28	—	—	—	D	-60	13	E	-30	41
25	0.7	0.7	33	—	E	-45	28	C	-30	16	—	—	—
26	0.8	0.8	—	26	E	-30	26	—	—	—	C	-90	43
27	0.9	0.9	35	—	—	—	—	E	45	19	C	0	45
28	1.0	1.0	—	24	D	30	42	C	60	22	—	—	—
29	0.4	1.1	21	—	D	45	40	—	—	—	C	60	47
30	0.5	1.2	—	22	—	—	—	D	30	25	C	45	49
31	0.6	0.7	23	—	E	60	38	D	0	28	—	—	—
32	0.7	0.8	—	20	E	-60	36	—	—	—	D	30	31
33	0.8	0.9	25	—	—	—	—	E	-45	31	D	90	33
34	0.9	1.0	—	34	C	-45	34	E	-60	34	—	—	—
35	1.0	1.1	27	—	C	-30	32	—	—	—	E	-60	35
36	0.4	1.2	—	32	—	—	—	C	-30	30	E	-45	37
37	0.5	0.7	29	—	C	30	30	D	45	26	—	—	—
38	0.6	0.8	—	30	C	45	28	—	—	—	D	-30	39
39	0.7	0.8	31	—	—	—	—	C	60	22	D	-90	41
40	0.8	1.0	—	28	D	60	26	E	30	18	—	—	—

## 2. Сопротивление материалов.

Расчетно-проектировочная работа по сопротивлению материалов включает задания 2.1. и 2.2. Прежде чем приступить к выполнению заданий, необходимо изучить следующие сведения из теории: закон Гука для растяжения (сжатия), определения нормального напряжения, относительного удлинения, метод получения уравнения деформаций, момент силы, уравнения статики, дифференциальную зависимость поперечной силы и изгибающего момента, проверка прочности по нормальным и касательным напряжениям, метод начальных параметров, построение упругой линии балки.

### **Задание 2.1.**

Абсолютно жесткий брус, подвешенный на 2-х стальных стержнях и шарнирно неподвижно закрепленный, загружен сосредоточенной силой  $F$ .

Требуется:

1. Раскрыть статическую неопределимость системы, для чего:
  - а) установить степень статической неопределимости;
  - б) записать необходимые уравнения статического равновесия;
  - в) составить план деформаций;
  - г) из плана деформаций составить дополнительное уравнение деформаций;
  - д) решить совместно уравнение статики с уравнением деформаций и определить усилия в стержнях  $N_1$  и  $N_2$ .
2. По ГОСТ 8509-72 подобрать сечения стержней из двух равнобоких уголков, для чего:
  - а) определить напряжения в стержнях и установить наиболее напряженный стержень;
  - б) из условия прочности более напряженного стержня определить необходимую площадь поперечного сечения его и выбрать по ГОСТ 8509-12 номер профиля;
  - в) проверить процент недогрузки или перегрузки более напряженного стержня;
  - г) из соотношения  $\frac{A_1}{A_2} = n$  найти площадь поперечного сечения менее нагруженного стержня и выбрать по ГОСТ 8509-72 номер его профиля.
3. Определить величину разрушающей нагрузки  $F_{\text{раз}}$  и сравнить ее с заданной нагрузкой  $F$ .

Числовые данные взять из таблицы 2.1., схемы стержневых систем по рисункам на страницах 33-34 согласно индивидуальному варианту.

### Пример выполнения задания.

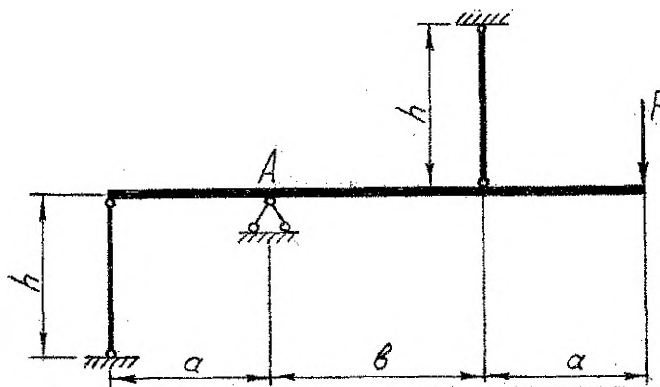
Абсолютно жесткий брус, подвешенный на двух стальных стержнях и шарнирно неподвижно закрепленный, загружен сосредоточенной силой

$F = 610$  кН. Линейные размеры бруса  $a, b$ , высота  $h$  составляют соответственно 1,2 м, 1,8 м, 0,6 м. Отношение площадей  $\frac{A_1}{A_2}$  поперечных сечений стержней  $n=2$ , допустимое напряжение  $[\sigma] = 160$  МПа, предел текучести материала  $\sigma_T = 240$  МПа.

Требуется подобрать сечения стержней из двух равнобоких уголков, а также по величине разрушающей нагрузки определить значение коэффициента запаса прочности.

Решение.

1. Построим в масштабе расчетную схему системы стержней (рис. 7).



$$n = \frac{A_1}{A_2} = 2,$$

$$a = 1,2 \text{ м},$$

$$b = 1,8 \text{ м},$$

$$h = 0,6 \text{ м},$$

$$F = 610 \text{ кН}.$$

Рис. 7.

2. Установим степень статической неопределенности. В рассматриваемом примере, система произвольно расположенных на плоскости сил складывается из четырех неизвестных:  $N_1, N_2, X_A, Y_A$ . Но для плоской системы сил можем составить лишь три уравнения статики. Значит, степень статической неопределенности  $S = 4 - 3 = 1$ . Задача однажды статически неопределима

а) В нашем случае требуется определить только усилия  $N_1$  и  $N_2$ , поэтому из трех уравнений статики используем одно (правило моментов):

$$\sum M_A = 0: N_1 \cdot a + N_2 \cdot b - F(a + b) = 0, \quad (2.1)$$

$$1,2N_1 + 1,8N_2 = 1830.$$

б) Составим план деформаций (рис 8).

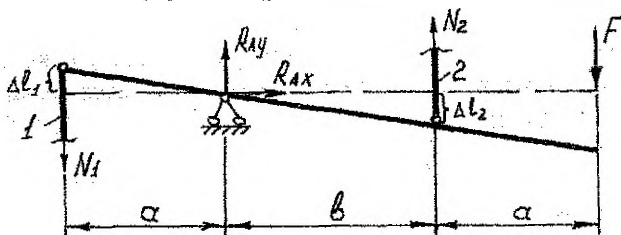


Рис. 8.

Из плана деформаций составим дополнительное уравнение деформаций, используя подобие треугольников  $\triangle ABC$  и  $\triangle A'B'C'$ :

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{a}{b},$$

$$1,8\Delta l_1 = 1,2\Delta l_2.$$

в) Выразим  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$  по закону Гука через усилия в стержнях, их длины и жесткости:

$$b \frac{N_1 l_1}{EA_1} = a \frac{N_2 l_2}{EA_2}$$

С учетом  $l_1 = l_2 = h$  и  $\frac{A_1}{A_2} = n$  уравнение деформаций примет вид

$$В N_1 = anmN_2,$$

$$N_1 = 1,33N_2 \quad (2.2)$$

г) Составим систему уравнений, которая включает уравнение статики и уравнение деформаций:

$$\begin{cases} N_1 + 1,52N_2 = 1525, \\ N_1 - 1,33N_2 = 0. \end{cases}$$

Отсюда

$$N_1 = 718 \text{ кН},$$

$$N_2 = 540 \text{ кН}.$$

3. Определим более напряженный стержень. Для этого сравним напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ :

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{N_1}{nA_2}, \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2}.$$

Составим отношение

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{N_1}{nN_2} = \frac{718 \cdot 10^3}{2 \cdot 540 \cdot 10^3} = 0,7 \Rightarrow \sigma_1 < \sigma_2,$$

Более напряженным является второй стержень.

4. Определим площадь поперечного сечения стержня.

Так как  $\sigma_2 > \sigma_1$ , то определяем площадь сечения  $A_2$ :

$$A_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{540 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,00338 \text{ м}^2 = 33,8 \text{ см}^2,$$

где  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$

5. По ГОСТ 8509-72 (сортамент для равнобоких уголков) подбираем сечение стержня, состоящего из двух равнобоких уголков площади  $A_2^*$ . Для этого используем условие

$$A_2^* \geq \frac{A_2}{2} = \frac{33,8}{2} = 16,9 \text{ см}^2.$$

В нашем случае  $A_2^* \geq 16,9 \text{ см}^2$ .



Близкой по значению является площадь уголка №110×110×8, т.е.  $A_2^* = 17,2 \text{ см}^2$ . Определим процент недогрузки (перегрузки)  $\delta$ :

$$\delta = \left| \frac{\sigma_2 - [\sigma]}{[\sigma]} \right| \cdot 100\%$$

Для этого определим напряжение  $\sigma_2$ :

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{2A_2^*} = \frac{540 \cdot 10^3}{2 \cdot 17,2 \cdot 10^3} \approx 157 \text{ МПа}$$

Тогда

$$\delta = \left| \frac{157 - 160}{160} \right| \approx 2\%,$$

что допустимо, так как  $|\delta| = 2\% < [\delta] = 5\%$ , где  $[\delta] = 5\%$  - процент перегрузки (недогрузки) стержня. Принимаем уголок №110×110×8.

6. Найдем площадь сечения первого уголка  $A_1^*$ ,

$$A_1 = nA_2, \quad A_1^* \geq \frac{A_1}{2} = \frac{67,6}{2} = 33,8 \text{ см}^2,$$

По ГОСТ 8509-72 подбираем сечение равнобокого уголка №160×160×11, для которого  $A_1^* = 34,4 \text{ см}^2$ .

7. Определим величину разрушающей нагрузки

$$F_p = \frac{N_1^{np} \cdot a + N_2^{np} \cdot b}{a + b}$$

Предельные усилия в стержнях  $N_1^{np}$  и  $N_2^{np}$  рассчитаем по формулам

$$N_1^{np} = 2 \cdot A_1^* \cdot \sigma_T = 2 \cdot 34,4 \cdot 10^{-4} \cdot 240 \cdot 10^6 = 1651,2 \text{ кН},$$

$$N_2^{np} = 2 \cdot A_2^* \cdot \sigma_T = 2 \cdot 17,2 \cdot 10^{-4} \cdot 240 \cdot 10^6 = 825,6 \text{ кН}.$$

Подставим значения  $N_1^{np}$  и  $N_2^{np}$  в формулу для расчета разрушающей нагрузки. Получим

$$F_p = \frac{1651,2 \cdot 1,2 + 820,8 \cdot 1,8}{1,2 + 1,8} \approx 1153 \text{ кН}.$$

Найдем коэффициент запаса прочности

$$m = \frac{F_p}{F} = \frac{1153 \cdot 10^3}{610 \cdot 10^3} \approx 1,89.$$

## Задание 2.2.

Балки, закрепленные различным образом, загружены внешними нагрузками (сосредоточенной силой, парой сил, распределенной нагрузкой). Требуется:

1. Построить эпюры поперечных сил "Q" и изгибающих моментов "M", для чего следует:

- а) выбрать систему координат  $Q-Z$ ,  $M-z$  (с учетом существующего правила знаков для этих силовых факторов),  
 б) записать общий вид аналитических формул для поперечных сил  $Q(z)$  и изгибающих моментов  $M(z)$ ;

$$Q = \sum_{i=1}^n F_i, \quad M = \sum_{i=1}^n M_i.$$

- в) вычислить значения поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  для характерных сечений бруса (на границах силовых участков);  
 г) по полученным значениям построить в масштабе эпюры (графики) поперечных сил « $Q$ » и изгибающих моментов « $M$ »;  
 д) проверить правильность построения эпюр по дифференциальным зависимостям

$$q = \frac{dQ}{dz} = \frac{d^2M}{dz^2}.$$

2. Определить опасное сечение балок по эпюре « $M$ » и подобрать стандартное сечение двутавра по ГОСТ 8509-72.
3. Для выбранного варианта произвести проверку прочности по касательным напряжениям.
4. Построить упругую линию балки, используя метод начальных параметров и произвести проверку жесткости, приняв  $\frac{f}{l} = \frac{1}{500}$  в пролете и  $\frac{f}{a} = \frac{1}{100}$  на консолях.

Модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $[\sigma] = 160$  МПа,  $[\tau] = 100$  МПа.

Числовые данные взять из таблицы 2.2, схемы балок выбрать из рисунков на стр. 35-36.

### Пример выполнения задания.

Для данной жесткоконсольной или двухопорной балки, нагруженной сосредоточенной силой  $F$ , парой сил и распределенной нагрузкой  $q$  подобрать сечение балки из прокатного профиля (двутавр) и произвести ее проверку прочности; подобрать балку прямоугольного сечения и сравнить балки по материалоемкости; построить упругую линию двутавровой балки и произвести ее проверку жесткости. Материал балок сталь Ст 3.

Решение.

1. Построим расчетную схему балки в масштабе (рис. 9) и выпишем числовые данные.

$$M = 120 \text{ кН}, \quad F = 90 \text{ кН}, \quad q = 20 \text{ кН/м}, \quad a = 1 \text{ м}, \quad [\sigma] = 160 \text{ МПа}, \quad [\tau] = 100 \text{ МПа}.$$

2. Строим эпюры поперечных сил « $Q$ » и изгибающих моментов « $M$ ».

а). Определим опорные реакции  $R_A$  и  $R_B$  (рис. 9).

Для этого используем статические уравнения равновесия (правила моментов сил относительно точек  $A$  и  $B$ ).

$$\Sigma M_A = 0; R_B \cdot 3a + qa \cdot \frac{a}{2} + M - F \cdot 2a = 0,$$

$$R_B = \frac{F \cdot 2a - qa \cdot \frac{a}{2} - M}{3a} = \frac{90 \cdot 2 \cdot 1 - 20 \cdot \frac{1}{2} - 120}{3 \cdot 1} = 16,7 \text{ кН.}$$

$$\Sigma M_B = 0; qa \left( 3a + \frac{a}{2} \right) - 3a \cdot R_A + M + F \cdot a = 0;$$

$$R_A = \frac{qa \cdot \frac{5a}{2} + M + Fa}{3a} = \frac{20 \cdot \frac{5}{2} + 120 + 90 \cdot 1}{3 \cdot 1} = 93,3 \text{ кН.}$$

Выполним проверку, используя уравнение равновесия относительно оси  $Oy$ :

$$\Sigma F_y = 0; R_A + R_B - qa - F = 0,$$

$$93,3 + 16,7 - 20 \cdot 1 - 90 = 0,$$

$$0 = 0.$$

б). Запишем общий вид аналитических выражений  $Q(z)$ ,  $M(z)$  для отсеченной части в указанных сечениях, учитывая правила знаков.

Сечение  $I-I$ ,  $0 \leq z_1 \leq a$

$$Q(z_1) = -qz_1, \quad M(z_1) = -\frac{qz_1^2}{2}$$

Сечение  $II-II$ ,  $0 \leq z_2 \leq a$

$$Q(z_2) = -qa + R_A; \quad M(z_2) = -qa \left( z_2 + \frac{a}{2} \right) + R_A z_2,$$

Сечение  $III-III$ ,  $0 \leq z_3 \leq a_1$

$$Q(z_3) = -qa + R_A; \quad M(z_3) = -qa \left( z_3 + \frac{3a}{2} \right) + R_A (a + z_3) - M,$$

Сечение  $IV-IV$ ,  $0 \leq z_4 \leq a_2$

$$Q(z_4) = -qa + R_A - F;$$

$$M(z_4) = -qa \left( z_4 + \frac{5a}{2} \right) + R_A (2a + z_4) - M - F \cdot z_4$$

в). Вычислим значения поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  на границах силовых участков.

I-I

$$Q(Z_1 = 0) = -20 \cdot 0 = 0; \quad Q(Z_1 = a) = -20 \cdot 1 = -20 \text{ кН,}$$

$$M(Z_2 = 0) = -\frac{20 \cdot 0}{2} = 0, \quad M(Z_1 = a) = -\frac{20 \cdot 1}{2} = -10 \text{ кНм.}$$

II-II

$$Q(Z_2 = 0) = Q(Z_2 = a) = -20 \cdot 1 + 93,3 = 73,3 \text{ кН},$$

$$M(Z_2 = 0) = -20 \cdot 1 \cdot \left(0 + \frac{1}{2}\right) + 93,3 \cdot 0 = -10 \text{ кНм};$$

$$M(Z_2 = a) = -20 \cdot 1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) + 93,3 \cdot 1 = 63,3 \text{ кНм}.$$

### III-III

$$Q(Z_3 = 0) = Q(Z_3 = a) = -20 \cdot 1 + 93,3 = 73,3 \text{ кН},$$

$$M(Z_3 = 0) = -20 \cdot 1 \cdot \left(0 + \frac{3}{2}\right) + 93,3 \cdot (0 + 1) - 120 = -56,7 \text{ кНм},$$

$$M(Z_3 = a) = -20 \cdot 1 \cdot \left(1 + \frac{3}{2}\right) + 93,3 \cdot (1 + 1) - 120 = 16,6 \text{ кНм}.$$

### IV-IV

$$Q(Z_4 = 0) = Q(Z_4 = a) = -20 \cdot 1 + 93,3 - 90 = -16,7 \text{ кН},$$

$$M(Z_4 = 0) = -20 \cdot 1 \cdot \left(0 + \frac{5}{2}\right) + 93,3 \cdot (0 + 2) - 120 - 90 \cdot 0 = 16,6 \text{ кНм};$$

$$M(Z_4 = a) = -20 \cdot 1 \cdot \left(1 + \frac{5}{2}\right) + 93,3 \cdot (1 + 2) - 120 - 90 \cdot 1 = 0,1 \approx 0;$$

г). По полученным значениям построим в масштабе эпюры поперечных сил "Q" и изгибающих моментов "M" (рис. 9).

3. По эпюре изгибающих моментов определим опасное сечение балки. Таким участком является сечение, в котором максимальный момент  $M_{\max} = 63,3 \text{ кНм}$ . Чтобы подобрать сечение балки рассмотрим два варианта (рис. 10).

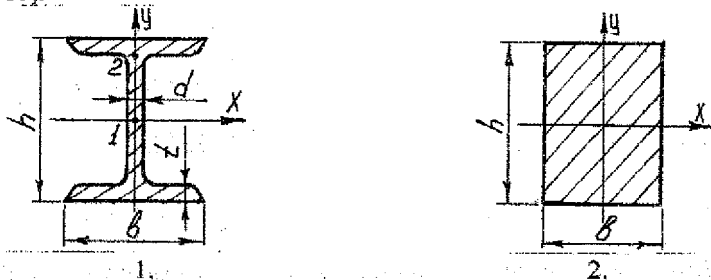


Рис. 10.

Условие прочности по нормальным напряжениям имеет следующий вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Отсюда определим момент сопротивления  $W_x$ :

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$$

В первом случае получим

$$W_x \geq \frac{63,3 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 396 \text{ см}^3.$$

Из таблицы прокатных профилей выбираем двутавр №27а. Выпишем геометрические характеристики и вес погонного метра для принятого двутавра (рис 10.1.):

$$h=27\text{см}, b=13,5 \text{ см}, S_x = 229\text{см}^3, Z_x = 5500\text{см}^4,$$

$$W_x = 407\text{см}^3, d = 0,6\text{см}, M_0 = 33,9\text{кж}.$$

4. Выполним проверку балки на прочность по касательным напряжениям. Проверим балку по касательным напряжениям в точке А сечения II-II справа, где  $Q_{\max} = 73,3\text{кН}$ .

Условие прочности имеет вид:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_x}{I_x \cdot a} \leq [\tau].$$

Тогда

$$\tau_{\max} = \frac{73,3 \cdot 10^3 \cdot 229 \cdot 10^{-6}}{5500 \cdot 10^{-8} \cdot 6 \cdot 10^{-3}} = 0,51 \cdot 10^8 = 51 \text{ МПа} < 100 \text{ МПа}.$$

Условие прочности по касательным напряжениям выполняется.

Принимаем сечение балки I№27а.

5. Подбираем балку прямоугольного сечения  $h=2b$ ,  $h$ -высота,  $b$ -ширина сечения (рис 10.2). Учтем, что осевой момент сопротивления прямоугольного сечения

$$W_x = \frac{bh^2}{6}.$$

Из условия прочности по нормальным напряжениям:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}.$$

Отсюда

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3M_{\max}}{2[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 63,3 \cdot 10^3}{2 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 8,4 \text{ см}.$$

Тогда  $h = 2b = 16,8\text{см}$ .

Рассчитаем вес балки стандартного (двутаврового) сечения и балки прямоугольного сечения ( $\rho = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ):

$$P_1 = M_0 \cdot 4a = 33,9 \cdot 4 \cdot 1 = 135,6\text{кг},$$

$$P_2 = hb \cdot \rho \cdot 4a = 0,084 \cdot 0,168 \cdot 7800 \cdot 4 \cdot 1 = 440,3\text{кг},$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{135,6}{440,3} \approx 0,31.$$

Очевидно, что применение стандартного сечения позволяет значительно экономить материал при обеспечении необходимой прочности и жесткости.

6. Построим упругую линию балки, используя метод начальных параметров. Для этого запишем общий вид универсального уравнения прогибов для расчетной схемы балки (рис. 9.):

$$EI_x y = EI_x y_0 + EI_x \theta_0 z - \frac{qz^4}{24} + R_A \frac{(z-a)^3}{6} - \frac{M(z-2a)^2}{2} - \frac{F(z-3a)}{6} + \frac{q(z-a)^4}{24},$$

где  $\theta_0$  и  $y_0$  начальные параметры (угол поворота и прогиб сечения в начале координат – точке О). Определим эти величины из начальных условий:

при  $z = a$ ,  $y_a = 0$ ,

$$EI_x y_a = EI_x y_0 + EI_x \theta_0 \cdot a - \frac{qa^2}{24},$$

или

$$0 = EI_x y_0 + EI_x \theta_0 \cdot 1 - \frac{20 \cdot 1}{24}, \quad (2.1)$$

при  $z = 4a$ ,  $y_b = 0$ ,

$$EI_x y_b = EI_x y_0 + EI_x \theta_0 \cdot 4a - \frac{(4a)^4 \cdot q}{24} + \frac{(3a)^3 \cdot R_A}{6} - \frac{Fa^3}{6} + \frac{q(3a)^4}{24} - \frac{M(2a)^2}{2}$$

Отсюда

$$0 = EI_x y_0 + EI_x \theta_0 \cdot 4 - \frac{256 \cdot 20}{24} + \frac{27 \cdot 93,3}{6} - \frac{90 \cdot 1}{6} + \frac{20 \cdot 81}{24} - \frac{120 \cdot 4}{2} \quad (2.2)$$

Решая систему уравнений (2.1)-(2.2), находим

$$EI_x \theta_0 = -6,62 \text{ кН} \cdot \text{м}^2, \quad EI_x y_0 = 7,46 \text{ кН} \cdot \text{м}^3$$

Для построения эпюры прогибов вычислим перемещения в характерных точках силовых участков:

При  $z = 0$ ,

$$y_0 = \frac{7,46 \cdot 10^3}{EI_x} = \frac{7,46 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} \approx 0,68 \text{ мм.}$$

При  $z = a$ ,

$$y_1 = \frac{1}{EI_x} \left( EI_x y_0 + EI_x \theta_0 a - \frac{qa^4}{24} \right) = \frac{\left( 7,46 - 6,62 \cdot 1 - \frac{20 \cdot 1}{24} \right) \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} \approx 0. \text{ При } z = 2a,$$

$$y_2 = \frac{1}{EI_x} \left( EI_x y_0 + EI_x \theta_0 2a - \frac{q(2a)^4}{24} + \frac{R_A a^3}{6} + \frac{qa^4}{24} \right) = \frac{\left( 7,46 - 6,62 \cdot 2 - \frac{20 \cdot 2^4}{24} + \frac{93,3 \cdot 1}{6} + \frac{20 \cdot 1}{24} \right) \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} \approx -0,17 \text{ мм.}$$

При  $z = 3a$ ,

$$y_3 = \frac{1}{EI_x} \left( EI_x y_0 + EI_x \theta_0 3a - \frac{q(3a)^4}{24} + \frac{R_A (2a)^3}{6} - \frac{Ma^2}{2} + \frac{q(2a)^4}{24} \right) =$$

$$= \frac{\left( 7,46 - 6,62 \cdot 3 - \frac{20 \cdot 3^4}{24} + \frac{93,3 \cdot 2^3}{6} - \frac{120 \cdot 1}{2} + \frac{20 \cdot 2^2}{24} \right) \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} \approx -0,2 \text{ мм.}$$

При  $z = 4a$ ,

$$y = \frac{1}{EI_x} \left( EI_x y_0 + EI_x \theta_0 4a - \frac{q(4a)^4}{24} + \frac{R_A(3a)^3}{6} - \frac{M(2a)^2}{2} + \frac{F a^3}{6} + \frac{q(3a)^4}{24} \right) =$$

$$= \frac{\left( 7,46 - 6,62 \cdot 4 - \frac{20 \cdot 4^4}{24} + \frac{93,3 \cdot 3^3}{6} - \frac{120 \cdot 2}{2} + \frac{90 \cdot 1}{6} + \frac{20 \cdot 3^2}{24} \right) \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5500 \cdot 10^{-8}} \approx 0.$$

Построим в масштабе эпюру прогибов (упругую линию балки, рис. 9).

7. Проверим балку на жесткость.

Имеем на консоли OA:

$$[f] = \frac{a}{100} = 1 \text{ см, } y_0 = 0,068 \text{ см} < [f] = 1 \text{ см,}$$

в пролете AB

$$[f] = \frac{l}{500} = \frac{3a}{500} = 0,6 \text{ см, } |y_3| = 0,02 \text{ см} < [f] = 0,6 \text{ см.}$$

Условия жесткости выполняются.

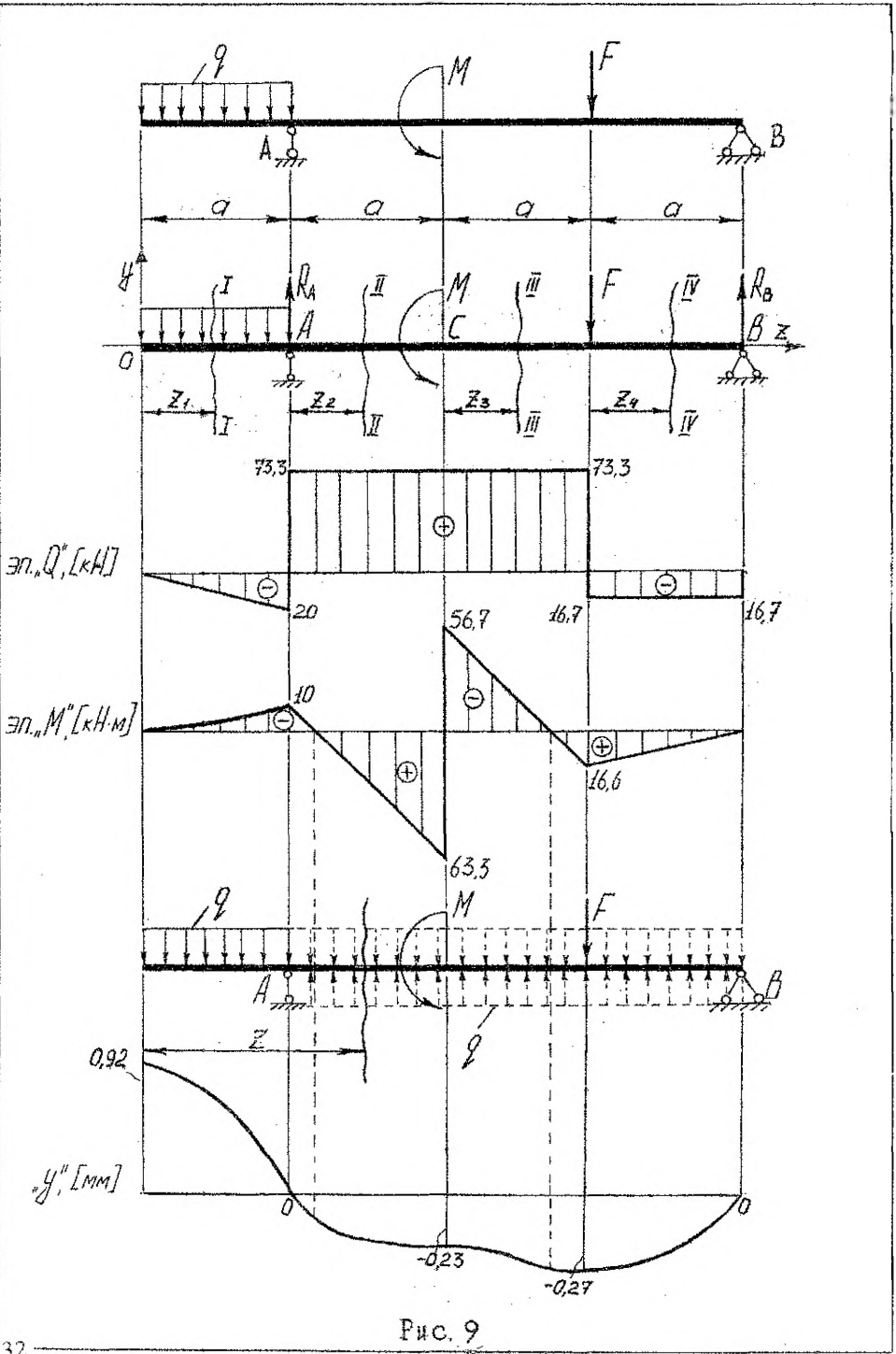
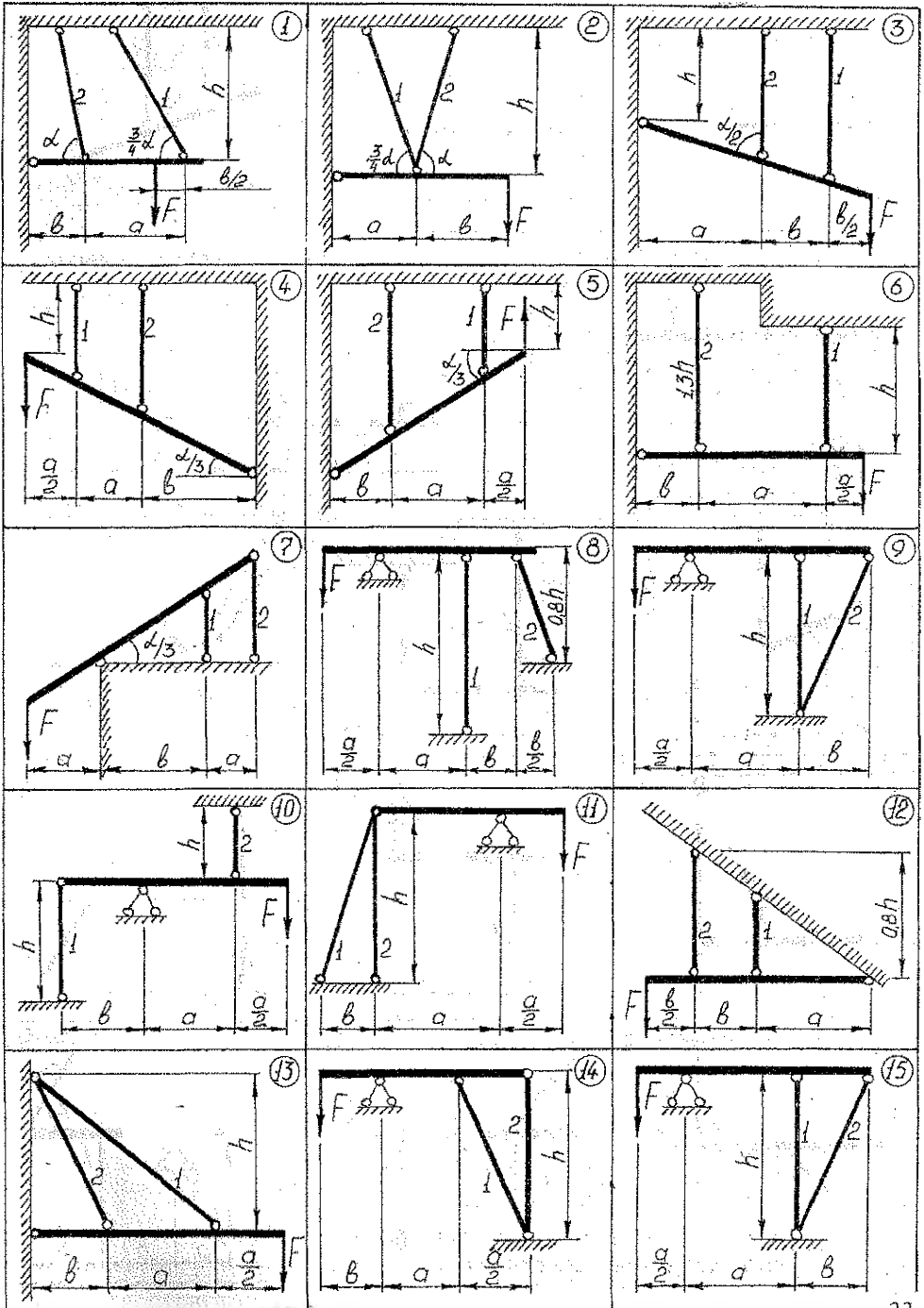
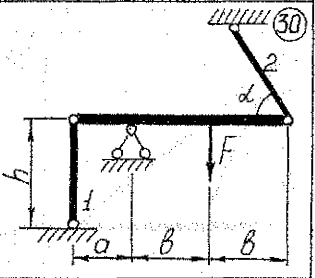
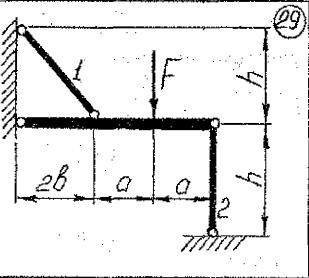
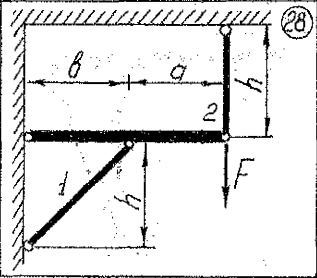
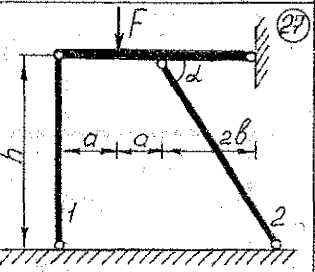
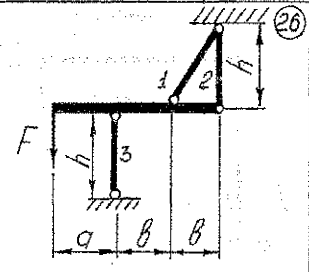
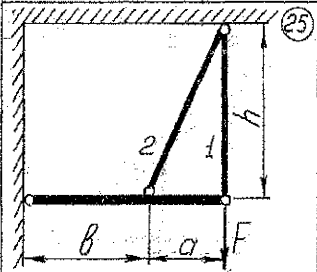
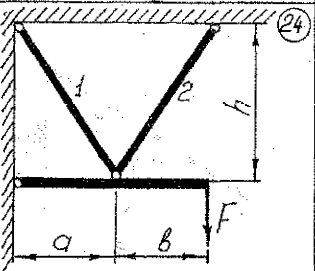
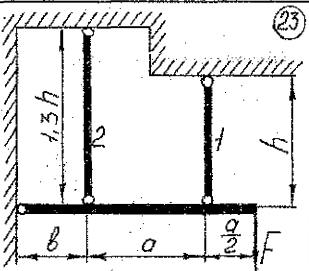
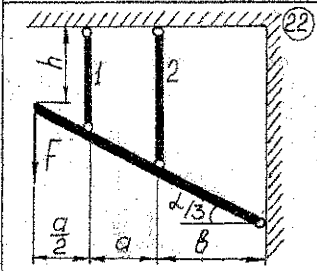
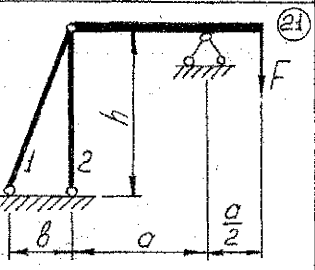
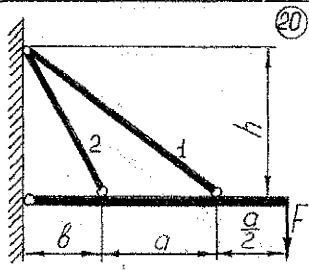
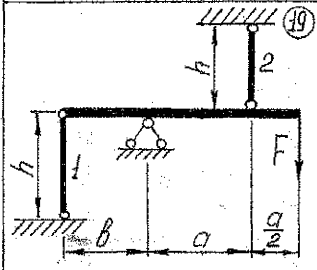
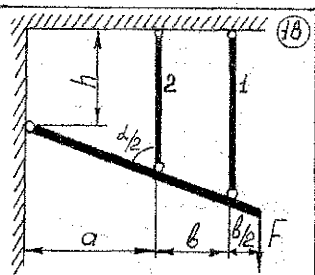
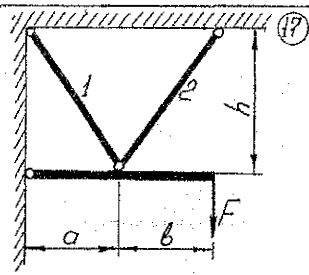
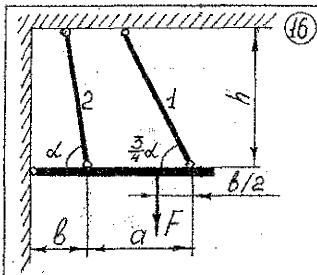


Рис. 9

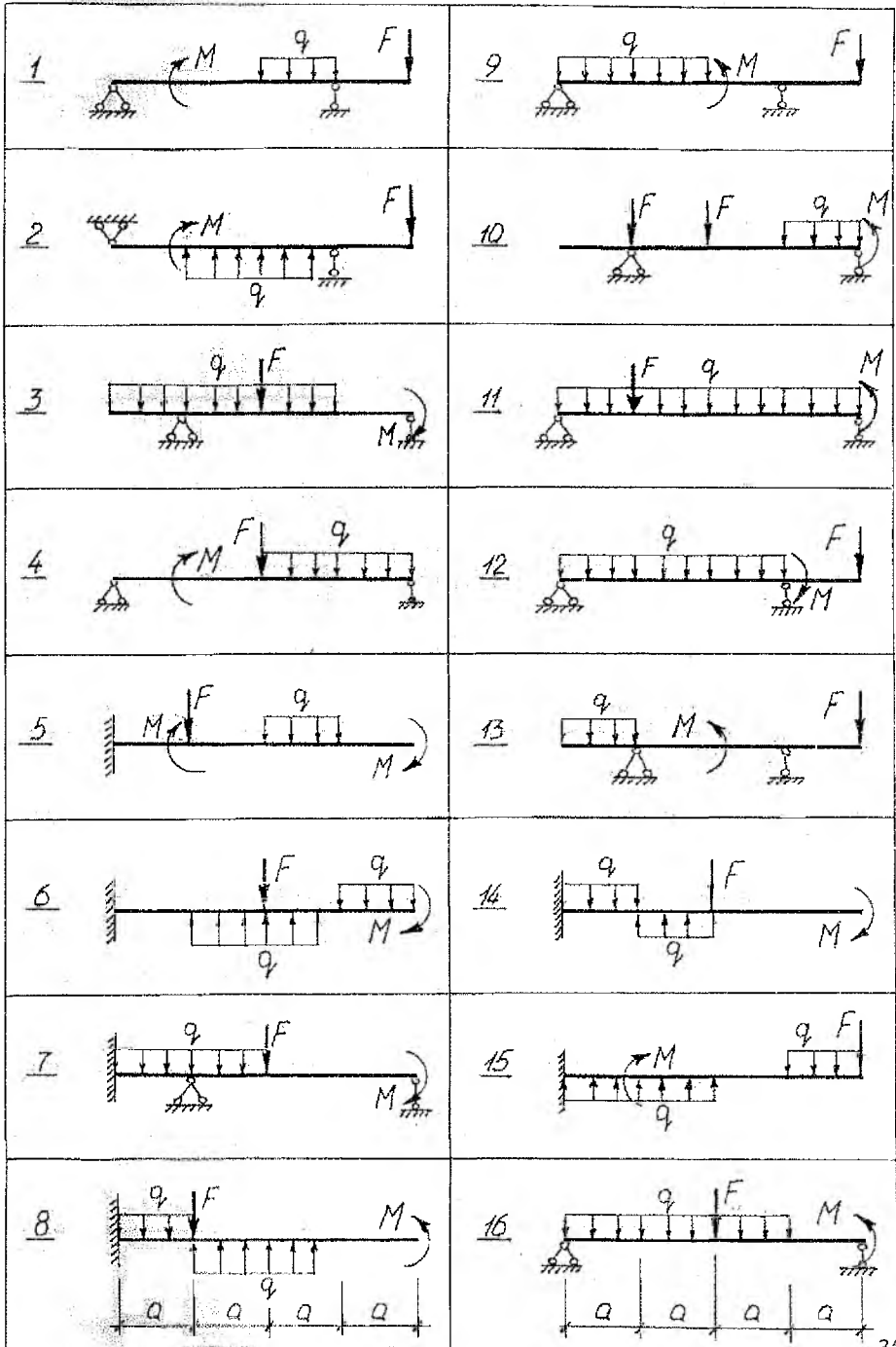


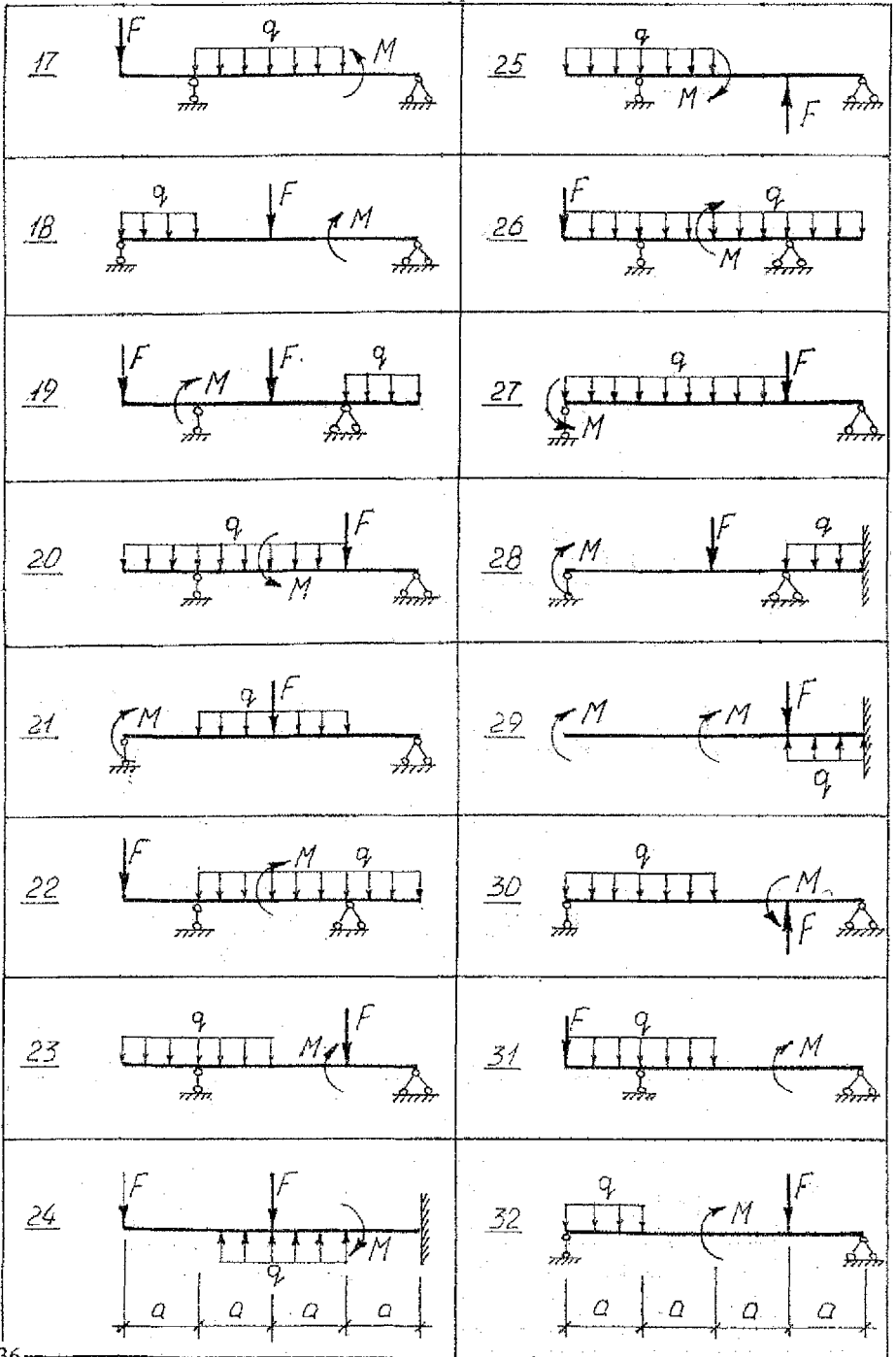
Схемы стержневых систем к заданию 2.1.





Схемы балок к заданию 2.2.





**Числовые данные к заданию 2.1.**

Таблица 2.1.

№	a, м	b, м	h, м	$\alpha, ^\circ$	$\frac{A_1}{A_2}$	F, кН	№	a, м	b, м	h, м	$\alpha, ^\circ$	$\frac{A_1}{A_2}$	F, кН
1	2.0	1.4	1.2	60	2.0	280	21	1.6	2.1	1.4	40	2.0	240
2	2.2	1.6	1.0	70	1.5	300	22	1.8	1.8	1.5	30	2.2	250
3	2.6	1.8	1.0	45	1.2	550	23	2.2	2.0	1.5	60	1.8	380
4	2.4	1.6	1.2	60	1.4	400	24	2.4	2.1	1.6	70	2.0	250
5	2.2	1.4	3	50	1.5	400	25	2.6	1.2	1.4	45	2.1	290
6	2.0	1.2		45	2.0	500	26	3.0	2.8	1.6	60	1.9	350
7	2.4	1.2	1.0	80	1.6	400	27	3.2	3.0	2.0	30	2.5	600
8	2.6	1.4	1.6	70	2.0	600	28	1.3	2.2	0.9	35	1.4	370
9	2.0	1.8	1.5	45	2.0	450	29	1.7	2.4	1.9	55	1.1	480
10	2.4	1.6	1.3	60	1.2	500	30	1.9	2.6	1.7	65	1.6	640
11	2.2	1.4	1.1	80	1.4	450	31	1.8	0.9	1.5	60	2.1	700
12	2.0	1.2	1.4	65	1.8	320	32	1.7	1.0	1.7	55	2.0	750
13	2.8	1.8	1.2	50	1.2	320	33	1.6	1.1	1.6	60	1.9	800
14	2.0	1.6	1.3	60	2.0	460	34	2.4	1.2	1.8	55	1.8	850
15	3.0	2.0	1.5	70	1.5	300	35	2.3	1.3	1.9	60	1.7	300
16	0.8	0.6	0.4	30	1.2	160	36	2.2	1.4	2.0	55	1.6	950
17	1.0	0.8	0.6	45	1.2	280	37	2.5	1.5	1.9	50	1.8	100
18	1.2	1.1	0.8	60	1.5	200	38	2.7	1.6	1.8	45	1.9	950
19	1.4	1.2	1.0	70	1.6	220	39	2.8	1.7	1.7	50	2.0	900
20	1.5	1.3	1.1	20	1.8	200	40	1.9	1.8	1.6	60	2.1	600

**Числовые данные к заданию 2.2.**

Таблица 2.2.

№	F, кН	M, кНм	q, кН/м	a, м	№	F, кН	M, кНм	q, кН/м	a, м
1	30	100	20	1.0	21	80	50	11	2.0
2	40	90	19	1.2	22	70	60	12	1.9
3	50	80	18	1.2	23	60	70	13	1.8
4	60	70	17	1.3	24	50	80	14	1.7
5	70	60	16	1.4	25	40	90	15	1.6
6	80	50	15	1.5	26	30	100	16	1.5
7	30	40	14	1.6	27	80	20	17	1.4
8	40	30	13	1.7	28	70	30	18	1.3
9	50	20	12	1.8	29	60	40	19	1.2
10	60	60	11	1.9	30	50	50	20	1.1
11	70	50	10	2.0	31	40	60	19	1.0
12	80	40	11	1.9	32	30	70	18	1.1
13	70	30	12	1.8	33	30	80	17	1.2
14	60	80	13	1.7	34	40	90	16	1.3
15	50	70	14	1.6	35	50	100	15	1.4
16	40	60	15	1.5	36	60	80	14	1.5
17	30	40	16	1.4	37	70	70	13	1.6
18	80	50	17	1.3	38	80	60	12	1.7
19	70	30	18	1.2	39	70	50	11	1.8
20	60	40	19	1.1	40	80	40	10	1.9

Учебное издание

Составители: Хвисевич Виталий Михайлович  
Босяков Сергей Михайлович

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ ПО КУРСУ**  
**«Теоретическая механика и сопротивление материалов»**  
для студентов специальности Г.11.15.

Ответственный за выпуск: Хвисевич В.М.

Редактор: Строкач Т.В.

Технический редактор: Никитчик А.Д.

---

Подписано к печати 7.03.2001. Формат 60x84 1/16. Бумага писч. №1. Гарнитура Times New Roman. Усл. п.л. 2,3. Уч. изд. л. 2,4. Тираж 70 экз. Заказ № 192. Отпечатано на ризографе Брестского государственного технического университета. 224017, Брест, ул. Московская, 267.