В.М. РАКЕЦКИЙ, И.Г. РАКЕЦКАЯ
БрГТУ (г. Брест, Беларусь)

ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О МАКСИМАЛЬНОМ ПОТОКЕ С ПОЗИЦИЙ КЛАССИЧЕСКОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

1. Введение. При анализе экстремальных задач на графах и сетях обычно исходят из того, что сведение их к классическим задачам математического (в частности, линейного) программирования не позволяет разработать эффективные алгоритмы. Поэтому для решения подобных задач, как правило, разрабатываются специальные методы, учитывающие их графовую природу. Вместе с тем структура ограничений, возникающих при переходе от задачи на графе к классической задаче математического программирования, обладает спецификой, учет которой позволяет разрабатывать эффективные алгоритмы [1].

2. Задача о максимальном потоке и ее матричный аналог. Пусть $S=\{X, U\}$ – транспортная сеть с одним источником и одним стоком. Здесь $X=\{1, 2,\dots, n\}$ – множество узлов, узел 1 – источник, узел n – сток, узлы 2, 3, …, n-1 – транзитные; $U=\{u_1, u_2,\dots, u_m\}$ – множество дуг, при этом каждая дуга $u\in U$ обладает двумя характеристиками: пропускной способностью $d(u)$ и дуговым потоком $x(u)$. Как известно, в задаче о максимальном потоке требуется доставить из источника в сток максимальное количество некоторого продукта.

Эквивалентом поставленной задачи в линейном программировании является задача

$$L(x)=\sum_{u\in U^+(k)} x(u)\to \max,$$

$$\sum_{u\in U^+(k)} x(u)-\sum_{u\in U^-(k)} x(u)=0,\ k=\overline{2,n-1},\ 0\le x(u)\le d(u),\ u\in U. \qquad (1)$$

Здесь $U^+(k)$ – множество дуг, входящих в узел k, $U^-(k)$ – множество дуг, исходящих из узла k.

Задача (1) является частным случаем задачи линейного программирования:

$$L(x)=c^T x\to min,\ Ax=b,\ 0\le x\le d. \qquad (2)$$

Методы решения задачи (2), основанные на классическом симплекс-методе, представляют собой последовательность итераций, на каждой из которых решаются системы линейных алгебраических уравнений вида

$$A_б y=p,\ A_б^T y=q, \qquad (3)$$

где $A_б$ – базисная матрица системы основных ограничений задачи (2). Трудоемкость симплекс-метода, его модификаций напрямую зависит от того, насколько эффективно решаются системы (3).

3. Свойства матрицы системы ограничений. Взглянем подробнее на структуру матрицы A. Фактически это матрица инцидентности графа, из которой удалена строки, соответствующие источнику и стоку. Можно показать, что каждой базисной матрице соответствуют дуги, которые вместе с узлами сети образуют две компоненты связности, одна из которых содержит источник, вторая – сток. Каждая компонента является деревом. Верно и обратное: если множество узлов разбить на 2 части, одна из которых содержит источник, а вторая – сток, а на соответствующих фрагментах сети построить деревья, то дугам сети, вошедшим в дерево, будет соответствовать базисная матрица.

4. Алгоритм решения систем вида (3). Ассоциация базисной матрицы с деревьями на сети позволяет предложить весьма простой алгоритм решения систем типа (3) (для определенности – первой):

1) подсчитаем и запомним для каждого уравнения системы (3) количество входящих в него (неизвестных) переменных;

2) последовательно анализируем уравнения системы (3) на предмет количества входящих в них неизвестных переменных. Если для всех уравнений это количество равно 0, то система решена. Работа алгоритма окончена;

3) для всех уравнений, в которых не известна только одна переменная,
   а) найдем значение неизвестной переменной;
   б) уменьшим количество неизвестных переменных на 1 для всех уравнений системы, в которые входит найденная переменная;

4) перейдем к п. 2.

5. Заключение. Поскольку системы уравнений типа (3) решаются без использования обратной базисной матрицы или какого-либо ее разложения, а элементы матрицы A задачи (2) легко моделируются по описанию графа задачи, предложенный алгоритм а) нетребователен к памяти компьютера, б) численно устойчив, в) эффективен с вычислительной точки зрения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ракецкий, В. М. Прямой опорный метод решения сетевой задачи квадратичного программирования / В. М. Ракецкий // Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация : тез. докл. Междунар. конф., Минск, 29 сент. – 4 окт. 2008 г. – Минск : Ин-т математики НАН Беларуси, 2008. – С. 139–140.

А.Ю. САВИЦКИЙ
БрГТУ (г. Брест, Беларусь)

ОБУЧЕНИЕ СИГМОИДАЛЬНЫХ НЕЙРОНОВ В АРХИТЕКТУРЕ МНОГОСЛОЙНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

В последнее время в мире активизировались исследования в области глубокого обучения многослойных нейронных сетей. Это связано с определенными успехами в данной области, достигнутыми рядом исследователей [1; 2], а также высокой практической значимостью сильно-многослойных нейронных сетей (СМНС). При этом перспективным считается подход к предобучению (pre-training) СМНС не только с помощью ограниченной машины Больцмана (RBM), но и с применением нейросетевых автоэнкодеров (AutoEncoder, AE). Каждый такой AE представляет собой трехслойный персептрон архитектуры N→M→N, где