а во втором:

$$\lim_{z\to 0} F(z)=\infty,\ \lim_{z\to\infty} F(z)=0. \tag{3}$$

Таким образом, функция $\omega=F(z)$ конформно отображает расширенную комплексную плоскость на себя и поэтому функция $F(z)$ является дробно – линейной. С учетом формул (2) и (3) получим $F(z)=az$ или $F(z)=\dfrac{a}{z}$, где *a* – комплексное число. В частности, на кольце $r_1<|z|<r_2$ имеем $f(z)=az$ или $f(z)=\dfrac{a}{z}$, и, очевидно, что (1) выполняется в обоих случаях. Что и требовалось доказать.

**Список цитированных источников**

1. Гахов, Ф.Д. Краевые задачи. – 3-е изд. – М., 1977.
2. Голузин, Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. – 2-е изд. – М., 1966.

УДК 517.9, 519.61

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ШЕСТЬЮ ОСОБЫМИ ТОЧКАМИ

***Логвинович В.И.***
*УО «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина», г. Брест*
*Научный руководитель – Чичурин А.В., д. ф.-м. н., доцент (Украина)*

В работе исследуются линейное дифференциальное уравнение второго порядка с шестью особыми точками [1]

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\sum_{k=1}^{6}\frac{1}{x-a_k}\frac{dy}{dx}-2\sum_{k=1}^{6}\frac{y}{a_k(x-a_k)}+2E\left(1+\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{6}\frac{a_k}{x-a_k}\right), \tag{1}$$

где $a_k\ \ (k=\overline{1,6})$ – действительные числа.

Используя численные методы, для построения частных решений уравнения (1) строится интерполяционная функция. Затем для каждого из интервалов, заключенных между двумя последовательными неподвижными полюсами уравнения (1), расположенными в точках $x=a_k\ \ (k=\overline{1,6})$, строятся соответствующие кривые. Например, для уравнения (1) с полюсами

$$a_1=-2, a_2=-1, a_3=-1/2, a_4=1/2, a_5=1, a_6=2 \tag{2}$$

графики частных решений с начальными данными $y(0)=0,\ y'(0)=1$ и $y(3/2)=0,\ y'(3/2)=1$ имеют вид, изображенный на рисунках 1 и 2.

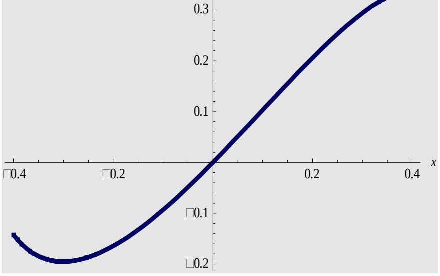


Рисунок 1 – Интегральная кривая уравнения (1), (2) и нач. усл. $y(0)=0,\ y'(0)=1$

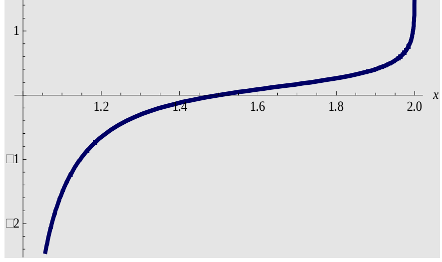


Рисунок 2 – Интегральная кривая уравнения (1), (2) и нач. усл. $y(3/2)=0,\ y'(3/2)=1$

Репозиторий БрГТУ

В качестве второго метода исследования уравнения (1) рассматривается процедура создания соответствующего объекта DifferentialRoot. Строится модуль с использованием функции Manipulate, позволяющий рассматривать полюсы как параметры визуализации.

**Список цитированных источников**

1. Чичурин, А.В. Решение системы Шази и интегрирование дифференциального уравнения Шази с шестью постоянными полюсами с помощью системы Mathematica // Веснік Брэсцкага універсітэта Серыя 4, Фізіка,Матэматыка. – 2010, № 2. – С. 134-141.

УДК 517.983+519.6

## СХОДИМОСТЬ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ НОРМЕ НЕЯВНОГО МЕТОДА ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ

***Мороз Ю.А.***
*УО «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина», г. Брест*
*Научный руководитель – Савчук В.Ф., к. ф.- м. н., доцент*

### 1. Постановка задачи

В гильбертовом пространстве $H$ решается уравнение I рода

$$Ax = y, \tag{1}$$

где $A$ – неограниченный линейный и самосопряжённый оператор, для которого нуль не является собственным значением, но нуль принадлежит спектру оператора $A$, поэтому задача неустойчива, и, значит, некорректна. Пусть при точной правой части $y$ уравнение (1) имеет единственное решение $x$. Для отыскания этого решения применяется итерационный метод

$$x_{n+1} = \left(A^2 + B\right)^{-1}\left(Bx_n + Ay\right), x_0 = 0. \tag{2}$$

Здесь $B$ – ограниченный вспомогательный самосопряжённый оператор, который выбирается для улучшения обусловленности. В качестве $B$ возьмём оператор $B = bE,$ $b > 0,$ $E$ – тождественный оператор. В случае приближённой правой части $y_\delta$, $\|y - y_\delta\| \le \delta,$ итерационный процесс (2) запишется в виде

$$x_{n+1,\delta} = \left(A^2 + B\right)^{-1}\left(Bx_{n,\delta} + Ay_\delta\right), x_{0,\delta} = 0. \tag{3}$$

### 2. Сходимость метода в энергетической норме

Изучим сходимость метода (3) в энергетической норме гильбертова пространства $\|x\|_A = \sqrt{(Ax, x)}$, где $x \in H$. При этом, как обычно, число итераций $n$ нужно выбирать в зависимости от уровня погрешности $\delta$. Полагаем $x_{0,\delta} = 0$ и рассмотрим разность $x - x_{n,\delta} = (x - x_n) + (x_n - x_{n,\delta})$. Используя интегральное представление неограниченного самосопряжённого оператора $A$, получим $\|x - x_n\|_A^2 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \lambda\left(\frac{b}{\lambda^2 + b}\right)^{2n} d(E_\lambda x, x)$ ,

$$\|x_n - x_{n,\delta}\|_A^2 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \lambda^{-1}\left[1 - \frac{b^n}{\left(\lambda^2 + b\right)^n}\right]^2 d\left(E_\lambda (y - y_\delta), y - y_\delta\right).$$

Репозиторий БрГТУ