МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра информатики и прикладной математики

# Методические указания и варианты заданий

к курсовой работе по дисциплине "Информатика"
для специальностей 36 01 01 «Технология машиностроения» и
37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей»
заочной формы обучения

БРЕСТ 2010

УДК 681.3

Методические указания содержат сведения о требованиях к содержанию и оформлению курсовой работы по дисциплине "Информатика".

Предназначены для студентов второго курса специальностей "Технология машиностроения" и "Техническая эксплуатация автомобилей" по дисциплине "Информатика" заочной формы обучения и имеют целью оказать помощь студентам в подготовке и оформлении курсовой работы по следующим темам:

интерполяция и экстраполяция данных;

подбор подходящей эмпирической формулы для аппроксимации экспериментальных данных;

аппроксимация данных.

Составители: Ю.П. Ашаев, к.т.н., доцент
С.И. Парфомук, к.т.н.
В.М. Ракецкий, к.ф.-м.н., доцент
С.В. Мухов, к.т.н., доцент

Рецензент: В.Ф. Савчук, заведующий кафедрой информатики и прикладной математики УО «БрГУ им. А.С. Пушкина», к.ф.-м.н., доцент

## Содержание

# 1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа посвящена решению часто встречающихся в инженерной практике задач обработки экспериментальных данных, полученных в результате всевозможных научных опытов, лабораторных замеров и технических испытаний.

При этом дается понятие интерполяции, экстраполяции, аппроксимации; описаны основные методы интерполяции и экстраполяции, приводится математическая формализация метода наименьших квадратов для получения функциональных зависимостей, описывающих распределение экспериментальных данных. Рассматриваются примеры решения задач интерполяции, экстраполяции и обработки экспериментальных данных методом наименьших квадратов в математической системе MathCAD и Microsoft Excel.

Курсовая работа предусматривает решение задач по каждому из 3 заданий:

- интерполяция и экстраполяция данных;
- подбор подходящей эмпирической формулы для аппроксимации экспериментальных данных в MathCAD и Microsoft Excel;
- аппроксимация данных в MathCAD и Microsoft Excel.

## 1.1. Выбор варианта задания

Номер варианта определяется по номеру зачетной книжки и первой буквы фамилии студента из таблицы 1. Причем для каждого варианта необходимо выполнить конкретную задачу. Например, если номер зачетки 483457 (последняя цифра 7), а фамилия ИВАНОВ (первая буква фамилии И), то номер варианта 28. Конкретные номера задач по заданиям для данного варианта. Для задания 1 задача 11, для задания 2 задача 10, для задания 3 задача 9.

| Варианты | Задание 1 | Задание 2 | Задание 3 |
|---|---|---|---|
| 28 | 11 | 10 | 9 |

Таблица 1.1 – Номера вариантов

| Последняя цифра зачетки | Первая буква фамилии | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | А,Б,В,Г | Д,Е,Ё,Ж,З | И,Й,К,Л,М | Н,О,П,Р,С,Т | Ф - Я |
| 0 | 1 | 11 | 21 | 31 | 41 |
| 1 | 2 | 12 | 22 | 32 | 42 |
| 2 | 3 | 13 | 23 | 33 | 43 |
| 3 | 4 | 14 | 24 | 34 | 44 |
| 4 | 5 | 15 | 25 | 35 | 45 |
| 5 | 6 | 16 | 26 | 36 | 46 |
| 6 | 7 | 17 | 27 | 37 | 47 |
| 7 | 8 | 18 | 28 | 38 | 48 |
| 8 | 9 | 19 | 29 | 39 | 49 |
| 9 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |

Таблица 1.2 – Номера задач по темам и разделам для каждого варианта

| Варианты | Задание 1 | Задание 2 | Задание 3 |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | 3 | 4 | 5 |
| 4 | 4 | 5 | 6 |
| 5 | 5 | 6 | 7 |
| 6 | 6 | 7 | 8 |
| 7 | 7 | 8 | 9 |
| 8 | 8 | 9 | 10 |
| 9 | 9 | 10 | 11 |
| 10 | 10 | 11 | 12 |
| 11 | 11 | 12 | 13 |
| 12 | 12 | 13 | 14 |
| 13 | 13 | 14 | 15 |
| 14 | 14 | 15 | 16 |
| 15 | 15 | 16 | 17 |
| 16 | 16 | 17 | 18 |
| 17 | 17 | 18 | 19 |
| 18 | 18 | 19 | 20 |
| 19 | 20 | 19 | 18 |
| 20 | 19 | 18 | 17 |
| 21 | 18 | 17 | 16 |
| 22 | 17 | 16 | 15 |
| 23 | 16 | 15 | 14 |
| 24 | 15 | 14 | 13 |
| 25 | 14 | 13 | 12 |
| 26 | 13 | 12 | 11 |
| 27 | 12 | 11 | 10 |
| 28 | 11 | 10 | 9 |
| 29 | 10 | 9 | 8 |
| 30 | 9 | 8 | 7 |
| 31 | 8 | 7 | 6 |
| 32 | 7 | 6 | 5 |
| 33 | 6 | 5 | 4 |
| 34 | 5 | 4 | 3 |
| 35 | 4 | 3 | 2 |
| 36 | 3 | 2 | 1 |
| 37 | 1 | 3 | 5 |
| 38 | 2 | 4 | 6 |
| 39 | 3 | 5 | 7 |
| 40 | 4 | 6 | 8 |
| 41 | 5 | 7 | 9 |
| 42 | 6 | 8 | 10 |
| 43 | 7 | 9 | 11 |
| 44 | 8 | 10 | 12 |
| 45 | 9 | 11 | 13 |
| 46 | 10 | 12 | 14 |
| 47 | 11 | 13 | 15 |
| 48 | 12 | 14 | 16 |
| 49 | 13 | 15 | 17 |
| 50 | 14 | 16 | 18 |

## 1.2. Требования к содержанию курсовой работы

Курсовая работа выполняется студентом самостоятельно с использованием табличного процессора Microsoft Excel и системой компьютерной математики MathCAD

Объем и содержание курсовой работы должны быть достаточными для проверки знаний студента по изучаемой дисциплине в объеме курса.

Расчетно-пояснительная записка к курсовой работе должна содержать:

1. Титульный лист.
2. Бланк задания.
3. Содержание.
4. Введение – общие сведения о решении вычислительных задач на ЭВМ.

*Далее для каждого задания*

5. Математическая постановка каждой задачи и ее алгоритм.
6. Описание используемых функций табличного процессора Microsoft Excel и MathCAD.
7. Распечатка листингов результатов решения задачи.
8. Анализ результатов.
9. Литература.

Приложение – **электронная версия курсовой работы.**

## 1.3. Понятие интерполяции, экстраполяции, аппроксимации данных

Простейшая задача интерполирования заключается в следующем [1]: на отрезке [a,b] заданы n точки $x_1, x_2, \ldots, x_n$, которые называют узлами интерполяции и в которых известны значения некоторой функции f(x) в этих точках.

$$f(x_0) = y_0,\ f(x_1) = y_1,\ f(x_2) = y_2,\ \ldots,\ f(x_n) = y_n$$

Часто под значениями $y_1, y_2, \ldots, y_n$ понимают набор дискретных экспериментальных данных, полученных в некоторых точках наблюдений или в определенные интервалы времени. Требуется построить интерполирующую функцию F(x), принимающую в узлах интерполяции те же значения, что и f(x).

$$F(x_0) = y_0,\ F(x_1) = y_1,\ F(x_2) = y_2,\ \ldots,\ F(x_n) = y_n$$

Полученную интерполяционную функцию y=F(x) обычно используют для приближенного вычисления значений данной функции f(x) в точках x, отличающихся от узлов интерполирования. Такая операция называется интерполированием функции f(x), если x □ $[x_0; x_n]$ и экстраполированием, если x □ $[x_0; x_n]$.

Если при решении задачи интерполяции подбираемая кривая проходит через заданные экспериментальные точки, то в методе наименьших квадратов необходимо построить аналитическую зависимость $f(x, a_0, a_1, \ldots, a_k)$, наиболее близко расположенную к экспериментальным данным. Подобранную методом наименьших квадратов зависимость принято называть аппроксимирующей. Синонимом термина «метод наименьших квадратов» является «аппроксимация данных».

## 2. ЗАДАНИЕ 1. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ И ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ ДАННЫХ.

### 2.1.Теоретические сведения

Задача интерполяции экспериментальных данных сводится к тому, чтобы предсказать в промежуточных точках значение функции, заданной таблично. То есть исходные данные можно представить в виде таблицы, куда сводятся дискретные экспериментальные значения, полученные в некоторых точках наблюдений или в определенные интервалы времени.

Рассмотрим метод нахождения интерполяционной функции F(x) в виде **канонического полинома $P_n(x)$** степени n:

$$F(x)=P_n(x)= a_0 + a_1x+ a_2x^2+\ldots+ a_{n-1}x^{n-1}+ a_nx^n \tag{2.1}$$

Выбор многочлена $P_n(x)$ степени n основан на том, что через n + 1 точку проходит единственная кривая, описываемая полиномом $P_n(x)$. Для нахождения значений коэффициентов полинома $P_n(x)$: $a_0$, $a_1$, $a_2$, ..., $a_{n-1}$, $a_n$ необходимо решить систему линейных уравнений вида

$$\begin{cases} a_0+a_1x_0+a_2x_0^2+\ldots+a_nx_0^n=y_0 \\ a_0+a_1x_1+a_2x_1^2+\ldots+a_nx_1^n=y_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_0+a_1x_n+a_2x_n^2+\ldots+a_nx_n^n=y_n \end{cases} \tag{2.2}$$

Решая эту систему уравнений относительно переменных $a_0$, $a_1$, $a_2$, ..., $a_{n-1}$, $a_n$, находятся коэффициенты интерполяционного полинома $P_n(x)$.

**Полином Лагранжа** представляет полином вида

$$F(t)=\sum_{i=1}^{n} y_i L_i(t), \tag{2.3}$$

где $L_i(t)$ – функция, удовлетворяющая в узлах $x_k$ следующему свойству:

$$L_i(x_k)=\begin{cases}1, & i=k \\ 0, & i\neq k\end{cases} \quad \text{или} \quad L_i(t)=\prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n}\frac{t-x_j}{x_i-x_j}. \tag{2.4}$$

Таким образом, полином Лагранжа выражается следующей формулой

$$F(t)=\sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n}\frac{t-x_j}{x_i-x_j}. \tag{2.5}$$

Алгоритмы сплайн-интерполяции в данных указаниях не приводятся. С ними можно познакомиться в литературе [1].

В MathCAD можно соединять табличные точки прямой линией (линейная интерполяция), либо отрезками кубического полинома (кубическая сплайн-интерполяция). Линейная интерполяция реализуется посредством функции ***linterp(vx,vy,x)***, где *vx*, *vy* - векторы данных. Причём данные должны быть упорядочены по возрастанию; *x* - аргумент, для которого возвращается значение *y*.

Гораздо лучшие результаты интерполяции по сравнению с линейной дает сплайн-интерполяция, которая позволяет провести через набор точек гладкую кривую так, чтобы в этих точках были непрерывны первая и вторая производные. Интерполяция осуществляется двумя функциями. Вначале вычисляется вектор вторых производных в рассматриваемых точках, затем вычисляется значение функции сплайн-интерполяции ***interp(vs,vx,vy,x)*** в точке ***x***. Для построения вектора вторых производных в MathCAD имеется набор из 3-х функций, предназначенных для вычисления вторых производных сплайн-функций:

- ***cspline(vx,vy)*** – возвращает вектор VS вторых производных с последующим построением сплайна по кубическому полиному;

- ***pspline(vx,vy)*** - возвращает вектор VS вторых производных с последующим построением сплайна по параболической кривой;

- ***lspline(vx,vy)*** - возвращает вектор VS вторых производных с последующим построением сплайна по линейной зависимости.

Функция ***interp(vs,vx,vy,x)*** возвращает значения самой интерполяционной функции y(x) для заданных и вычисленных векторов VS, vx,vy.

Под экстраполяцией понимают предсказание поведения функции за пределами области ее определения. Для предсказания (экстраполяции) поведения функции вне интервала задания его значений в MathCAD предназначена функция ***predict(v,m,n)***. Эта функция использует линейный алгоритм предсказания. Здесь *v* - вектор эмпирических значений, *m* - количество ближайших к правой границе точек, на основе которых производится экстраполяция, *n* - количество точек, в которых производится экстраполяция данных. Результаты, получаемые на основе функции ***predict(v,m,n)***, в значительной мере зависят от параметра m.

## 2.2. Этапы выполнения задания

1. Ввести экспериментальные данные ($x_i$, $y_i$, i□[0,n]).

2. Отобразить графически распределение экспериментальных данных.

3. Выполнить интерполяцию согласно заданному варианту.

4. Проверить результаты интерполяции для 1–ой , n/2-ой и n-ой точки с координатами $x_1$, $x_{n/2}$, $x_n$.

5. Провести расчеты значений для 2-х новых точек с координатами

$$x_1^* = \frac{x_{\frac{n}{4}} + x_{\frac{n}{4}+1}}{2}, \quad x_2^* = \frac{x_{\frac{3n}{4}} + x_{\frac{3n}{4}+1}}{2}.$$

6. Выполнить экстраполяцию данных для 3-х новых точек с координатами $x_{n+1}$, $x_{n+2}$ и $x_{n+3}$, используя: 3 последние точки ($x_n$, $x_{n-1}$ и $x_{n-2}$); 5 последних точек; 7 последних точек.

7. Результаты интерполяции и экстраполяции отобразить графически.

## 2.3. Пример выполнения задания

Выполнить интерполяцию и экстраполяцию данных в MathCAD на основе представленных в таблице данных методами, указанными в колонке «методы интерполяции».

| x | y | методы интерполяции |
|---|---|---|
| 8,50 | -16,73 | Канонический полином.<br>Полином Лагранжа.<br>Линейная интерполяция.<br>Квадратичный сплайн. |
| 8,00 | -1,77 | |
| 7,50 | 13,83 | |
| 7,00 | 8,87 | |
| 6,50 | -7,31 | |
| 6,00 | -11,43 | |
| 5,50 | 0,24 | |
| 5,00 | 9,65 | |
| 4,50 | 4,73 | |
| 4,00 | -5,34 | |
| 3,50 | -6,33 | |
| 3,00 | 0,93 | |

Первоначально необходимо упорядочить данные в колонке «x» по возрастанию

| x | y |
|---|---|
| 3,00 | 0,93 |
| 3,50 | -6,33 |
| 4,00 | -5,34 |
| 4,50 | 4,73 |
| 5,00 | 9,65 |
| 5,50 | 0,24 |
| 6,00 | -11,43 |
| 6,50 | -7,31 |
| 7,00 | 8,87 |
| 7,50 | 13,83 |
| 8,00 | -1,77 |
| 8,50 | -16,73 |

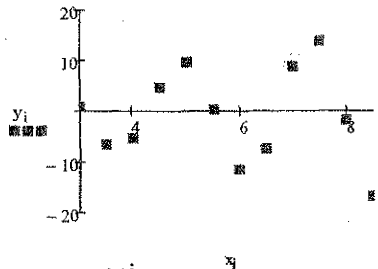
Дальнейшие пункты задания, выполненные в MathCAD, представлены ниже.

Исходные данные

$$x := \begin{pmatrix} 3 \\ 3.5 \\ 4 \\ 4.5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 6 \\ 6.5 \\ 7 \\ 7.5 \\ 8 \\ 8.5 \end{pmatrix} \qquad y := \begin{pmatrix} 0.93 \\ -6.33 \\ -5.34 \\ 4.73 \\ 9.65 \\ 0.24 \\ -11.43 \\ -7.31 \\ 8.87 \\ 13.83 \\ -1.77 \\ -16.73 \end{pmatrix}$$

$N := 11 \qquad i := 0..11 \qquad j := 0..11$

Распределение исходных данных




**Канонический полином**

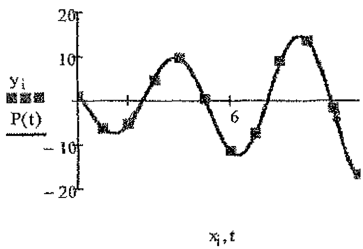
формируем матрицу коэффициентов СЛАУ $\quad A_{i,j} := \left(x_i\right)^j$

решение СЛАУ (нахождение коэффициентов a) $\quad a := \mathrm{lsolve}(A, y)$

формирование канонического полинома $\quad P(t) := \sum_{i=0}^{N} \left(a_i \cdot t^i\right)$

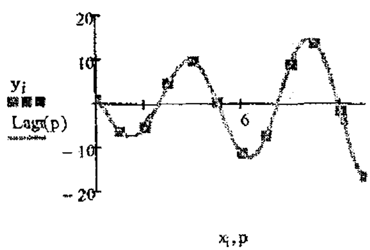
a =

| | 0 |
|---|---|
| 0 | $-4.347 \cdot 10^5$ |
| 1 | $9.788 \cdot 10^5$ |
| 2 | $-9.893 \cdot 10^5$ |
| 3 | $5.919 \cdot 10^5$ |
| 4 | $-2.327 \cdot 10^5$ |
| 5 | $6.304 \cdot 10^4$ |
| 6 | $-1.2 \cdot 10^4$ |
| 7 | $1.604 \cdot 10^3$ |
| 8 | -147.546 |
| 9 | 8.896 |
| 10 | -0.316 |
| 11 | $5.037 \cdot 10^{-3}$ |

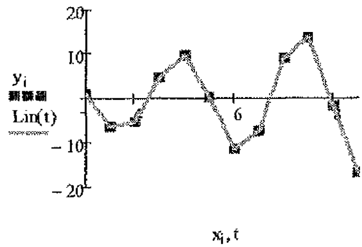



$$\mathrm{Lagr}(p) := \sum_{i=0}^{N} \left( y_i \cdot \prod_{j=0}^{N} \mathrm{if}\left( i = j, 1, \frac{p - x_j}{x_i - x_j} \right) \right)$$

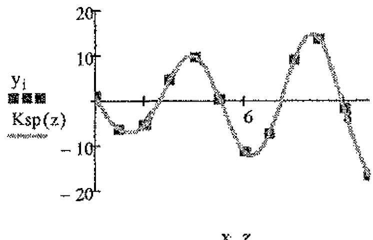
**Интерполяция посредством полинома Лагранжа**



**Линейная интерполяция** $Lin(t) := linterp(x, y, t)$




**Квадратичный сплайн** $VS := pspline(x, y)$ $Ksp(z) := interp(VS, x, y, z)$




**Проверка результатов интерполяции**

$x_0 = 3$ $y_0 = 0.93$ $P(x_0) = 0.93$ $Lagr(x_0) = 0.93$ $Lin(x_0) = 0.93$ $Ksp(x_0) = 0.93$

$x_6 = 6$ $y_6 = -11.43$ $P(x_6) = -11.43$ $Lagr(x_6) = -11.43$ $Lin(x_6) = -11.43$ $Ksp(x_6) = -11.43$

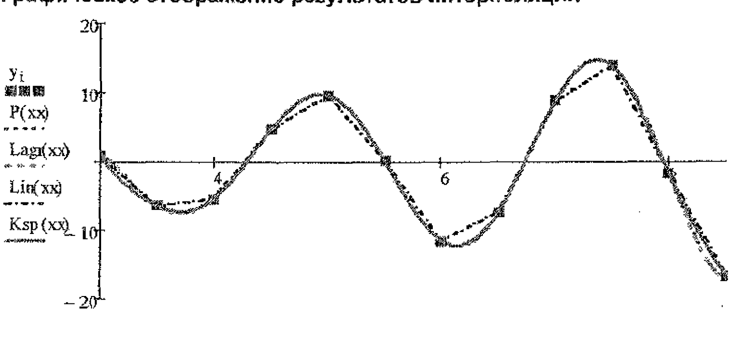
$x_{11} = 8.5$ $y_{11} = -16.73$ $P(x_{11}) = -16.73$ $Lagr(x_{11}) = -16.73$ $Lin(x_{11}) = -16.73$ $Ksp(x_{11}) = -16.73$

**Расчет значений** $xx1 := \dfrac{x_3 + x_4}{2}$ $xx2 := \dfrac{x_8 + x_9}{2}$ $xx1 = 4.75$ $xx2 = 7.25$

$P(xx1) = 8.835$ $Lagr(xx1) = 8.835$ $Lin(xx1) = 7.19$ $Ksp(xx1) = 8.771$

$P(xx2) = 14.065$ $Lagr(xx2) = 14.065$ $Lin(xx2) = 11.35$ $Ksp(xx2) = 14.02$

**Графическое отображение результатов интерполяции**



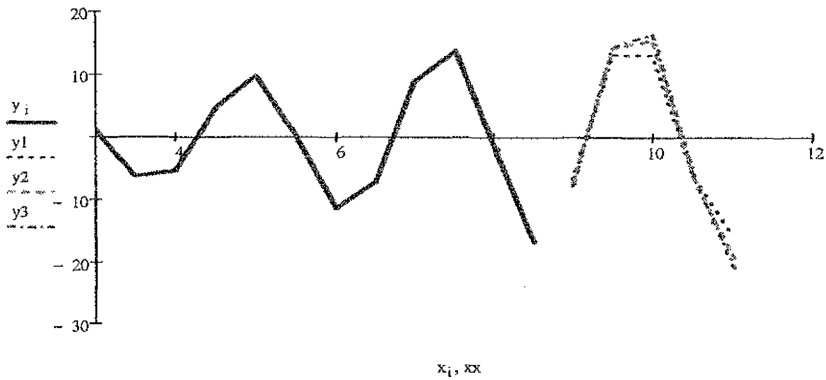
**Экстраполяция данных**

$y1 := \text{predict}\ (y, 3, 5)$ $\quad$ $y2 := \text{predict}\ (y, 5, 5)$ $\quad$ $y3 := \text{predict}\ (y, 7, 5)$

$$y1 = \begin{pmatrix} -6.785 \\ 13.094 \\ 13.068 \\ -6.501 \\ -16.039 \end{pmatrix} \qquad y2 = \begin{pmatrix} -7.406 \\ 14.249 \\ 15.44 \\ -7.04 \\ -19.541 \end{pmatrix} \qquad y3 = \begin{pmatrix} -7.817 \\ 14.159 \\ 16.557 \\ -6.346 \\ -21.154 \end{pmatrix}$$

$$k := 0 .. 4 \qquad dx := \frac{x_N - x_0}{N} \qquad xx_k := x_{11} + (k+1)\cdot dx$$

**Графическое отображение результатов экстраполяции**




## 2.4. Варианты задач

| Задача 1 | | | Задача 2 | | | Задача 3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции |
| 2,050 | -4,14 | Канонический полином. Линейная интерполяция. Кубический сплайн. Квадратичный сплайн. | 2,30 | 6,71 | Полином Лагранжа. Линейная интерполяция. Кубический сплайн. Кубический сплайн. | 2,30 | 6,71 | Канонический полином. Линейная интерполяция. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн. |
| 2,052 | -5,07 | | 2,80 | 3,01 | | 2,60 | 4,64 | |
| 2,060 | -7,93 | | 3,30 | -1,42 | | 2,90 | 2,15 | |
| 2,065 | -8,83 | | 3,80 | -5,51 | | 3,20 | -0,53 | |
| 2,069 | -8,99 | | 4,30 | -8,25 | | 3,50 | -3,16 | |
| 2,075 | -8,26 | | 4,80 | -8,97 | | 3,80 | -5,51 | |
| 2,085 | -4,81 | | 5,30 | -7,49 | | 4,10 | -7,36 | |
| 2,090 | -2,35 | | 5,80 | -4,18 | | 4,40 | -8,56 | |
| 2,096 | 0,87 | | 6,30 | 0,15 | | 4,70 | -9,00 | |
| 2,100 | 2,97 | | 6,80 | 4,45 | | 5,00 | -8,63 | |
| 2,108 | 6,56 | | 7,30 | 7,65 | | 5,30 | -7,49 | |
| 2,134 | 6,23 | | 8,80 | 5,26 | | 5,60 | -5,68 | |

| Задача 4 | | | Задача 5 | | | Задача 6 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции |
| 3,00 | 1,27 | Полином Лагранжа. Линейный сплайн. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн. | 6,00 | -2,51 | Канонический полином. Линейная интерполяция. Линейный сплайн. Квадратичный сплайн. | 6,00 | -2,51 | Полином Лагранжа. Линейная интерполяция. Линейный сплайн. Кубический сплайн. |
| 3,50 | -3,16 | | 6,50 | 1,94 | | 6,30 | 0,15 | |
| 4,00 | -6,81 | | 7,00 | 5,91 | | 6,60 | 2,80 | |
| 4,50 | -8,80 | | 7,50 | 8,44 | | 6,90 | 5,21 | |
| 5,00 | -8,63 | | 8,00 | 8,90 | | 7,20 | 7,14 | |
| 5,50 | -6,35 | | 8,50 | 7,19 | | 7,50 | 8,44 | |
| 6,00 | -2,51 | | 9,00 | 3,71 | | 7,80 | 8,99 | |
| 6,50 | 1,94 | | 9,50 | -0,68 | | 8,10 | 8,73 | |
| 7,00 | 5,91 | | 10,00 | -4,90 | | 8,40 | 7,69 | |
| 7,50 | 8,44 | | 10,50 | -7,92 | | 8,70 | 5,97 | |
| 8,00 | 8,90 | | 11,00 | -9,00 | | 9,00 | 3,71 | |
| 8,50 | 7,19 | | 11,50 | -7,88 | | 10,30 | 6,80 | |

| Задача 7 | | | Задача 8 | | | Задача 9 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции |
| 3,00 | -8,23 | Канонический полином. Линейная интерполяция. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн. | 6,00 | -4,47 | Полином Лагранжа. Линейный сплайн. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн. | 16,00 | 1,72 | Канонический полином. Линейная интерполяция. Линейный сплайн. Квадратичный сплайн. |
| 3,50 | -3,06 | | 6,50 | 3,23 | | 15,50 | -1,30 | |
| 4,00 | 4,66 | | 7,00 | 7,08 | | 15,00 | -3,29 | |
| 4,50 | 4,73 | | 7,50 | 4,34 | | 14,50 | -2,29 | |
| 5,00 | -1,31 | | 8,00 | -1,80 | | 14,00 | 0,97 | |
| 5,50 | -4,54 | | 8,50 | -5,66 | | 13,50 | 3,54 | |
| 6,00 | -1,27 | | 9,00 | -4,17 | | 13,00 | 2,93 | |
| 6,50 | 3,18 | | 9,50 | 0,79 | | 12,50 | -0,53 | |
| 7,00 | 2,76 | | 10,00 | 4,56 | | 12,00 | -3,77 | |
| 7,50 | -1,29 | | 10,50 | 3,98 | | 11,50 | -3,68 | |
| 8,00 | -3,11 | | 11,00 | -0,04 | | 11,00 | -0,04 | |
| 8,50 | -0,52 | | 11,50 | -3,68 | | 10,50 | 3,98 | |

| Задача 10 | | | Задача 11 | | | Задача 12 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции |
| 3,00 | -5,93 | Полином Лагранжа. Линейная интерполяция. Линейный сплайн. Кубический сплайн. | 6,00 | 0,85 | Канонический полином. Линейная интерполяция. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн. | 16,00 | -12,72 | Полином Лагранжа. Линейный сплайн. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн. |
| 3,50 | -3,00 | | 7,00 | -2,46 | | 15,50 | 6,63 | |
| 4,00 | 5,96 | | 8,00 | -6,05 | | 15,00 | 18,17 | |
| 4,50 | 7,66 | | 9,00 | -8,80 | | 14,50 | 0,01 | |
| 5,00 | -2,62 | | 10,00 | -9,59 | | 14,00 | -16,94 | |
| 5,50 | -11,00 | | 11,00 | -7,76 | | 13,50 | -26,01 | |
| 6,00 | -3,66 | | 12,00 | -3,35 | | 13,00 | -24,16 | |
| 6,50 | 10,75 | | 13,00 | 2,80 | | 12,50 | -12,90 | |
| 7,00 | 10,83 | | 14,00 | 9,20 | | 12,00 | 2,59 | |
| 7,50 | -5,82 | | 15,00 | 14,07 | | 11,50 | 15,81 | |
| 8,00 | -15,90 | | 16,00 | 15,83 | | 11,00 | 21,71 | |
| 8,50 | -2,99 | | 17,00 | 13,57 | | 10,50 | 18,56 | |

| Задача13 | | | Задача 14 | | | Задача 15 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции |
| 2,10 | 11,47 | Канонический полином. Линейная интерполяция. Линейный сплайн. Квадратичный сплайн. | 2,30 | -6,00 | Полином Лагранжа. Линейная интерполяция. Линейный сплайн. Кубический сплайн. | 0,00 | 0,00 | Канонический полином. Линейная интерполяция. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн. |
| 2,20 | 9,47 | | 2,80 | -8,48 | | 0,40 | 3,50 | |
| 2,30 | 6,71 | | 3,30 | -8,89 | | 0,80 | 6,46 | |
| 2,40 | 3,42 | | 3,80 | -7,12 | | 1,20 | 8,39 | |
| 2,50 | -0,14 | | 4,30 | -3,61 | | 1,60 | 9,00 | |
| 2,60 | -3,69 | | 4,80 | 0,79 | | 2,00 | 8,18 | |
| 2,70 | -6,95 | | 5,30 | 4,99 | | 2,40 | 6,08 | |
| 2,80 | -9,65 | | 5,80 | 7,97 | | 2,80 | 3,01 | |
| 2,90 | -11,59 | | 6,30 | 9,00 | | 3,20 | -0,53 | |
| 3,00 | -12,60 | | 6,80 | 7,82 | | 3,60 | -3,98 | |
| 3,10 | -12,60 | | 7,30 | 4,73 | | 4,80 | -8,97 | |
| 3,20 | -11,61 | | 7,50 | 3,12 | | 5,80 | -4,18 | |

| Задача 16 | | | Задача 17 | | | Задача 18 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции |
| 3,00 | 1,29 | Полином Лагранжа. Линейный сплайн. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн. | 6,00 | 7,03 | Канонический полином. Линейная интерполяция. Линейный сплайн. Квадратичный сплайн. | 16,00 | 2,61 | Полином Лагранжа. Линейная интерполяция. Линейный сплайн. Кубический сплайн. |
| 3,50 | -6,45 | | 6,50 | 6,98 | | 15,50 | 2,95 | |
| 4,00 | -4,17 | | 7,00 | 0,98 | | 15,00 | 0,51 | |
| 4,50 | 2,92 | | 7,50 | -5,06 | | 14,50 | -2,58 | |
| 5,00 | 4,82 | | 8,00 | -5,99 | | 14,00 | -3,44 | |
| 5,50 | 0,10 | | 8,50 | -1,62 | | 13,50 | -1,08 | |
| 6,00 | -3,97 | | 9,00 | 3,67 | | 13,00 | 2,49 | |
| 6,50 | -2,16 | | 9,50 | 5,20 | | 12,50 | 3,96 | |
| 7,00 | 2,26 | | 10,00 | 2,04 | | 12,00 | 1,77 | |
| 7,50 | 3,07 | | 10,50 | -2,61 | | 11,50 | -2,32 | |
| 8,00 | -0,34 | | 11,00 | -4,55 | | 11,00 | -4,55 | |
| 8,50 | -2,90 | | 11,50 | -2,32 | | 10,50 | -2,61 | |

| Задача 19 | | | Задача 20 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы интерполяции | x | y | методы интерполяции |
| 4,00 | -1,66 | Канонический полином. Полином Лагранжа. Линейная интерполяция. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн | 16,00 | -29,36 | Полином Лагранжа. Линейный сплайн. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн |
| 5,00 | -4,01 | | 15,50 | -29,70 | |
| 6,00 | -5,94 | | 15,00 | -16,43 | |
| 7,00 | -6,56 | | 14,50 | 3,48 | |
| 8,00 | -5,23 | | 14,00 | 20,48 | |
| 9,00 | -1,90 | | 13,50 | 26,97 | |
| 10,00 | 2,84 | | 13,00 | 20,71 | |
| 11,00 | 7,80 | | 12,50 | 5,49 | |
| 12,00 | 11,52 | | 12,00 | -11,06 | |
| 13,00 | 12,70 | | 11,50 | -21,26 | |
| 14,00 | 10,55 | | 11,00 | -20,96 | |
| 15,00 | 5,20 | | 10,50 | -11,21 | |

# 3. ЗАДАНИЕ 2. ПОДБОР В MATHCAD И MICROSOFT EXCEL ПОДХОДЯЩЕЙ ЭМПИРИЧЕСКОЙ ФОРМУЛЫ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

## 3.1.Теоретические сведения

3.1.1. Задача отыскания параметров эмпирической формулы является одной из наиболее важных задач, встречающихся при обработке результатов наблюдений, различных экспериментов и т.п. Ее суть в следующем.

Имеется **m** точек, заданных координатами в декартовой системе координат **($x_i$,$y_i$)**, **i=1,...,m**. Требуется найти такую функцию **y=f(x)**, значения которой в точках $x_i$ как можно более точно совпадают с $y_i$., т. е. $y_i \approx f(x_i)$, см. рис.

Слова «наилучшее приближение к имеющимся данным» могут пониматься поразному. Наиболее часто используется так называемый принцип наименьших квадратов. Он основан на том, что из заданного множества формул вида **y=f(x)** наилучшей является та функция, для которой сумма квадратов отклонений вычисленных значений $f(x_i)$ от наблюдаемых значений $y_i$ является наименьшей. Подбор параметров функции **f(x)**, основанный на этом принципе, называют методом наименьших квадратов.

Рассмотрим метод наименьших квадратов на примере эмпирической формулы, которая линейно зависит от 2-х параметров и имеет вид:

$$f(x) = \phi(x,a,b) = a\phi(x) + b\psi(x). \tag{3.1}$$

Заметим, что линейная зависимость формулы от параметров взята не случайно. В этом случае метод наименьших квадратов имеет наиболее простую и изящную реализацию. Что касается двух параметров, то это не принципиально, с двумя параметрами проще.

Введем в рассмотрение функцию, представляющую сумму квадратов отклонений:

$$F(x,a,b) = \sum_{i=1}^{m}(y_i - f(x_i))^2 = \sum_{i=1}^{m}(y_i - \varphi(x_i,a,b))^2 \tag{3.2}$$

В соответствии с принятым подходом, параметры **a** и **b** необходимо подобрать таким образом, чтобы значение **F(x,a,b)** было минимальным:

$$F(x,a,b) \to \min_{a,b}. \tag{3.3}$$

Как известно из курса высшей математики, точка минимума **(a,b)** необходимо удовлетворяет условиям:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F(x,a,b)}{\partial a} = 2\sum_{i=1}^{m}(y_i - \varphi(x_i,a,b))\dfrac{\partial\varphi(x,a,b)}{\partial a} = 0, \\ \dfrac{\partial F(x,a,b)}{\partial b} = 2\sum_{i=1}^{m}(y_i - \varphi(x_i,a,b))\dfrac{\partial\varphi(x,a,b)}{\partial b} = 0. \end{cases} \tag{3.4}$$

Подставляя в систему (4) функцию (1), получаем:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m}(y_i - a\phi(x_i) - b\psi(x_i))\phi(x_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^{m}(y_i - a\phi(x_i) - b\psi(x_i))\psi(x_i) = 0. \end{cases} \tag{3.5}$$

После несложных преобразований приходим к системе уравнений

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{m}\phi^2(x_i)+b\sum_{i=1}^{m}\phi(x_i)\psi(x_i)=\sum_{i=1}^{m}y_i\phi(x_i), \\ a\sum_{i=1}^{m}\phi(x_i)\psi(x_i)+b\sum_{i=1}^{m}\psi^2(x_i)=\sum_{i=1}^{m}y_i\psi(x_i) \end{cases} \qquad (3.6)$$

Решив систему (3.6), найдем значения параметров a и b, которые являются решением задачи (3.2).

Система (3.6) представлена в общем виде. Ее конкретный вид зависит от функций $\varphi(x)$, $\psi(x)$. Рассмотрим примеры.

Пример 1. Пусть $\phi(x,a,b)=ax+b$, т.е. $\phi(x)=x$, $\psi(x)=1$. Система (3.6) принимает вид

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{m}x_i^2+b\sum_{i=1}^{m}x_i=\sum_{i=1}^{m}y_ix_i, \\ a\sum_{i=1}^{m}x_i+b\cdot m=\sum_{i=1}^{m}y_i. \end{cases}$$

Пример 2. Пусть $\phi(x,a,b)=a\cdot\sin(x)+b\cdot\ln(x)\,\phi$, т.е., тогда система (3.6) принимает вид

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{m}\sin^2x_i+b\sum_{i=1}^{m}\sin x_i\ln x_i=\sum_{i=1}^{m}y_i\sin x_i, \\ a\sum_{i=1}^{m}\sin x_i\ln x_i+b\sum_{i=1}^{m}\ln^2x_i=\sum_{i=1}^{m}y_i\ln x_i. \end{cases}$$

3.1.2. Проведенные выше рассуждения нетрудно обобщить на случай 3-х, 4-х и более параметров, от которых искомая функция зависит линейно. Например, если

$$f(x)=\phi(x,a,b)=a\phi(x)+b\psi(x)+c\lambda(x),$$

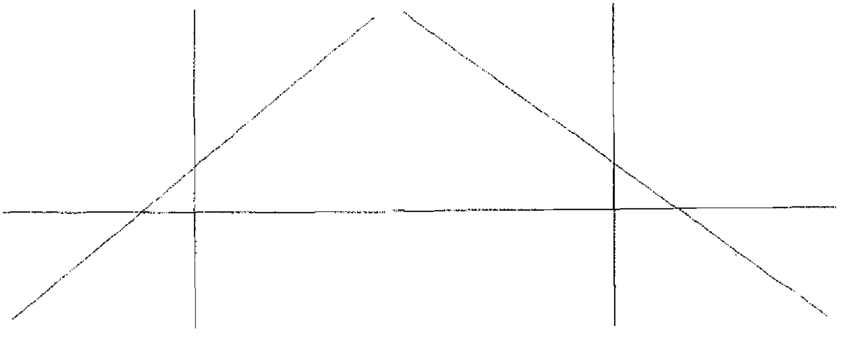
то система для отыскания параметров **a, b, c** принимает вид

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{m}\phi^2(x_i)+b\sum_{i=1}^{m}\phi(x_i)\psi(x_i)+c\sum_{i=1}^{m}\phi(x_i)\lambda(x_i)=\sum_{i=1}^{m}y_i\phi(x_i), \\ a\sum_{i=1}^{m}\psi(x_i)\phi(x_i)+b\sum_{i=1}^{m}\psi^2(x_i)+c\sum_{i=1}^{m}\psi(x_i)\lambda(x_i)=\sum_{i=1}^{m}y_i\psi(x_i), \\ a\sum_{i=1}^{m}\lambda(x_i)\phi(x_i)+b\sum_{i=1}^{m}\lambda(x_i)\psi(x_i)+c\sum_{i=1}^{m}\lambda^2(x_i)=\sum_{i=1}^{m}y_i\lambda(x_i). \end{cases}$$

3.1.3. Для подбора подходящей эмпирической формулы необходимо знать, как выглядят графически математические зависимости, из которых выбирается эмпирическая формула:

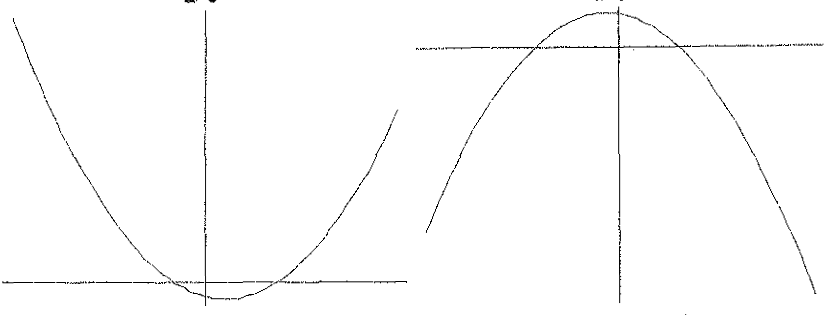
a) $y=ax+b$ (линейная зависимость)

$a>0$ $a<0$



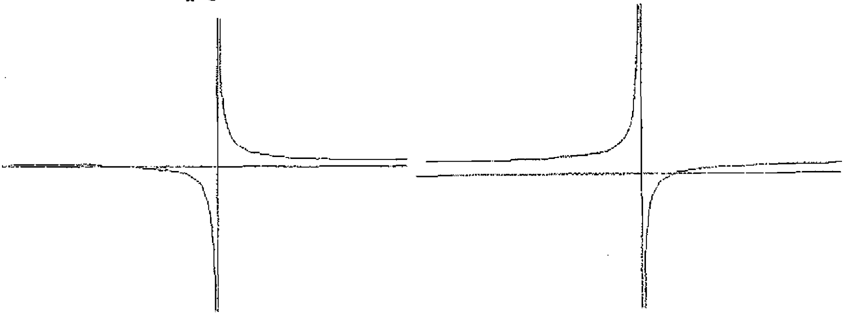
2) $y=ax^2+bx+c$ (квадратичная зависимость)

$a>0$ $a<0$



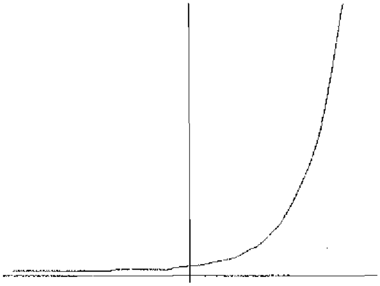
3) $y=a/x+b$ (гиперболическая зависимость)

$a>0$ $a<0$

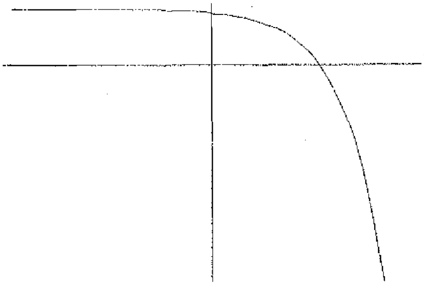


4) $y=ae^{x}+b$ (показательная зависимость)

$a>0$

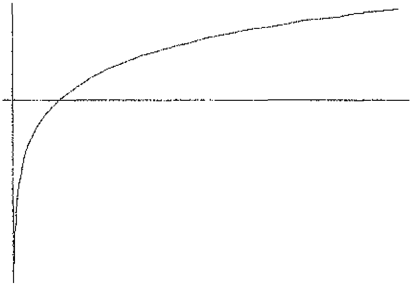


$a<0$

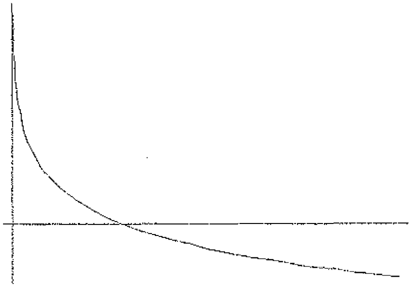


5) $y=a\ln x+b$ (логарифмическаяая зависимость)

$a>0$

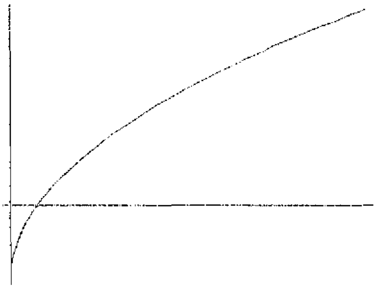


$a<0$

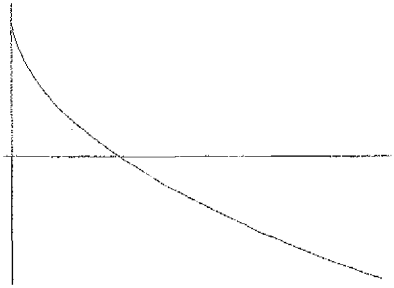


6) $y = a\sqrt{x} + b$

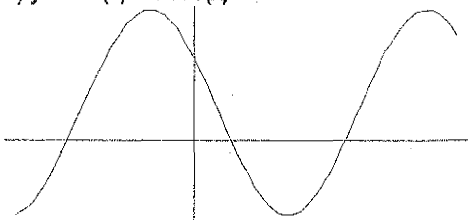
$a>0$



$a<0$

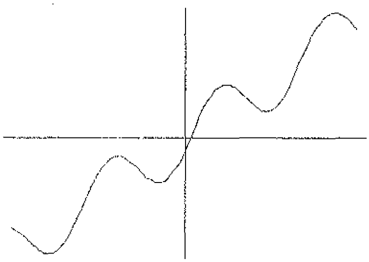


7) $y=a\sin(x)+b\cos(x)+c$

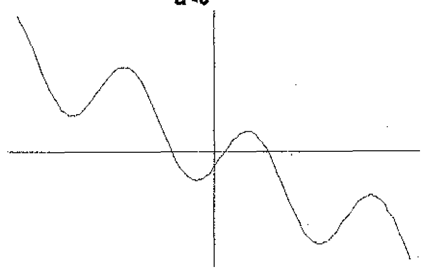


8) $y=ax+b\sin(x)+c\cos(x)$

$a>0$

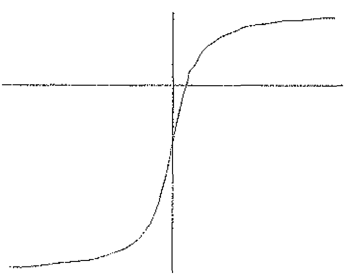


$a<0$

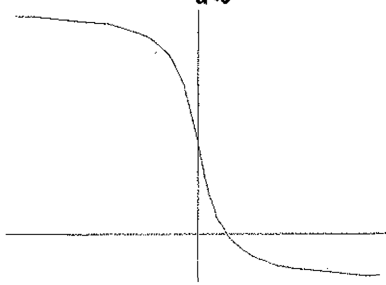


9) $y=a\,\mathrm{arctg}(x)+b$

$a>0$

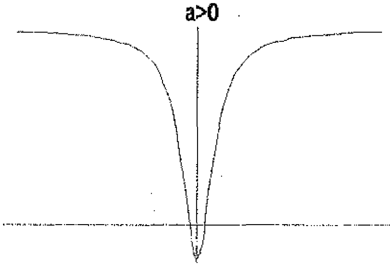


$a<0$

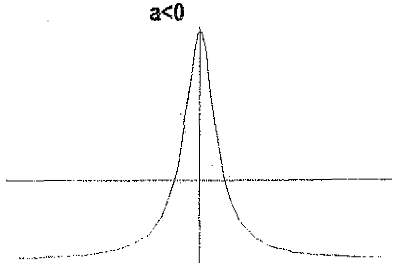


10) $y=a\,x^2/(x^2+1)+b$

$a>0$



$a<0$



При решении задачи в Microsoft Excel после вычисления коэффициентов линейного уравнения и элементов вектора свободных членов для решения системы линейных алгебраических уравнений необходимо использование следующих матричных функций.

Электронная таблица Excel не имеет функций для решения систем уравнений, формулы для вычисления матриц необходимо формировать самостоятельно, используя известные методы, например, метод Крамера или метод Гаусса (метод исключения переменных). Однако задача облегчается тем, что Excel имеет ряд функций для работы с матрицами:

**МОПРЕД(массив)** – вычисление определителя матрицы;

**МОБР(массив)** – вычисление обратной матрицы;

**МУМНОЖ(массив1; массив2)** – умножение матриц.

Это позволяет решать системы уравнений с использованием обратной матрицы $x = A^{-1} \cdot b$

Пример. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2x - 5y + 6z = 8 \\ 2x - 4y + 7z = 5 \\ 3x - 6y + 6z = 4 \end{cases}$$

Решение:

1. Ввести в ячейки A3:C5 значения коэффициентов при неизвестных.

2. Ввести в ячейки E3:E5 значения свободных членов системы уравнений.

3. Выделить диапазон ячеек A9:C11 и ввести формулу МОБР(A3:C5), для завершения операции ввода нажмем комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter.

Выделить диапазон ячеек E9:E11 и ввести формулу МУМНОЖ(A9:C11;E3:E5). Для завершения ввода формулы нажать комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter. В ячейках E9:E11 появятся значения корней уравнения.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Матрица коэффициентов при неизвестных | | | | Вектор свободных членов | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | 2 | -5 | 6 | | 8 | |
| 4 | 2 | -4 | 7 | | 5 | |
| 5 | 3 | -6 | 6 | | 4 | |
| 6 | | | | | | |
| 7 | Обратная матрица | | | | Решение | |
| 8 | | | | | | |
| 9 | -2 | 0,666667 | 1,222222 | | -7,777778 | |
| 10 | -1 | 0,666667 | 0,222222 | | -3,777778 | |
| 11 | 0 | 0,333333 | -0,22222 | | 0,7777778 | |

Для решения системы линейных алгебраических уравнений в MathCAD используется функция lsolve(M,b),
где M – матрица коэффициентов при неизвестных;
b – вектор свободных членов.

Например,

матрица коэффициентов при неихвестных

вектор свободных членов

$$M := \begin{pmatrix} 2 & -5 & 6 \\ 2 & -4 & 7 \\ 3 & -6 & 6 \end{pmatrix} \qquad b := \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$x := \mathrm{lsolve}(M,b) \qquad x = \begin{pmatrix} -7.778 \\ -3.778 \\ 0.778 \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} -7.778 \\ -3.778 \\ 0.778 \end{pmatrix}$$

### 3.2. Этапы выполнения задания

1. Ввести экспериментальные данные ($x_i$, $y_i$, i□[0,n]).
2. Отобразить график функции $y_i = f(x_i)$, i□[0,n].
3. Проанализировать графический вид функциональной зависимости $y_i = f(x_i)$, i□[0,n] и из предлагаемого набора графиков подобрать подходящую эмпирическую формулу.
4. Используя метод наименьших квадратов, найти значения параметров, от которых зависит формула.
5. Отобразить на графике исходные данные и данные, полученные на основе расчетной эмпирической формулы.
6. Выполнить расчеты согласно пунктам 1. – 5. первоначально в MathCAD, а затем в Microsoft Excel.

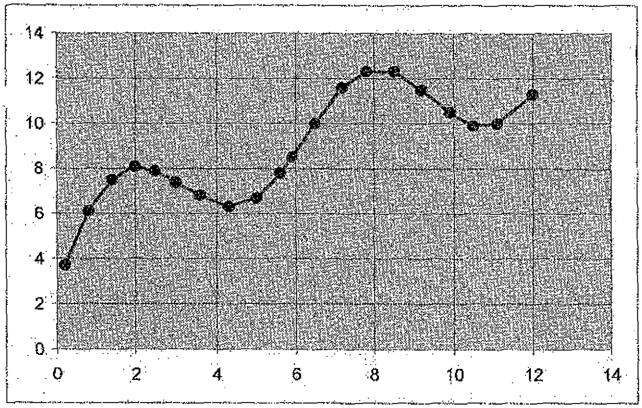
### 3.3. Пример выполнения задания

Допустим, что имеются следующие данные наблюдений

| x | y |
|---|---|
| 0,2 | 3,9 |
| 0,8 | 6,1 |
| 1,4 | 7,5 |
| 2 | 8,5 |
| 2,5 | 7,9 |
| 3 | 7,4 |

| x | y |
|---|---|
| 3,6 | 6,8 |
| 4,3 | 6 |
| 5 | 6,7 |
| 5,6 | 7,8 |
| 5,9 | 8,5 |
| 6,5 | 10 |
| 7,2 | 11,6 |
| 7,8 | 12,3 |
| 8,5 | 12,3 |
| 9,2 | 11,5 |
| 9,9 | 10,5 |
| 10,5 | 9,9 |
| 11,1 | 10 |
| 12 | 11,3 |

Построив с помощью Excel график заданной зависимости, получаем:




Графическое представление зависимости позволяет предположить, что зависимость может задаваться следующей формулой:

$$y = a + b\sqrt{x} + c \cdot \sin(x)$$

Параметры этой зависимости находятся из системы:

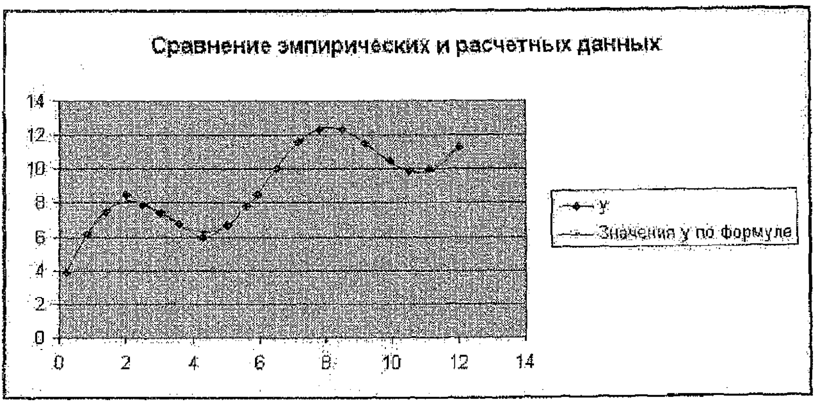
$$\begin{cases} a \cdot n + b\sum_{i=1}^{n}\sqrt{x_i} + c\sum_{i=1}^{n}\sin x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ a\sum_{i=1}^{n}\sqrt{x_i} + b\sum_{i=1}^{n} x_i + c\sum_{i=1}^{n}\sqrt{x_i}\sin x_i = \sum_{i=1}^{n}\sqrt{x_i}y_i \\ a\sum_{i=1}^{n}\sin x_i + b\sum_{i=1}^{n}\sqrt{x_i}\sin x_i + c\sum_{i=1}^{n}\sin^2 x_i = \sum_{i=1}^{n}\sin x_i y_i \end{cases}$$

Ниже приводится рабочий лист Excel, на котором выполнен расчет коэффициентов системы и найдены параметры зависимости.

| x | y | x^(1/2) | sin(x) | sin(x)^2 | x^(1/2)*sin(x) | x^(1/2)*y | sin(x)*y | Значения y |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,2 | 3,9 | 0,447214 | 0,198669 | 0,03947 | 0,088847626 | 1,744133 | 0,77481 | 3,78066714 |
| 0,8 | 6,1 | 0,894427 | 0,717356 | 0,5146 | 0,641622793 | 5,456006 | 4,375872 | 6,178911041 |
| 1,4 | 7,5 | 1,183216 | 0,98545 | 0,971111 | 1,165999845 | 8,87412 | 7,390873 | 7,589638604 |
| 2 | 8,5 | 1,414214 | 0,909297 | 0,826822 | 1,285940753 | 12,02082 | 7,729028 | 8,118418133 |
| 2,5 | 7,9 | 1,581139 | 0,598472 | 0,358169 | 0,946267546 | 12,491 | 4,72793 | 7,972700034 |
| 3 | 7,4 | 1,732051 | 0,14112 | 0,019915 | 0,244427024 | 12,81718 | 1,044288 | 7,477077319 |
| 3,6 | 6,8 | 1,897367 | -0,44252 | 0,195824 | -0,839623507 | 12,90209 | -3,00914 | 6,763631543 |
| 4,3 | 6 | 2,073644 | -0,91617 | 0,83936 | -1,899802122 | 12,44186 | -5,497 | 6,309707654 |
| 5 | 6,7 | 2,236068 | -0,95892 | 0,919536 | -2,144219863 | 14,98166 | -6,42479 | 6,703773807 |
| 5,6 | 7,8 | 2,366432 | -0,63127 | 0,398498 | -1,493849518 | 18,45817 | -4,92388 | 7,766987915 |
| 5,9 | 8,5 | 2,428992 | -0,37388 | 0,139784 | -0,908143263 | 20,64643 | -3,17795 | 8,48386985 |
| 6,5 | 10 | 2,54951 | 0,21512 | 0,046277 | 0,548450509 | 25,4951 | 2,1512 | 10,057116 |
| 7,2 | 11,6 | 2,683282 | 0,793668 | 0,629909 | 2,129634354 | 31,12607 | 9,206547 | 11,64815627 |
| 7,8 | 12,3 | 2,792848 | 0,998543 | 0,997089 | 2,788779794 | 34,35203 | 12,28208 | 12,39625635 |
| 8,5 | 12,3 | 2,915476 | 0,798487 | 0,637582 | 2,327969971 | 35,86035 | 9,821391 | 12,34757259 |
| 9,2 | 11,5 | 3,03315 | 0,22289 | 0,04968 | 0,676058583 | 34,88123 | 2,563234 | 11,50925831 |
| 9,9 | 10,5 | 3,146427 | -0,45754 | 0,209339 | -1,439603081 | 33,03748 | -4,80413 | 10,44157343 |
| 10,5 | 9,9 | 3,24037 | -0,8797 | 0,773865 | -2,850540057 | 32,07967 | -8,70899 | 9,84940944 |
| 11,1 | 10 | 3,331666 | -0,99455 | 0,989135 | -3,313517292 | 33,31666 | -9,94553 | 9,88349638 |
| 12 | 11,3 | 3,464102 | -0,53657 | 0,28791 | -1,858743112 | 39,14435 | -6,06327 | 11,22177819 |
| **117** | **176,5** | **45,41159** | **0,387962** | **9,843872** | **-3,904043018** | **432,1264** | **9,512584** | 0 |

| Матрица системы | | | Вектор правых частей |
|---|---|---|---|
| 20 | 45,41159 | 0,387962 | 176,5 |
| 45,41159 | 117 | -3,90404 | 432,1264 |
| 0,387962 | -3,90404 | 9,843872 | 9,512584 |

| Обратная матрица | | | Решение |
|---|---|---|---|
| 0,499667 | -0,1972 | -0,0979 | 2,042773 |
| -0,1972 | 0,086492 | 0,042075 | 2,969374 |
| -0,0979 | 0,042075 | 0,122131 | 2,06348 |



В системе MathCAD подбор параметров может быть выполнен следующим образом:

$$x := \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.8 \\ 1.4 \\ 2 \\ 2.5 \\ 3 \\ 3.6 \\ 4.3 \\ 5 \\ 5.6 \\ 5.9 \\ 6.5 \\ 7.2 \\ 7.8 \\ 8.5 \\ 9.2 \\ 9.9 \\ 10.5 \\ 11.1 \\ 12 \end{bmatrix} \qquad y := \begin{bmatrix} 3.9 \\ 6.1 \\ 7.5 \\ 8.5 \\ 7.9 \\ 7.4 \\ 6.8 \\ 6 \\ 6.7 \\ 7.8 \\ 8.5 \\ 10 \\ 11.6 \\ 12.3 \\ 12.3 \\ 11.5 \\ 10.5 \\ 9.9 \\ 10 \\ 11.3 \end{bmatrix}$$

$$sumx := \sum_{i=0}^{19} x_i \qquad sumx = 117$$

$$sumsqrtx := \sum_{i=0}^{19} \sqrt{x_i} \qquad sumsqrtx = 45.412$$

$$sumsinx := \sum_{i=0}^{19} \sin(x_i) \qquad sumsinx = 0.388$$

$$sumsin2x := \sum_{i=0}^{19} (\sin(x_i))^2 \qquad sumsin2x = 9.844$$

$$sumsqrtsinx := \sum_{i=0}^{19} \sqrt{x_i} \cdot \sin(x_i) \qquad sumsqrtsinx = -3.904$$

$$sumy := \sum_{i=0}^{19} y_i \qquad sumy = 176.5$$

$$\text{sumsqrtxy} := \sum_{i=0}^{19} \sqrt{x_i} \cdot y_i \qquad \text{sumsqrtxy} = 432.126$$

$$\text{sumsinxy} := \sum_{i=0}^{19} \sin\left(x_i\right) \cdot y_i \qquad \text{sumsinxy} = 9.513$$

$$A := \begin{bmatrix} 20 & \text{sumsqrtx} & \text{sumsinx} \\ \text{sumsqrtx} & \text{sumx} & \text{sumsqrtsinx} \\ \text{sumsinx} & \text{sumsqrtsinx} & \text{sumsin2x} \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 20 & 45.412 & 0.388 \\ 45.412 & 117 & -3.904 \\ 0.388 & -3.904 & 9.844 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} \text{sumy} \\ \text{sumsqrtxy} \\ \text{sumsinxy} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 176.5 \\ 432.126 \\ 9.513 \end{bmatrix}$$

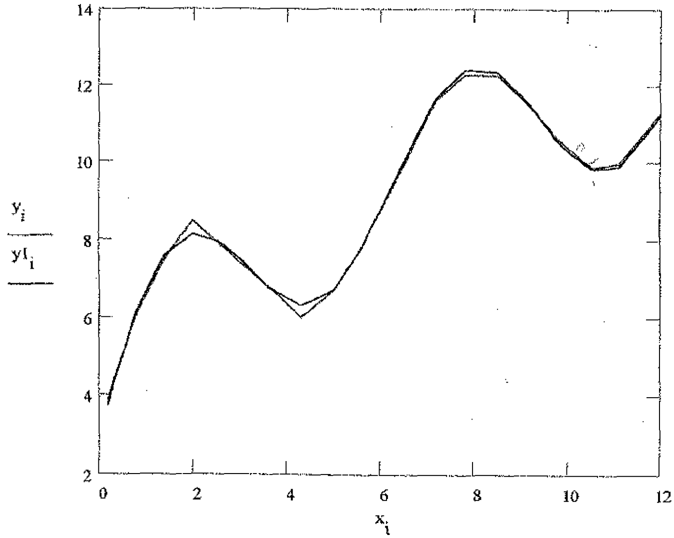
$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} := A^{-1} \cdot B \qquad a = 2.043 \qquad b = 2.969 \qquad c = 2.063$$

$i := 0..19$

$$yl_i := a + b \cdot \sqrt{x_i} + c \cdot \sin\left(x_i\right)$$

yl =

| | 0 |
|---|---|
| 0 | 3.781 |
| 1 | 6.179 |
| 2 | 7.59 |
| 3 | 8.118 |
| 4 | 7.973 |
| 5 | 7.477 |
| 6 | 6.764 |
| 7 | 6.31 |
| 8 | 6.704 |
| 9 | 7.767 |
| 10 | 8.484 |
| 11 | 10.057 |
| 12 | 11.648 |
| 13 | 12.396 |
| 14 | 12.348 |
| 15 | 11.509 |
| 16 | 10.442 |
| 17 | 9.849 |




### 3.4. Варианты задач

| Задача 1 | | Задача 2 | | Задача 3 | | Задача 4 | | Задача 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **x** | **y** | **x** | **y** | **x** | **y** | **x** | **y** | **x** | **y** |
| -10,0 | 223,6 | 0,1 | -1,4 | -5,0 | -10,9 | -5,0 | 3,7 | -4,0 | 3,2 |
| -9,2 | 191,9 | 0,3 | -1,0 | -4,5 | -9,2 | -4,5 | -2,1 | -3,4 | 3,1 |
| -8,9 | 176,9 | 0,5 | -0,7 | -3,7 | -6,5 | -4,5 | -3,2 | -3,3 | 3,2 |
| -7,9 | 141,8 | 0,9 | -0,3 | -3,0 | -4,7 | -3,9 | -9,9 | -2,6 | 3,3 |
| -6,2 | 90,6 | 1,3 | 0,1 | -2,2 | -2,4 | -3,0 | -15,1 | -2,0 | 3,2 |
| -4,9 | 56,5 | 1,8 | 0,3 | -1,7 | -0,3 | -2,6 | -14,2 | -1,7 | 3,5 |
| -4,8 | 54,1 | 2,0 | 0,6 | -1,7 | -0,7 | -2,1 | -10,3 | -1,1 | 3,3 |
| -4,0 | 37,0 | 2,5 | 0,7 | -0,8 | 2,0 | -1,2 | 1,0 | -1,0 | 3,1 |
| -3,3 | 25,0 | 2,7 | 0,8 | -0,5 | 3,2 | -0,7 | 6,8 | -0,2 | 3,3 |
| -1,8 | 5,7 | 3,0 | 1,1 | 0,1 | 4,9 | 0,2 | 11,3 | 0,6 | 3,3 |
| 0,0 | -6,1 | 3,2 | 1,0 | 0,9 | 6,8 | 0,8 | 8,4 | 1,4 | 3,5 |
| 1,6 | -6,5 | 3,5 | 1,2 | 1,2 | 7,7 | 1,1 | 5,7 | 1,4 | 3,9 |
| 1,7 | -5,3 | 4,0 | 1,4 | 1,4 | 8,6 | 2,1 | -6,5 | 2,3 | 4,3 |
| 3,4 | 6,1 | 4,2 | 1,6 | 2,3 | 11,2 | 2,4 | -9,8 | 2,3 | 4,1 |
| 3,8 | 11,7 | 4,3 | 1,6 | 3,1 | 13,8 | 2,9 | -13,9 | 2,5 | 4,4 |
| 5,5 | 38,2 | 4,4 | 1,7 | 3,2 | 13,6 | 3,0 | -14,7 | 3,0 | 5,1 |
| 6,4 | 55,7 | 4,9 | 1,9 | 3,2 | 14,4 | 3,4 | -15,0 | 3,0 | 5,2 |
| 7,4 | 80,3 | 5,3 | 2,0 | 3,3 | 14,6 | 3,8 | -13,8 | 3,1 | 5,5 |
| 8,2 | 102,5 | 5,6 | 2,2 | 3,9 | 16,3 | 3,9 | -12,9 | 3,5 | 6,5 |
| 9,9 | 159,0 | 5,8 | 2,3 | 4,1 | 16,4 | 4,2 | -10,2 | 3,9 | 8,2 |

| Задача 6 | | Задача 7 | | Задача 8 | | Задача 9 | | Задача 10 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | x | y | x | y | x | y | x | y |
| -5,0 | -9,5 | -1,0 | -1,2 | -12,0 | -12,8 | 0,1 | -9,1 | 0,1 | 0,2 |
| -4,7 | -9,7 | 0,7 | 4,5 | -10,1 | -12,9 | 1,0 | -3,8 | 0,2 | -0,1 |
| -4,0 | -9,8 | 2,1 | 3,7 | -9,4 | -12,6 | 1,6 | -2,5 | 0,4 | -0,6 |
| -3,9 | -10,2 | 3,2 | 3,6 | -9,3 | -12,6 | 2,2 | -1,9 | 0,4 | -0,7 |
| -3,5 | -10,3 | 4,1 | 5,9 | -8,9 | -12,8 | 3,1 | -1,0 | 0,6 | -1,2 |
| -2,8 | -10,7 | 4,9 | 9,6 | -7,6 | -12,7 | 3,5 | -1,0 | 0,9 | -1,8 |
| -2,7 | -10,8 | 5,8 | 14,0 | -7,1 | -12,5 | 3,7 | -0,6 | 1,2 | -2,1 |
| -2,4 | -11,0 | 7,7 | 16,9 | -6,4 | -12,4 | 4,2 | -0,3 | 1,4 | -2,4 |
| -2,3 | -11,2 | 8,8 | 15,9 | -5,4 | -12,5 | 4,9 | 0,0 | 1,5 | -2,6 |
| -1,8 | -11,3 | 10,6 | 19,2 | -4,1 | -12,2 | 5,1 | -0,2 | 1,7 | -2,9 |
| -1,1 | -13,2 | 11,4 | 23,2 | -3,0 | -11,7 | 5,1 | -0,2 | 2,1 | -3,2 |
| -0,3 | -26,8 | 11,8 | 25,3 | -1,1 | -10,3 | 6,0 | 0,5 | 2,5 | -3,6 |
| 0,6 | -0,9 | 13,5 | 29,7 | -0,6 | -9,0 | 6,6 | 0,7 | 2,8 | -4,0 |
| 1,5 | -5,4 | 14,1 | 29,4 | 0,6 | -4,6 | 7,3 | 0,8 | 3,2 | -4,2 |
| 2,2 | -6,4 | 15,7 | 28,6 | 1,7 | -2,7 | 7,4 | 0,6 | 3,5 | -4,6 |
| 3,2 | -7,2 | 16,1 | 29,1 | 2,0 | -2,3 | 7,5 | 0,8 | 3,7 | -4,7 |
| 3,5 | -7,2 | 18,0 | 37,5 | 3,8 | -1,5 | 8,2 | 1,1 | 3,9 | -4,8 |
| 3,9 | -7,5 | 18,8 | 40,6 | 4,1 | -1,6 | 8,9 | 1,2 | 4,3 | -5,1 |
| 4,5 | -7,5 | 19,1 | 41,5 | 5,1 | -1,4 | 9,3 | 1,1 | 4,7 | -5,5 |
| 5,4 | -7,9 | 20,5 | 41,8 | 6,6 | -1,2 | 9,7 | 1,3 | 4,8 | -5,5 |

| Задача 11 | | Задача 12 | | Задача 13 | | Задача 14 | | Задача15 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | x | y | x | y | x | y | x | y |
| -6,0 | 9,3 | -10,0 | 26,3 | -2,0 | 4,5 | -4,0 | 1,8 | -1,0 | 4,0 |
| -5,2 | 9,6 | -8,4 | 14,8 | -1,7 | 4,4 | -3,4 | 1,7 | -0,5 | 3,5 |
| -4,8 | 9,5 | -7,6 | 9,5 | -1,1 | 4,0 | -3,0 | 1,7 | -0,3 | 3,1 |
| -4,5 | 9,9 | -7,5 | 9,4 | -1,0 | 3,7 | -2,2 | 1,4 | 0,6 | 2,5 |
| -3,5 | 10,2 | -6,9 | 7,8 | -0,5 | 3,6 | -2,1 | 1,2 | 1,5 | 1,2 |
| -2,8 | 10,9 | -5,0 | 14,0 | -0,2 | 3,2 | -1,5 | 0,8 | 2,2 | 0,7 |
| -2,8 | 10,7 | -4,8 | 14,4 | 0,1 | 2,3 | -1,1 | 0,3 | 3,2 | -0,5 |
| -2,5 | 11,3 | -3,9 | 14,6 | 0,5 | 1,5 | -0,3 | -1,7 | 3,3 | -1,2 |
| -2,0 | 11,7 | -3,5 | 12,7 | 1,2 | -1,2 | -0,2 | -1,8 | 3,9 | -1,7 |
| -1,0 | 15,3 | -1,6 | -1,2 | 1,8 | -6,3 | -0,1 | -1,9 | 4,2 | -2,1 |
| -0,2 | 42,1 | 0,0 | -3,9 | 2,7 | -21,0 | 0,7 | -0,6 | 4,4 | -2,1 |
| 0,2 | -27,1 | 1,3 | 1,3 | 2,9 | -25,7 | 1,5 | 0,9 | 5,1 | -3,4 |
| 1,0 | 1,1 | 3,2 | -2,9 | 3,5 | -54,0 | 2,4 | 1,4 | 5,4 | -3,9 |
| 1,8 | 4,6 | 3,8 | -7,5 | 4,1 | -99,5 | 2,6 | 1,5 | 6,0 | -4,3 |
| 1,9 | 4,8 | 5,8 | -17,2 | 4,6 | -161,7 | 3,5 | 1,7 | 6,7 | -4,7 |
| 2,5 | 5,5 | 7,5 | -11,5 | 4,9 | -231,2 | 4,0 | 1,8 | 7,2 | -5,8 |
| 3,3 | 6,3 | 8,8 | -11,3 | 5,9 | -609,6 | 4,4 | 1,9 | 8,2 | -7,1 |
| 3,7 | 6,1 | 10,5 | -23,1 | 6,7 | -1363,5 | 5,0 | 1,9 | 9,1 | -7,9 |
| 4,3 | 6,4 | 11,3 | -28,4 | 6,7 | -1446,4 | 5,7 | 2,0 | 9,5 | -8,7 |
| 4,3 | 6,7 | 12,6 | -28,9 | 7,0 | -1882,5 | 5,9 | 1,9 | 9,6 | -8,5 |

| Задача 16 | | Задача 17 | | Задача 18 | | Задача 19 | | Задача 20 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | x | y | x | y | x | y | x | y |
| 0,1 | 3,6 | -1,0 | -4,4 | -6,0 | -1,7 | -8,0 | 13,2 | -12,0 | -466,2 |
| 0,7 | -0,4 | -0,1 | 6,6 | -5,5 | -1,8 | -7,2 | 13,2 | -10,6 | -364,8 |
| 1,2 | -1,4 | 0,5 | 13,1 | -5,2 | -1,8 | -6,6 | 12,9 | -9,7 | -311,0 |
| 1,8 | -2,0 | 0,9 | 15,7 | -4,3 | -1,5 | -5,0 | 12,7 | -8,2 | -221,7 |
| 1,9 | -2,2 | 1,9 | 14,4 | -3,8 | -1,5 | -3,9 | 12,4 | -6,7 | -147,4 |
| 2,9 | -3,3 | 2,7 | 6,8 | -3,3 | -1,5 | -1,9 | 10,9 | -5,5 | -98,9 |
| 3,7 | -3,4 | 3,0 | 3,2 | -2,5 | -1,1 | -1,6 | 10,3 | -3,5 | -37,6 |
| 4,6 | -4,2 | 3,4 | -1,6 | -1,6 | -0,2 | -0,3 | 5,3 | -2,4 | -14,0 |
| 4,6 | -4,3 | 4,2 | -7,9 | -1,0 | 1,1 | -0,2 | 4,2 | -2,1 | -9,4 |
| 5,2 | -4,3 | 4,8 | -7,5 | -0,4 | 3,5 | 1,5 | -3,6 | -1,7 | -3,5 |
| 5,5 | -4,4 | 5,1 | -5,8 | 0,2 | 4,0 | 2,6 | -5,3 | 0,0 | 13,6 |
| 6,2 | -4,7 | 5,2 | -5,0 | 0,2 | 3,8 | 3,1 | -5,5 | 0,6 | 14,4 |
| 6,2 | -4,7 | 5,4 | -3,2 | 1,0 | 1,1 | 3,7 | -5,9 | 2,1 | 9,0 |
| 7,0 | -4,8 | 5,5 | -2,5 | 1,3 | 0,2 | 4,0 | -6,0 | 3,5 | -8,9 |
| 7,6 | -4,8 | 6,2 | 6,7 | 2,2 | -0,9 | 6,0 | -6,7 | 3,9 | -17,0 |
| 7,7 | -5,2 | 6,9 | 13,4 | 3,2 | -1,3 | 6,8 | -6,7 | 5,3 | -50,4 |
| 8,0 | -5,2 | 7,4 | 16,1 | 3,8 | -1,5 | 7,8 | -7,0 | 6,3 | -80,7 |
| 8,1 | -5,1 | 7,5 | 16,3 | 3,9 | -1,5 | 9,7 | -7,0 | 7,5 | -125,7 |
| 9,0 | -5,2 | 8,2 | 14,5 | 4,3 | -1,6 | 11,2 | -7,3 | 8,0 | -146,7 |
| 9,2 | -5,3 | 8,6 | 10,9 | 4,6 | -1,6 | 13,2 | -7,2 | 8,9 | -189,1 |

# 4. ЗАДАНИЕ 3. АППРОКСИМАЦИЯ ДАННЫХ В MATHCAD И MICROSOFT EXCEL

## 4.1. Теоретические сведения

Теоретические сведения метода наименьших квадратов рассмотрены в разделе 3.1, поэтому дополнительно останавливаться на них не будем.

В MathCAD существует набор функций, позволяющих осуществлять аппроксимацию. В таблице 2.11. представлены функции, используемые для аппроксимации.

Таблица 4.1 – Функции, используемые при создании регрессионных моделей

| Наименование модели | Вид уравнения регрессии | Функция MathCAD |
|---|---|---|
| Линейная | $y(x) = a \cdot x + b$ | line(vx , vy) |
| Полиномиальная n-ой степени | $y(x) = \sum_{i=0}^{n} a_n \cdot x^n$ | p1:=regress(vx,vy,n)<br>interp(p1,vx,vy,x) |
| Фрагменты полиномов 2-ой степени | $y_i(x) = \sum a_i \cdot x^2 + b_i \cdot x + c_i$ | p2:=loess(vx,vy,span)<br>interp(p2,vx,vy,x) |
| Экспоненциальная | $y(x) = a \cdot e^{b \cdot x} + c$ | expfit(vx,vy,g) |
| Логистическая функция | $y(x) = \frac{a}{1 + b \cdot e^{-c \cdot x}}$ | lgsfit(vx,vy,g) |
| Синусоидальная | $y(x) = a \cdot \sin(x + b) + c$ | sinfit(vx,vy,g) |
| Степенная | $y(x) = a \cdot x^b + c$ | pwrfit(vx,vy,g) |
| Логарифмическая | $y(x) = a \cdot \ln(x + b) + c$ | logfit(vx,vy,g) |
| Логарифмическая короткая | $y(x) = a \cdot \ln(x) + b$ | lnfit(vx,vy,g) |

Рассмотрим суть параметров, используемых в качестве аргументов в функциях.

В каждой функции используются два вектора исходных данных, vx - вектор независимых переменных, vy - вектор зависимых переменных. Количество элементов вектора vx и vy должно быть одинаково.

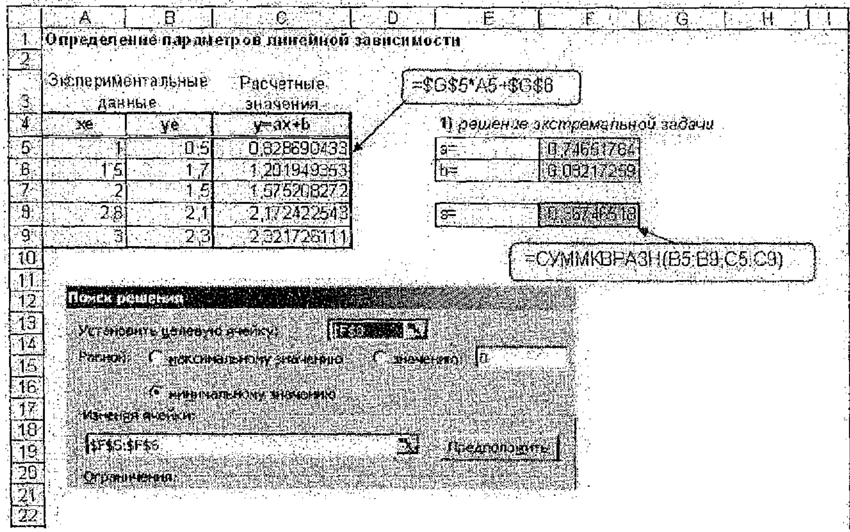
Функции regress и loess используются только совместно с функцией interp. Сами функции regress и loess вычисляют только вектор, требуемый функцией interp для определения самого полинома. Параметр span функции loess определяет величину области, на которой строится конкретный фрагмент полинома 2-ой степени. Оптимальное значение span, предлагаемое справочной системой MathCAD, равно 0.75, но в каждом конкретном случае рекомендуется путем вариантных расчетов подобрать наилучшее значение span.

Параметр g является вектором начальных приближений для неизвестных функции регрессии. После определения регрессионных зависимостей актуальным является выбор из их совокупности наилучшей функции, с точки зрения адекватности описания исходных экспериментальных данных.

В качестве критерия, позволяющего выбрать наилучшую модель, предлагается использовать коэффициент детерминации, численно равный коэффициенту корреляции в квадрате. Значение коэффициента корреляции в MathCAD позволяет рассчитать функция corr(A,B), где A и B – два вектора значений.

Другим способом определения коэффициентов функциональных зависимостей является использование функции Microsoft Excel или блок «ПОИСК РЕШЕНИЯ» Microsoft Excel.

Для определения коэффициентов необходимо ввести исходные данные вектора x и вектора y. Затем вводят произвольные значения коэффициентов и рассчитывают значения y по формуле, ссылаясь на коэффициенты. Подбор параметров основан на нахождении наименьшей суммы квадратов разностей исходных значений у и вычисленных по функциональной зависимости:




### 4.2. Этапы выполнения задания

1. Ввести экспериментальные данные ($x_i$ , $y_i$ , i□[0 ,n]).

2. Определить функциональные зависимости для аппроксимации экспериментальных данных на основе функций MathCAD, приведенных в таблице.

3. Вычислить в MathCAD значение коэффициента детерминации для каждой функциональной зависимости.

4. Отобразить графически в MathCAD исходные данные и полученные функциональные зависимости.

5. На основе вычисленных в MathCAD значений коэффициента детерминации обосновать выбор наилучшей функциональной зависимости.

6. Используя блок «Поиск решения» Microsoft Excel, для указанной функциональной зависимости определить значения коэффициентов этой функциональной зависимости и сравнить их значения со значениями, полученными в MathCAD.

### 4.3. Пример выполнения задания

| x | y | Методы аппроксимации | «Поиск решения» |
|---|---|---|---|
| 1,2 | 0,6703 | Линейная<br>Полиномиальная 4-ой степени<br>Полиномиальная модель - loess (Фрагменты полиномов 2-ой степени)<br>Логарифмическая<br>Экспоненциальная | Экспоненциальная |
| 1,3 | 0,5169 | | |
| 1,4 | 0,4350 | | |
| 1,6 | 0,2800 | | |
| 1,7 | 0,2541 | | |
| 1,9 | 0,2466 | | |
| 2,1 | 0,2144 | | |
| 2,2 | 0,1809 | | |
| 2,4 | 0,1327 | | |
| 2,6 | 0,0821 | | |
| 2,7 | 0,0614 | | |

Для указанных экспериментальных данных определить функциональные зависимости различными методами аппроксимации, рассчитать значения коэффициента детерминации и выбрать наилучшую функциональную зависимость.

Для указанной функциональной зависимости, используя «Поиск решения» Microsoft Excel, определить значения коэффициентов этой функциональной зависимости, а затем сравнить их значения со значениями, полученными в MathCAD.

$i := 1..11$

$i =$

| |
|---|
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |
| 7 |
| 8 |
| 9 |
| 10 |
| 11 |

$$vx := \begin{pmatrix} 1.2 \\ 1.3 \\ 1.4 \\ 1.6 \\ 1.7 \\ 1.9 \\ 2.1 \\ 2.2 \\ 2.4 \\ 2.6 \\ 2.7 \end{pmatrix} \qquad vy := \begin{pmatrix} 0.6703 \\ 0.5169 \\ 0.4350 \\ 0.2800 \\ 0.2541 \\ 0.2466 \\ 0.2144 \\ 0.1809 \\ 0.1327 \\ 0.0821 \\ 0.0614 \end{pmatrix}$$

**Линейная модель**

$k1 := line(vx, vy)$

$y1(x) := k1_0 + k1_1 \cdot x$

$kd_1 := corr(vy, y1(vx))^2$

$kd_1 = 0.862$

**Полиномиальная модель полином 4-ой степени**

$p2 := regress(vx, vy, 4)$

$y2(x) := interp(p2, vx, vy, x)$

$kd_2 := corr\left(vy, \overrightarrow{y2(vx)}\right)^2$

$kd_2 = 0.997$

**Полиномиальная модель - loess**

$p3 := loess(vx, vy, 0.75)$

$y3(x) := interp(p3, vx, vy, x)$

$kd_3 := corr\left(vy, \overrightarrow{y3(vx)}\right)^2$

$kd_3 = 0.998$

$$g := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Логарифмическая модель

$p4 := \mathrm{logfit}(vx, vy, g)$

$y4(x) := p4_0 \cdot \ln\left(p4_1 + x\right) + p4_2$

$kd_4 := \mathrm{corr}\left(vy, \overrightarrow{y4(vx)}\right)^2$

$kd_4 = 0.985$

Экспоненциальная модель

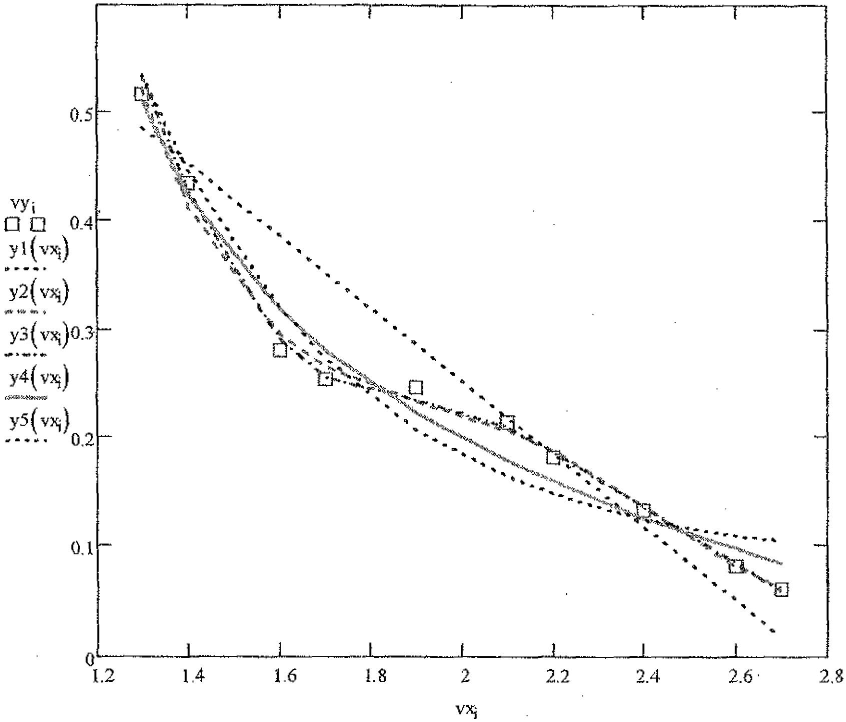
$p5 := \mathrm{expfit}(vx, vy, g)$

$y5(x) := p5_0 \cdot e^{p5_1 \cdot x} + p5_2$

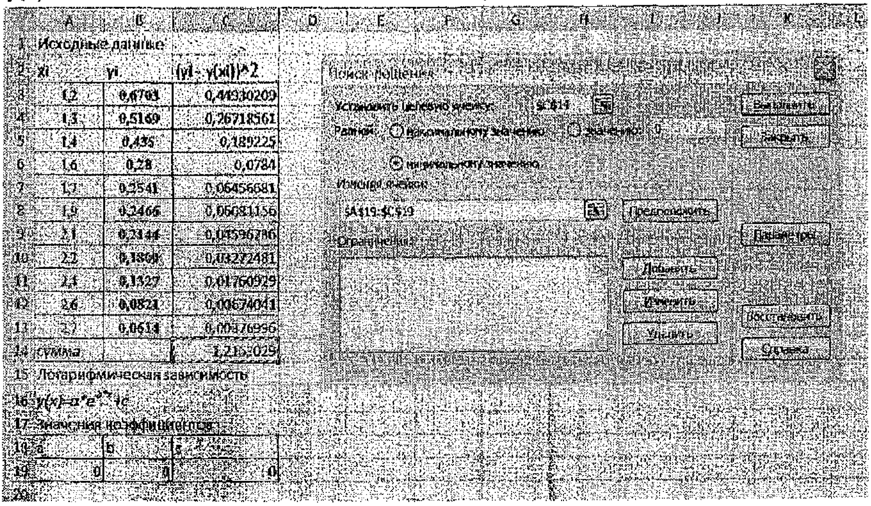
$kd_5 := \mathrm{corr}\left(vy, \overrightarrow{y5(vx)}\right)^2$

$kd_5 = 0.969$

$p5_0 = 7.453$ $p5_1 = -2.157$ $p5_2 = 0.083$



Нахождение значений коэффициентов для экспоненциальной зависимости $y(x) = a \cdot e^{b \cdot x} + c$ с использованием блока «Поиск решения»:




Исходные данные

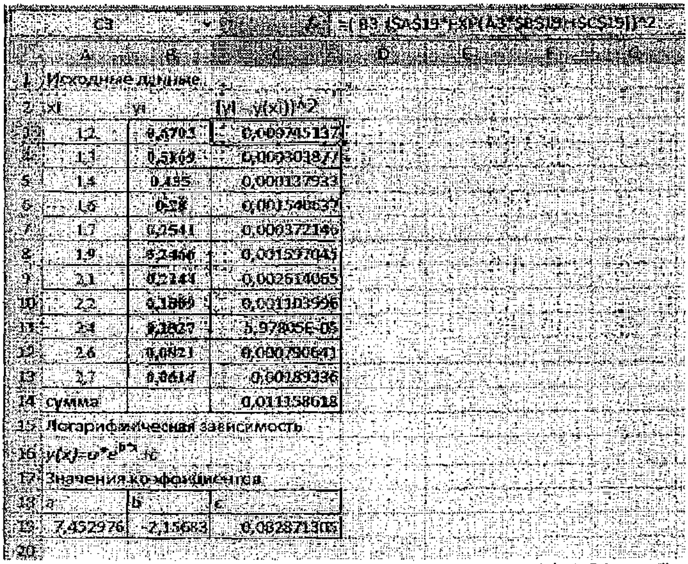
| xi | yi | (yi - y(xi))^2 |
|---|---|---|
| 1,2 | 0,6703 | 0,44930209 |
| 1,3 | 0,5169 | 0,26718561 |
| 1,4 | 0,435 | 0,189225 |
| 1,6 | 0,28 | 0,0784 |
| 1,7 | 0,2541 | 0,06456681 |
| 1,9 | 0,2466 | 0,06081156 |
| 2,1 | 0,2144 | 0,04596736 |
| 2,2 | 0,1809 | 0,03272481 |
| 2,4 | 0,1327 | 0,01760929 |
| 2,6 | 0,0821 | 0,00674041 |
| 2,7 | 0,0614 | 0,00376996 |
| сумма | | 1,2152029 |

Логарифмическая зависимость

y(x)=a*e^b*x+c

Значения коэффициентов

| a | b | c |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |



C3 =(B3-($A$19*EXP(A3*$B$19)+$C$19))^2

Исходные данные

| xi | yi | (yi - y(xi))^2 |
|---|---|---|
| 1,2 | 0,6703 | 0,009745137 |
| 1,3 | 0,5169 | 0,000301877 |
| 1,4 | 0,435 | 0,000137933 |
| 1,6 | 0,28 | 0,001546537 |
| 1,7 | 0,2541 | 0,000372196 |
| 1,9 | 0,2466 | 0,001597045 |
| 2,1 | 0,2144 | 0,002614065 |
| 2,2 | 0,1869 | 0,001103996 |
| 2,4 | 0,1327 | 5,97805E-05 |
| 2,6 | 0,0821 | 0,000790641 |
| 2,7 | 0,0614 | 0,00189336 |
| сумма | | 0,011158618 |

Логарифмическая зависимость

y(x)=a*e^b*x+c

Значения коэффициентов

| a | b | c |
|---|---|---|
| 7,452976 | -2,15683 | 0,082871305 |

Как показывает анализ результатов, полученных в MathCAD и Excel, значения коэффициентов для экспоненциальной зависимости совпадают:

$p5_0 = 7.453 \quad p5_1 = -2.157 \quad p5_3 = 0.083$

## 4.4. Варианты задач

| Задача 1 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 13,50 | Линейная<br>Полиномиальная 3-ой степени<br>Фрагменты полиномов 2-ой степени<br>Экспоненциальная | Полиномиальная 3-ей степени |
| 2 | 12,77 | | |
| 3 | 12,05 | | |
| 4 | 11,93 | | |
| 5 | 11,55 | | |
| 6 | 12,26 | | |
| 7 | 12,88 | | |
| 8 | 12,75 | | |
| 9 | 11,62 | | |
| 10 | 10,51 | | |
| 11 | 9,98 | | |
| 12 | 10,05 | | |

| Задача 2 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 251 | Полиномиальная 4-ой степени<br>Фрагменты полиномов 2-ой степени<br>Экспоненциальная<br>Логистическая функция | Полиномиальная 4-ой степени |
| 2 | 249 | | |
| 3 | 248 | | |
| 4 | 246 | | |
| 5 | 259 | | |
| 6 | 262 | | |
| 7 | 255 | | |
| 8 | 240 | | |
| 9 | 238 | | |
| 10 | 225 | | |
| 11 | 220 | | |
| 12 | 223 | | |

| Задача 3 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 0,91 | Фрагменты полиномов 2-ой степени<br>Экспоненциальная<br>Логистическая функция<br>Синусоидальная | Экспоненциальная |
| 2 | 0,87 | | |
| 3 | 0,85 | | |
| 4 | 0,82 | | |
| 5 | 0,79 | | |
| 6 | 0,75 | | |
| 7 | 0,7 | | |
| 8 | 0,86 | | |
| 9 | 0,62 | | |
| 10 | 0,6 | | |
| 11 | 0,58 | | |
| 12 | 0,55 | | |

| Задача 4 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 1,89 | Экспоненциальная<br>Логистическая функция<br>Синусоидальная<br>Степенная | Синусоидальная |
| 2 | 1,91 | | |
| 3 | 2,00 | | |
| 4 | 2,05 | | |
| 5 | 2,19 | | |
| 6 | 2,27 | | |
| 7 | 2,03 | | |
| 8 | 2,17 | | |
| 9 | 2,29 | | |
| 10 | 2,35 | | |
| 11 | 2,42 | | |
| 12 | 2,54 | | |

| Задача 5 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 6,3 | Линейная<br>Экспоненциальная<br>Логистическая функция<br>Синусоидальная | Линейная |
| 2 | 6,21 | | |
| 3 | 7,15 | | |
| 4 | 7,0 | | |
| 5 | 6,8 | | |
| 6 | 5,75 | | |
| 7 | 5,05 | | |
| 8 | 4,85 | | |
| 9 | 5,5 | | |
| 10 | 5,2 | | |
| 11 | 4,34 | | |
| 12 | 4,53 | | |

| Задача 6 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 105 | Экспоненциальная<br>Логистическая функция<br>Синусоидальная<br>Степенная | Экспоненциальная |
| 2 | 108 | | |
| 3 | 112 | | |
| 4 | 117 | | |
| 5 | 140 | | |
| 6 | 132 | | |
| 7 | 126 | | |
| 8 | 128 | | |
| 9 | 150 | | |
| 10 | 134 | | |
| 11 | 128 | | |
| 12 | 140 | | |

| Задача 7 | | | | Задача 8 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» | x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 0,32 | Синусоидальная<br>Степенная<br>Логарифмическая<br>Логарифмическая короткая | Синусоидальная | 1 | 1,80 | Линейная<br>Полиномиальная 4-ой степени<br>Фрагменты полиномов 2-ой степени<br>Экспоненциальная | Полиномиальная 4-ой степени |
| 2 | 0,34 | | | 2 | 1,78 | | |
| 3 | 0,37 | | | 3 | 1,70 | | |
| 4 | 0,51 | | | 4 | 1,64 | | |
| 5 | 0,65 | | | 5 | 1,59 | | |
| 6 | 0,79 | | | 6 | 1,51 | | |
| 7 | 0,52 | | | 7 | 1,45 | | |
| 8 | 0,48 | | | 8 | 1,42 | | |
| 9 | 0,31 | | | 9 | 1,40 | | |
| 10 | 0,54 | | | 10 | 1,37 | | |
| 11 | 0,67 | | | 11 | 1,67 | | |
| 12 | 0,71 | | | 12 | 1,55 | | |

| Задача 9 | | | | Задача 10 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» | x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 95 | Полиномиальная 3-ей степени<br>Фрагменты полиномов 2-ой степени<br>Экспоненциальная<br>Логистическая функция | Экспоненциальная | 1 | 341 | Экспоненциальная<br>Логистическая функция<br>Синусоидальная<br>Степенная | Логистическая |
| 2 | 97 | | | 2 | 347 | | |
| 3 | 96 | | | 3 | 339 | | |
| 4 | 99 | | | 4 | 355 | | |
| 5 | 93 | | | 5 | 374 | | |
| 6 | 91 | | | 6 | 361 | | |
| 7 | 95 | | | 7 | 350 | | |
| 8 | 90 | | | 8 | 359 | | |
| 9 | 101 | | | 9 | 338 | | |
| 10 | 96 | | | 10 | 360 | | |
| 11 | 89 | | | 11 | 330 | | |
| 12 | 97 | | | 12 | 370 | | |

| Задача 11 | | | | Задача 12 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» | x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 21,3 | Экспоненциальная<br>Синусоидальная<br>Логарифмическая<br>Логарифмическая короткая | Логарифмическая короткая | 1 | 278 | Линейная<br>Экспоненциальная<br>Логистическая функция<br>Логарифмическая короткая | Логистическая функция |
| 2 | 22,1 | | | 2 | 273 | | |
| 3 | 21,7 | | | 3 | 275 | | |
| 4 | 22,4 | | | 4 | 269 | | |
| 5 | 21,9 | | | 5 | 274 | | |
| 6 | 21,7 | | | 6 | 268 | | |
| 7 | 22,2 | | | 7 | 270 | | |
| 8 | 21,8 | | | 8 | 271 | | |
| 9 | 21,6 | | | 9 | 256 | | |
| 10 | 22,5 | | | 10 | 281 | | |
| 11 | 24,3 | | | 11 | 290 | | |
| 12 | 27,8 | | | 12 | 295 | | |

| Задача 13 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 0,52 | Линейная<br>Полиномиальная 4-ой степени<br>Синусоидальная<br>Степенная | Линейная |
| 2 | 0,59 | | |
| 3 | 0,49 | | |
| 4 | 0,51 | | |
| 5 | 0,48 | | |
| 6 | 0,57 | | |
| 7 | 0,67 | | |
| 8 | 0,75 | | |
| 9 | 0,58 | | |
| 10 | 0,61 | | |
| 11 | 0,44 | | |
| 12 | 0,32 | | |

| Задача 14 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 172 | Фрагменты полиномов 2-ой степени<br>Логистическая функция<br>Синусоидальная<br>Логарифмическая | Логистическая функция |
| 2 | 154 | | |
| 3 | 138 | | |
| 4 | 144 | | |
| 5 | 149 | | |
| 6 | 163 | | |
| 7 | 191 | | |
| 8 | 158 | | |
| 9 | 177 | | |
| 10 | 183 | | |
| 11 | 199 | | |
| 12 | 209 | | |

| Задача 15 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 1,85 | Фрагменты полиномов 2-ой степени<br>Экспоненциальная<br>Синусоидальная<br>Степенная | Степенная |
| 2 | 1,73 | | |
| 3 | 1,68 | | |
| 4 | 1,59 | | |
| 5 | 1,62 | | |
| 6 | 1,83 | | |
| 7 | 1,51 | | |
| 8 | 1,78 | | |
| 9 | 1,91 | | |
| 10 | 1,42 | | |
| 11 | 1,66 | | |
| 12 | 1,33 | | |

| Задача 16 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 1,284 | Линейная<br>Полиномиальная 4-ой степени<br>Логарифмическая<br>Логарифмическая короткая | Линейная |
| 2 | 1,363 | | |
| 3 | 1,433 | | |
| 4 | 1,477 | | |
| 5 | 1,537 | | |
| 6 | 1,600 | | |
| 7 | 1,682 | | |
| 8 | 1,751 | | |
| 9 | 1,896 | | |
| 10 | 1,935 | | |
| 11 | 2,034 | | |
| 12 | 1,284 | | |

| Задача 17 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 0,2474 | Полиномиальная 4-ой степени<br>Фрагменты полиномов 2-ой степени<br>Синусоидальная<br>Логарифмическая короткая | Полиномиальная 4-ой степени |
| 2 | 0,3051 | | |
| 3 | 0,3523 | | |
| 4 | 0,3802 | | |
| 5 | 0,4169 | | |
| 6 | 0,4529 | | |
| 7 | 0,4969 | | |
| 8 | 0,5312 | | |
| 9 | 0,5972 | | |
| 10 | 0,6131 | | |
| 11 | 0,,6518 | | |
| 12 | 0,2474 | | |

| Задача 18 | | | |
|---|---|---|---|
| x | y | методы аппроксимации | «Поиск решения» |
| 1 | 0,2526 | Полиномиальная 3-ей степени<br>Логистическая функция<br>Синусоидальная<br>Логарифмическая короткая | Логарифмическая короткая |
| 2 | 0,3150 | | |
| 3 | 0,3678 | | |
| 4 | 0,4000 | | |
| 5 | 0,4434 | | |
| 6 | 0,4875 | | |
| 7 | 0,5438 | | |
| 8 | 0,5897 | | |
| 9 | 0,6846 | | |
| 10 | 0,7090 | | |
| 11 | 0,7712 | | |
| 12 | 0,2526 | | |

| Задача 19 | | | | Задача 20 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | y | методы аппрокси-мации | «Поиск ре-шения» | x | y | методы аппрок-симации | «Поиск ре-шения» |
| 1 | 0,7866 | Полиномиальная 3-ей степени<br>Экспоненциальная<br>Логистическая функция<br>Степенная | Полиноми-альная 3-ей степени | 1 | 0,2423 | Линейная<br>Логистическая функция<br>Логарифмиче-ская<br>Логарифмиче-ская короткая | Линейная |
| 2 | 0,7711 | | | 2 | 0,2629 | | |
| 3 | 0,7634 | | | 3 | 0,2733 | | |
| 4 | 0,7483 | | | 4 | 0,2941 | | |
| 5 | 0,7408 | | | 5 | 0,3045 | | |
| 6 | 0,7261 | | | 6 | 0,3255 | | |
| 7 | 0,6907 | | | 7 | 0,3785 | | |
| 8 | 0,.6839 | | | 8 | 0,3892 | | |
| 9 | 0,6570 | | | 9 | 0,4325 | | |
| 10 | 0,6126 | | | 10 | 0,5098 | | |
| 11 | 0,5543 | | | 11 | 0,6248 | | |
| 12 | 0,7866 | | | 12 | 0,2423 | | |

## Литература

1. Алексеев, Е.Р. Решение задач вычислительной математики в пакетах MathCAD 12, Matlab 7, Maple 9 / Е.Р. Алексеев, О.В Чеснокова. – М.: НТ Пресс, 2006. – 497 с. : ил.
2. Быков, В.Л. Основы информатики: пособие / В.Л. Быков, Ю.П. Ашаев. – Брест: Издательство БГТУ, 2006. – 430 с. : ил.
3. Быков, В.Л.. Основы информатики. Практикум: пособие для студентов технических специальностей / В.Л. Быков, Ю.П. Ашаев. – Брест: Издательство БГТУ, 2006. – 316 с.: ил.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители:
*Ашаев Юрий Павлович*
*Парфомук Сергей Иванович*
*Ракецкий Валерий Михайлович*
*Мухов Сергей Владимирович*

# Методические указания и варианты заданий

к курсовой работе по дисциплине "Информатика"
для специальностей 36 01 01 «Технология машиностроения» и
37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей»
заочной формы обучения

Ответственный за выпуск: Парфомук С.И.
Редактор: Строкач Т.В.
Компьютерная верстка: Боровикова Е.А.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 20.05.2010 г. Формат 60x84 1/16. Бумага «Снегурочка».
Усл. печ. л. 2,33.Уч.-изд. л. 2,5.Тираж 100 экз. Заказ № 561.
Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Брестский государственный технический университет».
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.