$$= \int_0^{+\infty} \frac{\frac{1}{2} x e^{-\frac{1}{2}t}}{1+(xe^{-1/2t})^2} dt = -\int_0^{+\infty} \frac{d\left(xe^{-\frac{1}{2}t}\right)}{1+(xe^{-1/2t})^2} dt = -arctg\left(xe^{-\frac{1}{2}t}\right)\Bigg|_{t=0}^{t=x} = arctgx.$$

Список цитированных источников

1. Власова, Е.А. Ряды: учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 612 с.

2. Сборник задач по математике для втузов. Специальные разделы математического анализа. – М.: Наука. Главная редакция математической литературы, 1981. – 368 с.

УДК 517.988

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАЗИОБРАТНОГО ОПЕРАТОРА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Шпак Д.С.

УО «Гродненский государственный университет им. Я. Купалы», г. Гродно

Научный руководитель – Вувуникян Ю.М., д. ф.-м. н., доцент

Пусть оператор *A* является оператором Вольтерра-Винера с обобщенными импульсными характеристиками a_n, т.е.

$$Ax = \sum_{n=1}^{+\infty} S_n(a_n * x^{\otimes n}).$$

Оператор *B* – квазиобратный эволюционный оператор степени *r* к оператору *A*, т.е.

$$By = \sum_{m=1}^{r} S_m(b_m * y^{\otimes m}).$$

При этом при $C = B \circ A$ и $F = A \circ B$ имеем $C = I + \sum_{n=r+1}^{+\infty} C_n$ и $F = I + \sum_{n=r+1}^{+\infty} F_n$.

Для нахождения спектральных характеристик оператора *B* воспользуемся формулой

$$\tilde{b}_n(\lambda)\tilde{a}_1^{\otimes n}(\lambda) = -\sum_{m=1}^{n-1}\sum_{n_1+n_2+...+n_m=n} \tilde{b}_m(\lambda_1+...+\lambda_{n_1}, \lambda_{n_1+1}+...+\lambda_{n_1+n_2},... \\ ..., \lambda_{n_1+...+n_{m-1}+1}+...+\lambda_n)\tilde{a}_{n_1}(\lambda_1,...,\lambda_n)...\tilde{a}_{n_m}(\lambda_{n_1+n_2+...+n_{m-1}+1},...,\lambda_n), \quad (1)$$

где $\tilde{a}_1(\lambda)$ – линейная часть нелинейного уравнения.

По формуле (1):

- при n = 1 спектральная характеристика $\tilde{b}_1(\lambda_1)$ равна $\tilde{b}_1(\lambda_1) = \dfrac{1}{\tilde{a}_1(\lambda_1)}$;
- при n = 2 спектральная характеристика $\tilde{b}_2(\lambda)$, где $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$, равна

$$\tilde{b}_2(\lambda_1,\lambda_2) = -\frac{\tilde{a}_2(\lambda_1,\lambda_2)\tilde{b}_1(\lambda_1)\tilde{b}_1(\lambda_2)}{\tilde{a}_1(\lambda_1+\lambda_2)} = -\frac{\tilde{a}_2(\lambda_1,\lambda_2)}{\tilde{a}_1(\lambda_1)\tilde{a}_1(\lambda_2)\tilde{a}_1(\lambda_1+\lambda_2)};$$

- при n = 3 спектральная характеристика $\tilde{b}_3(\lambda)$, где $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)$, равна

$$\tilde{b}_3(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)=-\frac{1}{\tilde{a}_1(\lambda_1)\tilde{a}_1(\lambda_2)\tilde{a}_1(\lambda_3)\tilde{a}_1(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)}\times$$

$$\times\left(\tilde{a}_3(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)+\frac{\tilde{a}_2(\lambda_1+\lambda_2,\lambda_3)\tilde{a}_2(\lambda_1,\lambda_2)}{\tilde{a}_1(\lambda_1+\lambda_2)}+\frac{\tilde{a}_2(\lambda_1,\lambda_2+\lambda_3)\tilde{a}_2(\lambda_2,\lambda_3)}{\tilde{a}_1(\lambda_2+\lambda_3)}\right);$$

и так далее.

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение третьего порядка

$$x'''+ax''+bx'+cx+dx^2=f(t). \qquad (2)$$

Уравнению (2) поставим в соответствие квадратичный эволюционный оператор $Ax=a_1*x+S_2(a_2*x^{\otimes 2})$ с обобщенными импульсными характеристиками $a_1=\delta'''+a\delta''+b\delta'+c\delta$, $a_2=d\delta^{\otimes 2}$.

Используя преобразование Лапласа обобщенной функции $\tilde{x}(\lambda)=\langle x(t),e^{-\lambda t}\rangle$, где $\lambda t=\lambda_1 t_1+\ldots+\lambda_n t_n$, найдем спектральные характеристики оператора *A*:

$\tilde{a}_1(\lambda)=\lambda^3+a\lambda^2+b\lambda+c;$

$\tilde{a}_2(\lambda_1,\lambda_2)=d;$

$\tilde{a}_n(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n)=0 \quad \forall\, n\ge 3.$

Теперь вычислим спектральные характеристики для квазиобратного эволюционного оператора *B*, используя найденные спектральные характеристики оператора *A.*

$$\tilde{b}_1(\lambda_1)=\frac{1}{\lambda_1^3+a\lambda_1^2+b\lambda_1+c};$$

$$\tilde{b}_2(\lambda_1,\lambda_2)=-\frac{d}{\left(\lambda_1^3+a\lambda_1^2+b\lambda_1+c\right)\left(\lambda_2^3+a\lambda_2^2+b\lambda_2+c\right)}\times$$

$$\times\frac{d}{\left((\lambda_1+\lambda_2)^3+a(\lambda_1+\lambda_2)^2+b(\lambda_1+\lambda_2)+c\right)};$$

$$\tilde{b}_3(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)=\frac{d^2}{\left(\lambda_1^3+a\lambda_1^2+b\lambda_1+c\right)\left(\lambda_2^3+a\lambda_2^2+b\lambda_2+c\right)\left(\lambda_3^3+a\lambda_3^2+b\lambda_3+c\right)}\times$$

$$\times\frac{d^2}{\left((\lambda_1+\lambda_2)^3+a(\lambda_1+\lambda_2)^2+b(\lambda_1+\lambda_2)+c\right)}\times$$

$$\times\frac{d^2}{\left((\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^3+a(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^2+b(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)+c\right)}+$$

$$+\frac{d^2}{\left(\lambda_1{}^3+a\lambda_1{}^2+b\lambda_1+c\right)\left(\lambda_2{}^3+a\lambda_2{}^2+b\lambda_2+c\right)\left(\lambda_3{}^3+a\lambda_3{}^2+b\lambda_3+c\right)}\times$$

$$\times\frac{d^2}{\left((\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^3+a(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^2+b(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)+c\right)}\times$$

$$\times\frac{d^2}{\left((\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^3+a(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^2+b(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)+c\right)};$$

$$\tilde{b}_4(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4)=\frac{-d^3}{\left(\lambda_1{}^3+a\lambda_1{}^2+b\lambda_1+c\right)\left(\lambda_2{}^3+a\lambda_2{}^2+b\lambda_2+c\right)}\times$$

$$\times\frac{1}{\left(\lambda_3{}^3+a\lambda_3{}^2+b\lambda_3+c\right)\left(\lambda_4{}^3+a\lambda_4{}^2+b\lambda_4+c\right)}\times$$

$$\times\frac{1}{\left((\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)^3+a(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)^2+b(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)+c\right)}\times$$

$$\times\left(\frac{1}{\left((\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)^3+a(\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)^2+b(\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)+c\right)}\times\right.$$

$$\times\frac{1}{\left((\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)^3+a(\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)^2+b(\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)+c\right)}+$$

$$+\frac{1}{\left((\lambda_2+\lambda_3)^3+a(\lambda_2+\lambda_3)^2+b(\lambda_2+\lambda_3)+c\right)}\times$$

$$\times\frac{1}{\left((\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)^3+a(\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)^2+b(\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4)+c\right)}+$$

$$+\frac{1}{\left((\lambda_2+\lambda_3)^3+a(\lambda_2+\lambda_3)^2+b(\lambda_2+\lambda_3)+c\right)}\times$$

$$\times\frac{1}{\left((\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^3+a(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^2+b(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)+c\right)}+$$

$$+\frac{1}{\left((\lambda_1+\lambda_2)^3+a(\lambda_1+\lambda_2)^2+b(\lambda_1+\lambda_2)+c\right)\left((\lambda_3+\lambda_4)^3+a(\lambda_3+\lambda_4)^2+b(\lambda_3+\lambda_4)+c\right)}+$$

$$+\frac{1}{\left((\lambda_1+\lambda_2)^3+a(\lambda_1+\lambda_2)^2+b(\lambda_1+\lambda_2)+c\right)}\times$$

$$\left.\times\frac{1}{\left((\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^3+a(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)^2+b(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)+c\right)}\right).$$

Список цитированных источников

1. Вувуникян, Ю.М. Эволюционные операторы с обобщёнными импульсными и спектральными характеристиками: монография / Ю.М. Вувуникян. – Гродно: ГрГУ, 2007. – 224 с.

2. Вувуникян, Ю.М. Теорема о нелинейных квазиобратных операторах для класса квадратичных эволюционных операторов / Ю.М. Вувуникян, Д.С. Шпак // Вестник ГрГУ, Серия 2, Математика. Физика. Информатика, вычислит. техника и управление. – 2011. – № 2(111). – С. 57–62.