

б) угол поворота равен нулю  $-\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{w_{\text{законт.}} - w_{\text{внутрнк.}}}{2\lambda} = 0$ .

Из этих условий получим:

а)  $w_{\text{контн.}} = 0$ ; б)  $w_{\text{законтн.}} = w_{\text{внутрнк.}}$  (10)

Для шарнирноопёртого края имеют вид:

а) прогиб на опоре равен нулю  $w_{\text{контн.}} = 0$ ;

б) изгибающий момент равен нулю  $-\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x} = \frac{w_{\text{законтн.}} + w_{\text{внутрнк.}}}{\lambda^2} = 0$ .

Из этих условий получим:

а)  $w_{\text{контн.}} = 0$ ; б)  $w_{\text{законтн.}} = -w_{\text{внутрнк.}}$  (11)

Соответственно для плиты, представленной на рис. 2, будем иметь:

$w_{01} = w_1, w_{02} = w_2, w_{03} = w_3$  и  $w_{001} = -w_1, w_{08} = -w_3, w_{015} = -w_{15}$  и т. д.

В результате получаем систему линейных алгебраических уравнений, решая которую найдем значения вертикальных перемещений (прогибов)  $w$  в узловых точках. После этого изгибающие моменты определяются по выражениям (9).

На основе изложенной методики составлена MathCAD-программа, которая позволяет выполнить расчёт плит с различными условиями опирания.

**СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Масленников, А.М. Расчет строительных конструкций численными методами: учебное пособие. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 224 с.
2. Караманский, Т.Д. Численные методы строительной механики; пер с болг. / Под ред. Г.К. Клейна. – М.: Стройиздат, 1981. – 436 с.
3. Макаров, Е.Г. Инженерные расчеты в MathCad: учебный курс. – СПб.: Питер, 2005. – 448 с.

УДК 624.04:519.3

Веренич А.А.

Научный руководитель: доцент Игнатюк В.И.

**РАСЧЁТ ИЗГИБАЕМЫХ ПЛИТ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ОПОРАМИ**

Расчет изгибаемых плит с использованием уравнения Софи Жермен-Лагранжа и применением конечно-разностной формы рассмотрен в работах [1, 2]. Уравнение Софи Жермен-Лагранжа в конечно-разностной форме для  $i$ -й точки имеет вид [2]:

$20w_i - 8(w_a + w_b + w_c + w_d) + 2(w_e + w_f + w_g + w_h) + (w_k + w_l + w_m + w_n) = \frac{q\lambda^4}{D}$ , (1)

где  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ ;  $h$  – толщина плиты;  $E$  – модуль упругости;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;

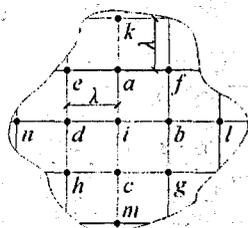


Рисунок 1

$q(x, y)$  – функция заданной нагрузки;  $w(x, y)$  – функция прогибов точек плиты;  $a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n$  – узлы сетки,  $\lambda$  – шаг сетки (рисунок 1).

Изгибающие моменты в сечениях плиты  $M_x$  и  $M_y$  определяются выражениями:

$M_{x,i} = \frac{D}{\lambda^2} [(2 + 2\nu)w_i - \nu(w_a + w_c) - (w_b + w_d)]$ , (2)

$M_{y,i} = \frac{D}{\lambda^2} [(2 + 2\nu)w_i - \nu(w_b + w_d) - (w_a + w_c)]$ . (3)

Рассмотрим, например, прямоугольную плиту, которую разобьём сеткой на  $14 \times 12$  частей с одинаковым шагом в обоих направлениях (рисунок 2). Рассматриваемые здесь и далее плиты симметричны относительно обеих осей  $x$  и  $y$ , поэтому расчёт будем вести для четверти плиты.

Для каждой точки сетки, в которой имеется неизвестное перемещение  $w$ , записывается уравнение вида (1). При этом приходится использовать контурные узлы и один ряд внеконтурных узлов (рисунок 2), для которых перемещения определяются с использованием граничных условий через их значения во внутренних узлах, и которые в конечных разностях имеют вид [2]:

– для защемлённого края: а)  $w_{\text{конт.}} = 0$ ; б)  $w_{\text{жест.}} = w_{\text{внутр.}}$ ; (4)

– для шарнирноопёртого края: а)  $w_{\text{конт.}} = 0$ ; б)  $w_{\text{жест.}} = -w_{\text{внутр.}}$ . (5)

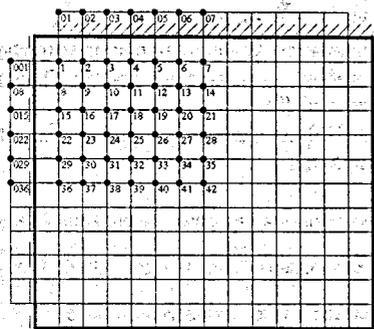


Рисунок 2

Рассмотрим железобетонную плиту перекрытия размером  $l=7$  м,  $b=6$  м,  $b=0,22$  м, жестко защемленную с двух противоположных сторон и шарнирно опёртую с двух других сторон, опирающуюся в центральной точке (в узле 42) на колонну и нагруженную по всей плоскости равномерно распределённой нагрузкой  $q=1$  кН/м<sup>2</sup> (рисунок 2). Приведенные характеристики материала плиты примем равными:  $E=1 \cdot 10^9$  кПа,  $\nu=0,2$ .

Плиту разобьём квадратной сеткой с шагом  $\lambda=0,5$  м – нумерация узлов представлена на рисунке 2. Плита симметрична относительно двух осей, поэтому расчёт можно выполнить для четверти плиты. Для каждого узла сетки составляем разностные уравнения вида (1) с учётом граничных условий (4), (5), согласно которым будем иметь:

$$w_{01} = w_1, w_{02} = w_2, w_{03} = w_3 \text{ и } w_{001} = -w_1, w_{008} = -w_8, w_{015} = -w_{15} \text{ и т. д.}$$

Решая систему уравнений, составленную в конечно-разностной форме, в среде компьютерной математики MathCAD [4], получим величины перемещений, представленные в таблице 1. На основании величин прогибов на рисунке 3 изображён деформированный вид плиты. По полученным результатам для прогибов по выражениям (2, 3) вычисляем изгибающие моменты в узловых сечениях (таблица 1) и строим эпюры изгибающих моментов  $M_x$  и  $M_y$  (рисунки 4 и 5).

Таблица 1 – Перемещения и изгибающие моменты в плите с одной промежуточной опорой

Узел	$w_i$ , м	$M_{Mx}$ , Н·м	$M_{My}$ , Н·м	Узел	$w_i$ , м	$M_{Mx}$ , Н·м	$M_{My}$ , Н·м
1	3.201e-7	-42.611	-58.695	22	1.274e-6	-228.089	-11.391
2	7.272e-7	11.141	-117.246	23	3.184e-6	181.024	136.016
3	1.037e-6	17.087	-179.908	24	4.66e-6	369.378	234.322
4	1.197e-6	2.861	-215.764	25	5.228e-6	381.826	284.362
5	1.227e-6	-20.491	-218.91	26	4.88e-6	236.173	305.9
6	1.192e-6	-44.416	-203.352	27	4.04e-6	-41.509	336.477
7	1.168e-6	-56.074	-193.079	28	3.506e-6	-300.223	394.657

Продолжение таблицы 1

8	7.816e-7	-48.895	41.535	29	1.366e-6	-256.151	-27.562
9	1.791e-6	93.021	91.95	30	3.438e-6	206.981	107.683
10	2.59e-6	162.105	125.639	31	4.987e-6	436.364	179.084
11	3.003e-6	157.586	155.118	32	5.409e-6	465.481	169.725
12	3.06e-6	103.201	189	33	4.614e-6	287.398	79.667
13	2.932e-6	29.882	225.549	34	3.054e-6	-153.538	-45.337
14	2.848e-6	-10.931	245.981	35	1.902e-6	-830.256	-60.437
15	1.085e-6	-168.192	7.165	36	1.391e-6	-263.437	-34.601
16	2.648e-6	145.919	143.358	37	3.505e-6	218.292	91.586
17	3.881e-6	278.851	237.272	38	5.056e-6	466.264	141.96
18	4.462e-6	281.869	301.902	39	5.373e-6	514.404	77.719
19	4.418e-6	184.982	355.089	40	4.285e-6	352.944	-163.091
20	4.054e-6	-32.599	409.642	41	2.11e-6	-163.703	-703.134
21	3.829e-6	-70.239	448.73	42	0	-1.841e3	-1.718e3

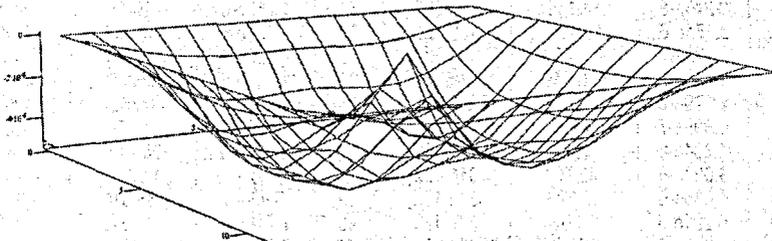


Рисунок 3 – Деформированный вид плиты

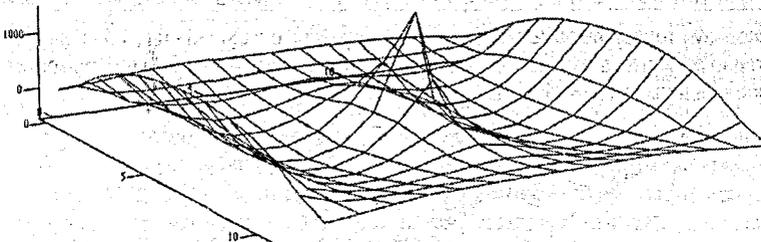


Рисунок 4 – Эпюра изгибающего момента  $M_x$

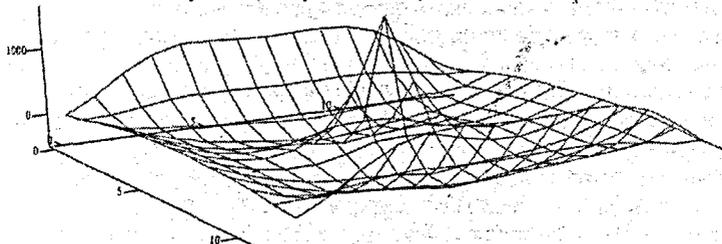


Рисунок 5 – Эпюра изгибающего момента  $M_y$

Рассмотрим еще плиту с двумя промежуточными опорами, расположенными на оси  $x$  на расстояниях 1,5 м от левого и правого краев (рисунок 2). В такой плите левая точка опирания в расчетной четверти совпадает с узлом 38. Поэтому в системе уравнений для

узла 38 вместо уравнения (1) записываем граничное условие  $w_{38} = 0$ . Решая систему уравнений (1), получим величины прогибов узлов, которые приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Перемещения и изгибающие моменты в плите с двумя промежуточными опорами

Узел	$w_i, \text{ м}$	$M_{x1}, \text{ Н}\cdot\text{ м}$	$M_{x2}, \text{ Н}\cdot\text{ м}$	Узел	$w_i, \text{ м}$	$M_{x1}, \text{ Н}\cdot\text{ м}$	$M_{x2}, \text{ Н}\cdot\text{ м}$
1	2.685e-7	-29.197	-27.937	22	5.256e-7	-119.237	44.127
2	6.035e-7	-9.854	-65.519	23	1.412e-6	-146.315	175.494
3	9.294e-7	-26.698	-142.628	24	2.809e-6	-251.714	316.93
4	1.25e-6	-37.494	-246.537	25	5.095e-6	32.048	346.302
5	1.538e-6	-39.738	-350.325	26	7.485e-6	311.266	388.678
6	1.739e-6	-39.257	-425.597	27	9.217e-6	479.47	432.312
7	1.812e-6	-38.929	-452.923	28	9.842e-6	533.617	450.166
8	5.993e-7	-31.735	74.915	29	1.698e-7	-71.094	-47.993
9	1.386e-6	5.255	155.229	30	5.128e-7	-267.521	-93.09
10	2.246e-6	14.165	192.596	31	1.557e-6	-715.154	-34.901
11	3.174e-6	57.114	175.385	32	4.597e-6	-57.947	51.831
12	4.04e-6	116.007	136.901	33	7.829e-6	379.352	227.094
13	4.656e-6	160.749	105.25	34	1.012e-5	596.147	361.677
14	4.879e-6	176.807	93.561	35	1.094e-5	660.692	409.55
15	6.899e-7	-112.213	68.037	36	-9.09e-8	-4.138	-185.86
16	1.734e-6	-42.29	229.508	37	-2.749e-7	-286.133	-616.349
17	3.027e-6	-42.703	346.092	38	0	-1.578e3	-1.421e3
18	4.635e-6	82.226	372.132	39	3.92e-6	-65.618	-493.584
19	6.221e-6	231.024	372.173	40	7.746e-6	443.819	30.31
20	7.366e-6	333.624	371.951	41	1.034e-5	655.768	287.059
21	7.781e-6	368.835	372.491	42	1.125e-5	716.966	364.569

Используя теперь выражения (2) и (3) и полученные значения прогибов, вычислим изгибающие моменты в узловых сечениях и построим эпюры изгибающих моментов в обоих направлениях (рисунки 6 и 7).

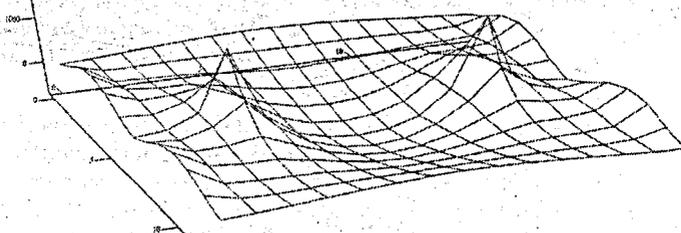


Рисунок 6 – Эпюра изгибающего момента  $M_x$

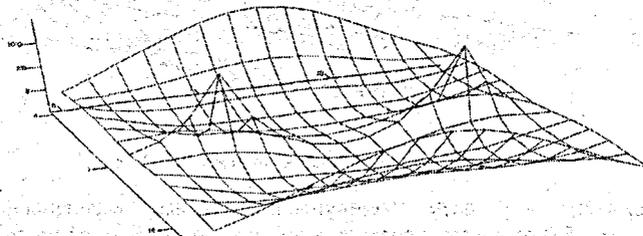


Рисунок 7 – Эпюра изгибающего момента  $M_y$

## СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Караманский, Т.Д. Численные методы строительной механик; пер с болг. / Под ред. Г.К. Клейна. – М.: Стройиздат, 1981. – 436 с.
2. Веренич, А.А. О методике расчета изгибаемых плит методом конечных разностей / А.А. Веренич // Сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов / БрГУ. – Брест, 2012.
3. Макаров, Е.Г. Инженерные расчеты в MathCad: учебный курс. – СПб.: Питер, 2005. – 448 с.

УДК 378.14(07)

**Винник А.Н., Гетман У.А.**

**Научный руководитель: зав. кафедрой НГУИГ Винник Н.С.**

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ НАГЛЯДНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Перспективные и аксонометрические изображения относятся к наглядным и разрабатываются как на начальной стадии проектирования, когда объект формируется согласно заданию, так и на завершающей, как результат разработки. Получается, что построение перспективных изображений – важный этап в обучении и развитии пространственного мышления по принципу: мысленно представил – воплотил на чертеже, а затем и в материале.

В курсе начертательной геометрии для студентов строительных специальностей рассматриваются перспективные и аксонометрические проекции. Студенты специальности «Архитектура» изучают построение аксонометрических проекций при подготовке к вступительным испытаниям, поэтому на лекциях в курсе начертательной геометрии для них рассматривается несколько способов построения перспективы. Более подробно изучаются два: способ «архитекторов», который рекомендуется использовать для построения зданий и сооружений, и способ прямоугольных координат (способ координатной сетки) – для изображения заполненных предметами пространств и объектов неправильной геометрической формы. Оба способа основаны на свойствах центрального проецирования. В архитектурном способе точки и линии строятся с помощью пучков горизонтальных прямых, имеющих точки схода на линии горизонта. Вертикальные размеры определяются с помощью масштаба высот – вертикальной прямой, расположенной в картинной плоскости. Если учесть, что для построения каждой точки необходимо провести две линии, использование этого способа для построения перспективы объекта, сопровождается большим количеством построений, что существенно загромождает чертёж. При этом постоянно приходится помнить о масштабности и пропорциональности составных элементов.

У студентов специальности «Архитектура» по дисциплине «Проектирование небольших архитектурных сооружений» необходимо выполнить проект автобусной остановки, изобразив на бумаге план, продольный разрез, фасады: главный и боковые и перспективное изображение. А также выполнить макет задуманной остановки (рис. 1).

При подготовке к вступительным испытаниям абитуриенты строят различные виды аксонометрических проекций. В построении аксонометрического изображения и изображения объекта в перспективе способом прямоугольных координат есть много общего, что позволяет легко освоить этот способ. Построение точек и линий по координатам  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  изучают в школе, так что приёмы построения знакомы учащимся. Хорошо освоив основные закономерности и свойства аксонометрических проекций, можно без особых затруднений перейти к выполнению перспективных изображений. Последовательность выполнения чертежа так же не изменяется.