

### МОДЕЛИРОВАНИЕ «ЭФФЕКТА МПЕМБЫ»

То, что горячая вода остывает быстрее, упоминали в своё время Аристотель, Френсис Бэкон и Рене Декарт, однако лишь в 1963 году танзанийский школьник Эрасто Мпемба установил, что горячая смесь для приготовления мороженого замерзает быстрее, чем холодная. Будучи учеником Магамбинской средней школы в Танзании, Эрасто Мпемба делал практическую работу по поварскому делу. Ему нужно было изготовить самодельное мороженое – вскипятить молоко, растворить в нем сахар, охладить его до комнатной температуры, а затем поставить в холодильник для замерзания.

По-видимому, Мпемба не был особо усердным учеником и промедлил с выполнением первой части задания. Опасаясь, что не успеет к концу урока, он поставил в холодильник еще горячее молоко. К его удивлению, оно замерзло даже раньше, чем молоко его товарищей, приготовленное по описанной выше технологии.

Уже будучи учеником Мквавской средней школы, он попросил объяснить наблюдаемое явление профессора Денниса Осборна из университетского колледжа в Дар-Эс-Саламе. Осборн заинтересовался этим вопросом, и вскоре в 1969 году они вместе с Мпембой опубликовали результаты своих исследований в журнале "Physics Education". Таким образом, в серьезной академической литературе образовался термин «эффект Мпембы» [1].

Эффект Мпембы – научный парадокс, который гласит, что горячее молоко может замёрзнуть быстрее, чем холодное, хотя при этом оно должно пройти температуру холодного молока в процессе замерзания. Данное наблюдение на первый взгляд противоречит первому началу термодинамики.

Приведём наиболее распространенные объяснения этого эффекта:

1. В процессе испарения горячее молоко быстрее испаряется из стакана, уменьшая тем самым свой объём, а меньший объём молока с той же температурой замерзает быстрее.

2. Наличие снеговой подкладки в морозильной камере холодильника. Контейнер с горячим молоком плавит под собой снег, улучшая тем самым тепловой контакт со стенкой морозильника.

3. Горячее молоко может содержать меньше растворенных газов, потому что большое количество газа уходит при нагревании. Предполагается, что это изменяет свойства горячего молока и оно быстрее охлаждается.

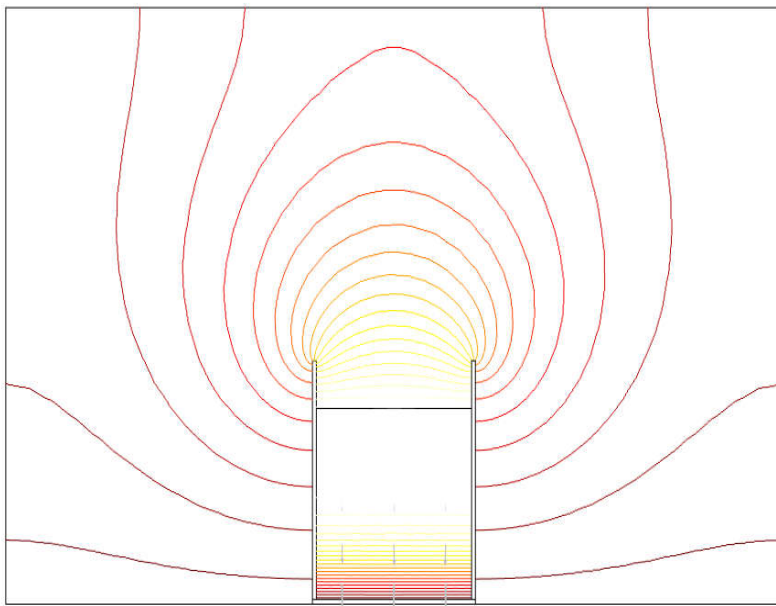
4. Из-за того, что разница температур между горячим молоком и холодным воздухом больше – следовательно, теплообмен в этом случае идет интенсивнее и горячее молоко быстрее охлаждается.

При помощи среды моделирования COMSOL Multiphysics 5.4, предназначенной для решения научных и технических проблем, основанных на дифференциальных уравнениях в частных производных, нами была предпринята попытка проверить второе из перечисленных объяснений. В этой среде была построена модель ёмкости с водой, находящейся в морозильной камере [2].

Трёхмерное уравнение теплопроводности, описывающее распространение тепловой энергии в системе, выглядит следующим образом:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right),$$

где  $\rho$  – плотность,  $C_p$  – теплоемкость,  $k$  – теплопроводность,  $T$  – температура.



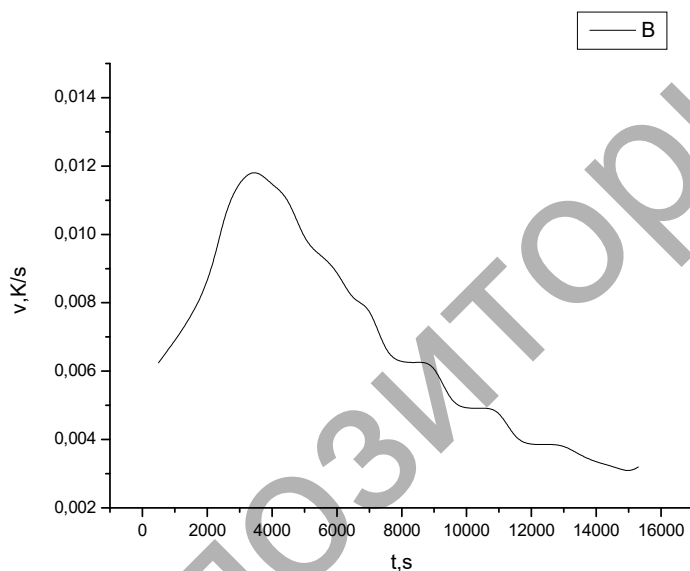
**Рисунок 1 – Изотермические поверхности в процессе остывания системы**

Результатом работы модели стало определение времени остывания воды от температуры 3080 К до температуры 2770 К и от температуры 3730 К до

температуры 2770 К. Время остывания воды в первом случае составило 11300 секунд, а во втором – 15300 секунд.

На основании проведённого моделирования можно сказать, что проверяемая гипотеза не подтвердилась, так как время остывания горячей воды больше времени остывания холодной.

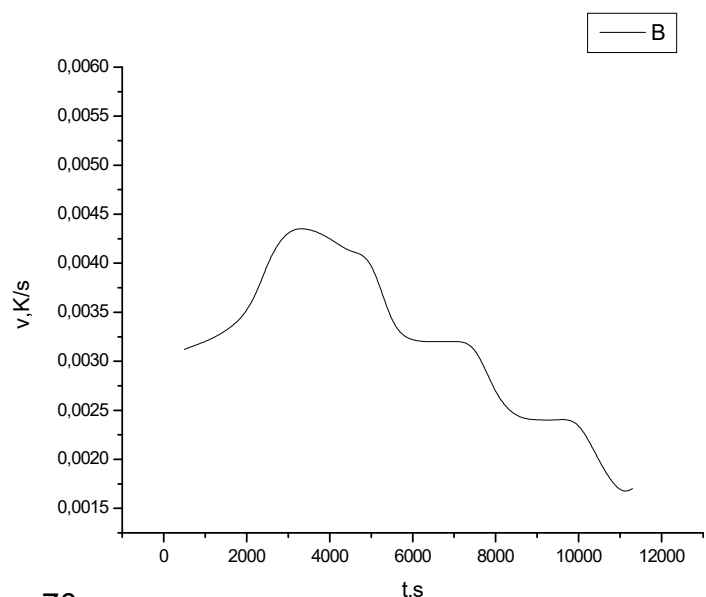
Однако скорость остывания горячей воды выше скорости остывания холодной, что подтверждается графиками зависимости, приведёнными ниже.



**Рисунок 2 – Зависимость скорости от времени при остывании горячей воды**

**Рисунок 3 – Зависимость скорости от времени при остывании холодной воды**

В заключение отметим, что эффект Мпембы существенно зависит от условий, в которых проводится эксперимент и воспроизводится далеко не всегда.



### Список цитированных источников

1. Mrema, E. B. Cool? / E. B. Mrema, D. G. Osborne // Physics Education. – Institute of Physics, 1969. – Т. 4, № 3. – С. 172–175.
2. Ткачук, С. В. Моделирование процесса замерзания воды с помощью среды моделирования COMSOL MULTIPHYSICS / С. В. Ткачук, В. В. Борушко, В. И. Гладковский // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях : сборник тезисов докладов XX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов : в 2 ч. / ГГУ им. Франциска Скорины. – Гомель, 2017. – Ч. 1. – С. 94–95.

УДК 378.147.88

*Кисинский П. А., Рындюк Е. М.*

*Научный руководитель: ст. преподаватель Винник Н. С.*

## ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ В СИСТЕМЕ AutoCAD ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКЕ

Немаловажный интерес представляет использование графической системы AutoCAD в поисках новых подходов к обучению различным дисциплинам, где визуализация процесса нахождения решения пропорциональна восприятию информации слушателем курса (особенно важно для преподавания графических дисциплин).

Ранее нами рассматривались возможности использования пакетных файлов системы AutoCAD и создание анимационных роликов в разработке инновационных подходов при визуализации задач [1, 2] начертательной геометрии. В данной работе мы продолжим изучать функциональные возможности графического редактора AutoCAD [3] применительно к задачам проекционного черчения и рассмотрим совместное использование параметризации и возможностей создания анимационных роликов и слайдовых систем.

Параметрический чертеж — это технология, применяемая в проектах с зависимостями, которые представляют собой связи и ограничения применительно к 2D-геометрии [4].

Существует два основных типа зависимостей:

- Геометрические зависимости управляют размещением объектов по отношению друг к другу.
- Размерные зависимости управляют расстоянием, длиной, углом и радиусом объектов.

Рекомендуется вначале налагать геометрические зависимости для определения *формы*, затем размерные зависимости для определения *размеров* объектов в проекте.

На стадии проектирования зависимости дают возможность ужесточить требования во время экспериментирования с различными проектными решениями или при внесении изменений. Вносимые в объекты изменения могут привести к автоматической подстройке других объектов и ограничить возможности изменения расстояний или угловых величин.

Зависимости дают возможность:

- поддерживать соответствие проекта спецификациям и требованиям путем наложения зависимостей на геометрию чертежа;
- налагать на объекты сразу несколько геометрических зависимостей;
- включать в размерные зависимости формулы и уравнения;
- быстро вносить в проект изменения путем изменения значения переменной.