

В. Т. ДАЦЫК, М. М. ЮХИМУК, Т. В. КОПАЙЦЕВА
Беларусь, Брест, БрГТУ

НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ФУНКЦИЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА

Через $C = C(-\infty; +\infty)$ обозначим пространство всех ограниченных равномерно непрерывных на числовой прямой функций $f(x)$ с нормой $\|f\|_C = \sup_{x \in (-\infty; +\infty)} |f(x)|$. Для функций указанного класса построим интегральные аналоги нормальных средних Зигмунда

$$Z_{\sigma}^{(\rho)}(f; x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(1 - \left(\frac{u}{\sigma} \right)^{\rho} \right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt. \quad (1)$$

Лемма. Если $f(x) \in C$ и $\tilde{F}(x) \in C$, то справедливо тождество

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sigma^{2\rho+1}} \frac{d^{2\rho+2}}{dx^{2\rho+2}} Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(\tilde{F}; x) = \\ & = (-1)^{\rho+1} (Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f; x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(Z_{\sigma}^{(2\rho+1)}(f; x))), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\tilde{F}(x)$ — интеграл Фурье функции $f(x)$:

$$\tilde{F}(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{u} \int_0^{\sigma} f(t) \cos u(t-x) dt. \quad (3)$$

Доказательство. Преобразуем правую часть равенства (2)

$$\begin{aligned} & Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f; x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(Z_{\sigma}^{(2\rho+1)}(f; x)) = \\ & = \frac{1}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(1 - \frac{u^{2\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}} \right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt - \\ & - \frac{1}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(1 - \frac{u^{2\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}} \right) \left(1 - \frac{u^{2\rho+1}}{\sigma^{2\rho+1}} \right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt = \\ & = \frac{1}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(\frac{u^{2\rho+1}}{\sigma^{2\rho+1}} - \frac{u^{4\rho+2}}{\sigma^{4\rho+2}} \right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt. \end{aligned} \quad (4)$$

Согласно (3) и результатам работы [1], будем иметь:

$$\begin{aligned} Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(\tilde{F}; x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\sigma} \frac{du}{u} \left(1 - \frac{u^{2\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(1 - \frac{u^{2\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}}\right) du \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{F}(t) \cos u(t-x) dt. \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно условиям леммы, $Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(\tilde{F}; x)$ является целой функцией экспоненциального типа σ из класса B_{σ} . Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d^{2\rho+1}}{dx^{2\rho+1}} Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(\tilde{F}; x) &= \frac{d^{2\rho+2}}{dx^{2\rho+2}} \frac{1}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(\frac{1}{u} - \frac{u^{2\rho+1}}{\sigma^{2\rho+2}}\right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(u^{2\rho+1} - \frac{u^{4\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}}\right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos(u(t-x) + \pi(\rho+1)) dt = \\ &= \frac{(-1)^{\rho+1}}{\pi} \int_0^{\sigma} \left(u^{2\rho+1} - \frac{u^{4\rho+2}}{\sigma^{2\rho+2}}\right) du \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t-x) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Из равенств (4) и (6) следует справедливость леммы.

Теорема. Если выполняются условия леммы, то

$$\|f(x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+1)}(f; x)\|_C \leq G_{2\rho+1}(\omega_{2\rho+2}(f; \frac{1}{\sigma})_C + \sigma \omega_{2\rho+1}(\tilde{F}; \frac{1}{\sigma})_C). \quad (7)$$

Доказательство. Имеем

$$\begin{aligned} \|f(x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+1)}(f; x)\|_C &\leq \|f(x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f; x)\|_C + \|Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f - Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f); x)\|_C + \\ &+ \|Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f; x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+1)}(Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f); x)\|_C = u_1 + u_2 + u_3. \end{aligned} \quad (8)$$

Оценим каждое слагаемое (8):

$$u_1 \leq c_{2\rho+1} \omega_{2\rho+2}(f; \frac{1}{\sigma})_C, \quad (9)$$

$$u_2 \leq \beta_{2\rho+1} \omega_{2\rho+2}(f; \frac{1}{\sigma})_C, \quad (10)$$

$$u_3 = \|Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f; x) - Z_{\sigma}^{(2\rho+1)}(Z_{\sigma}^{(2\rho+2)}(f); x)\|_C \leq c_{2\rho+1} \sigma \omega_{2\rho+2}(\tilde{F}; \frac{1}{\sigma})_C. \quad (11)$$

Из оценок (9)–(11) на основании [2] следует справедливость заключения теоремы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дацк, В. Т. Обобщенные средние сопряженного интеграла Фурье функций с существенно ограничено дробной производной / В. Т. Дацк // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2012. – № 2. – С. 35–42.
2. Дацк, В. Т. Об одном классе методов суммирования / В. Т. Дацк, Т. В. Копайцева // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. материалов Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 апр. 2020 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. И. Басика. – Брест : БрГУ, 2020. – С. 72–74.

А. В. ДЕМИДЧИК

Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

**ПОЛЮСНЫЕ ПЛОТНОСТИ ДИФРАКЦИОННЫХ ЛИНИЙ
БЫСТРОЗАТВЕРДЕВШИХ ФОЛЬГ СПЛАВА $\text{Bi}_{0,89}\text{Sb}_{0,11}$,
ПОДВЕРГНУТЫХ ИЗОХРОННОМУ ОТЖИГУ**

Рентгеноструктурный анализ исследуемых фольг был выполнен на дифрактометре ДРОН-3 в медном излучении. Полусные плотности дифракционных линий, приведенных в таблице, рассчитывались по методу Харриса. Изохронный отжиг проводился в интервале температур от 20 до 260 °С в течение 10 минут. Значения полусных плотностей фольг для зеркальной поверхности (контакт при затвердевании с диском-кристаллизатором) и шероховатой поверхности (контакт с воздухом) приведены в таблице (1 – исходное состояние, 2 – отжиг 80 °С, 3 – отжиг 120 °С, 4 – отжиг 160 °С, 5 – отжиг 230 °С).

Таблица – Значения полусных плотностей фольг для зеркальной поверхности

	Дифракционные линии										
	1012	1014	1120	1015	2020	2022	1017	2025	2130	1232	0009
Зеркальная поверхность											
1	5,1	0,0	0,0	0,1	4,0	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	5,1	0,0	0,0	0,1	4,0	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3	5,0	0,0	0,0	0,1	4,0	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4	4,6	0,1	0,0	0,0	4,4	0,5	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0
5	1,6	0,1	0,1	0,5	5,3	0,6	0,0	0,0	0,2	1,1	0,7
Шероховатая поверхность											
1	6,5	0,1	0,1	0,2	1,1	0,8	0,0	0,1	0,1	0,0	0,1
2	6,5	0,1	0,1	0,2	1,4	0,9	0,0	0,0	0,1	0,0	0,1
3	6,5	0,1	0,1	0,2	1,4	0,9	0,0	0,0	0,1	0,0	0,1
4	5,1	0,1	0,1	0,2	2,4	0,7	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2
5	2,1	0,1	0,2	0,5	5,4	0,6	0,0	0,0	0,2	1,2	0,8