для восстановления обобщенных функций из других пространств, например из пространств медленного роста [6] или экспоненциального роста [6].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Банюкевич, Е. В. Вейвлет-преобразование финитных обобщенных функций / Е. В. Банюкевич // Вес. Беларус. дзярж. пед. ун-та імя М. Танка. Сер. 3, Фізіка. Матэматыка. Інфарматыка. Біялогія. – 2019. – № 4. – С. 32–39.

2. Holschneider, M. Oxford mathematical monographs: Wavelets: an analysis tools / M. Holschneider. – Oxford : University Press, 1999. – 448 p.

3. Добеши, И. Десять лекций по вейвлетам / И. Добеши. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.

4. Гельфанд, И. М. Обобщенные функции: пространства основных и обобщенных функций / И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов. – М., 1958. – Вып. 2. – 307 с.

5. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики : учеб. для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – 2-е изд., стер. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 400 с.

6. Вувуникян, Ю. М. Обобщенные функции и нелинейные эволюционные операторы : монография / Ю. М. Вувуникян. – Гродно : ГрГУ им. Янки Купалы, 2014. – 302 с.

А. И. БАСИК, Е. В. ГРИЦУК, Т. А. ЯЦУК
Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ГОМОТОПИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ОДНОГО КЛАССА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ПО ДУГЛИСУ – НИРЕНБЕРГУ СИСТЕМ В $\mathbf{R}^n (n \geq 3)$

Рассмотрим множество систем двух дифференциальных уравнений в пространстве $\mathbf{R}^n (n \geq 3)$ вида

$$\begin{cases} a_0 u + \sum_{j=1}^{n} b_j \dfrac{\partial v}{\partial x_j} = 0, \\ \sum_{k=1}^{n} c_k \dfrac{\partial u}{\partial x_k} + \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{kj} \dfrac{\partial^2 v}{\partial x_k \partial x_j} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $a_0, b_j, c_k, d_{kj} \in \mathbf{R} \, (j,k = 1,\dots,n)$ – постоянные числа, $u, v : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ – искомые функции. Будем предполагать, что (1) является эллиптической по Дуглису – Ниренбергу системой [1]. Это означает, что характеристическая матрица (главная часть) системы (1) имеет вид

$$L(\xi)=\begin{bmatrix} a_0 & \sum_{j=1}^{n} b_j\xi_j \\ \sum_{k=1}^{n} c_k\xi_k & \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{kj}\xi_k\xi_j \end{bmatrix},$$

так как существует набор чисел $s_1=-1, s_2=0, t_1=1, t_2=2$, для которого выполняется неравенство $\deg l_{kj}(\xi)\le s_k+t_j$, и для любого ненулевого вектора $\xi\in\mathbf{R}^n$ выполняется неравенство

$$\det L(\xi)\neq 0. \tag{2}$$

Напомним, что две эллиптические системы вида (1) называются гомотопными, если существует непрерывная деформация коэффициентов одной системы в другую в рассматриваемом классе систем, не нарушающая условия эллиптичности (2).

Проблема гомотопической классификации множеств эллиптических систем была сформулирована в совместном докладе И. М. Гельфанда, И. Г. Петровского и Г. Е. Шилова на III Всесоюзном математическом съезде [2] и состоит в определении числа компонент гомотопической связности, указании представителей этих компонент и установлении гомотопических инвариантов. Большинство известных результатов по этой проблеме получены для однородных эллиптических систем. Однако гомотопическая классификация проводилась и для некоторых классов эллиптических по Дуглису – Ниренбергу систем [3; 4].

В настоящей работе проводится гомотопическая классификация систем вида (1) с положительным характеристическим определителем $\det L(\xi)>0$. Множество всех таких систем обозначим через $\mathfrak{I}$; $\mathfrak{I}_+$ – подмножество $\mathfrak{I}$ эллиптических систем вида (1), для которых выполняется неравенство $a_0>0$; $\mathfrak{I}_-$ – подмножество $\mathfrak{I}$ эллиптических систем вида (1), для которых выполняется неравенство $a_0<0$.

Теорема. *Множество $\mathfrak{I}$ эллиптических по Дуглису – Ниренбергу систем (1) с положительным характеристическим определителем имеет две компоненты гомотопической связности $\mathfrak{I}_+$ и $\mathfrak{I}_-$. Произвольная система из $\mathfrak{I}_+$ гомотопна системе $\begin{cases} u=0 \\ \Delta v=0 \end{cases}$, а из $\mathfrak{I}_-$ – системе $\begin{cases} -u=0 \\ -\Delta v=0 \end{cases}$, где Δ – оператор Лапласа в $\mathbf{R}^n$.*

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волевич, Л. Р. Разрешимость краевых задач для общих эллиптических систем / Л. Р. Волевич // Мат. сб. – 1965. – Т. 68 (110), № 3. – С. 373–416.

2. Гельфанд, И. М. Теория систем дифференциальных уравнений с частными производными / И. М. Гельфанд, И. Г. Петровский, Г. Е. Шилов // Труды III Всесоюзного математического съезда. – М. : Изд-во АН СССР. – 1958. – Т. 3. – С. 65–72.

3. Шевченко, В. И. О гомотопической классификация систем, эллиптических по Дуглису – Ниренбергу / В. И. Шевченко // Докл. Акад. наук СССР. – 1975. – Т. 225, № 6. – С. 1275–1277.

4. Ле Хыу Зиен. Гомотопическая классификация систем на плоскости, эллиптических по Дуглису – Ниренбергу / Ле Хыу Зиен, В. И. Шевченко // Докл. Акад. наук СССР. – 1979. – Т. 244, № 4. – С. 824–827.

А. А. БУДИК
Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ОСТАНОВ ПО НЕВЯЗКЕ В ЯВНОМ ИТЕРАЦИОННОМ МЕТОДЕ ИТЕРАЦИЙ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА

В гильбертовом пространстве H решается операторное уравнение I рода $Ax = y_\delta$, где A – ограниченный, положительный, самосопряженный оператор. Здесь $\|y - y_\delta\| \le \delta$ и $0 \in SpA$ (но нуль не является собственным значением A), поэтому рассматриваемая задача некорректна. Предположим, что при точной правой части y существует единственное решение x операторного уравнения. Для его отыскания применим метод итераций явного типа

$$x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A)^2 x_{n,\delta} + 2\alpha y_\delta - \alpha^2 A y_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0. \qquad (1)$$

Здесь α – итерационный параметр $\left(0 < \alpha \le \dfrac{5}{4\|A\|}\right)$.

Метод (1) можно сделать вполне эффективным, если воспользоваться правилом останова по малости невязки [1]. Справедливы

Теорема 1. *Пусть* $A = A^* \ge 0, \|A\| \le M$ *и пусть момент останова* $m = m(\delta)$ *в методе* (1) *выбирается из правила останова по невязке. Тогда* $x_{m,\delta} \to x$ при $\delta \to 0$.