Ю. П. АШАЕВ
Беларусь, Брест, БрГТУ

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА

Классическое решение задачи Дерихле для уравнения Лапласа эллиптического вида предопределяет наличие граничных условий на границе области моделирования. Такой подход весьма затруднителен при решении инженерных задач, поэтому принят подход, в соответствии с которым пространственно ограничивается сама область моделирования, а граничные условия задаются в точках наблюдения внутри области моделирования. Корректность такой постановки задачи вполне оправдана, подтверждена в работах отечественных и зарубежных ученых и позволяет использовать уравнение Лапласа при решении многочисленных технических инженерных, прикладных задач.

В такой постановке задача объемного моделирования сводится к следующему. Пусть в трехмерной области D, представляющей собой прямоугольный параллелепипед, имеется множество точек наблюдения с координатами $\{x_i,y_j,z_k\}$. В каждой точке наблюдения известно значение параметра $f(x_i,y_j,z_k)$. Необходимо во всей области восстановить эти значения некоторой функцией U(x,y,z), значения которой в точках наблюдения совпадают со значениями $f(x_i,y_j,z_k)$. В дальнейшем функцию U(x;y,z) можно использовать для вычисления значений в любой точке области D. Такая постановка задачи делает возможным производить интерполяцию геологических данных на основе аппроксимации функции вида U = U(x,y,z), проходящей через точки наблюдения, уравнением Лапласа вида $\frac{d^2U}{dx^2}+\frac{d^2U}{dy^2}+\frac{d^2U}{dz^2}=0$ с граничными условиями, удовлетворяющими условиям Дирихле. Решение задачи может быть получено путем замены уравнения Лапласа в дифференциальной форме его конечно-разностным аналогом с применением метода сеток.

При практической реализации предложенного метода для математического моделирования геологических объектов с использованием ЭВМ возникают серьезные проблемы, связанные с затратами времени на интерполяцию и обеспечением необходимой точности. В реальных задачах область моделирования может содержать от нескольких десятков или сотен тысяч до нескольких десятков или сотен миллионов дискретных узлов. При таких размерностях даже в случае применения современных суперПЭВМ временные затраты на интерполяцию могут быть весьма значительными.

В результате исследований разработана методика, позволившая значительно сократить количество итераций и соответственно временные затраты ПЭВМ при условии обеспечения необходимой точности интерполяции. Суть методики сводится к использованию классического метода близости (метода ближайшего района) из вычислительной геометрии в его интерпретации для дискретной сети узловых точек в сочетании с итерационным процессом по методу Либмана с применением метода сеток. В результате проведенных исследований были получены зависимости значений точности интерполяции от количества итераций. Некоторые сравнительные результаты исследований приведены на рисунке.

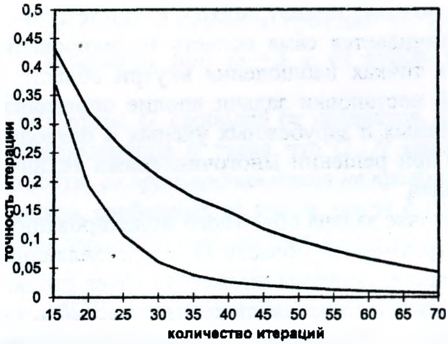

Рисунок – График зависимости точности итерации от количества итераций при традиционном и предлагаемом методах

Применение разработанного метода интерполяции позволяет значительно, в десятки и более раз, сократить время, необходимое для проведения интерполяции при моделировании, причем временные соотношения тем значительнее, чем ниже плотность информационных узлов и значительнее изменчивость исходных значений моделируемых параметров. Практическая апробация разработанной методики доказала эффективность ее применения для моделирования горно-геологических объектов в условиях штокверковых и пластовых месторождений твердых полезных ископаемых.

М. П. БАЕВА, Ю. В. ФИЛИМОНОВА, Т. А. КОЛЯДА
Беларусь, Брест, лицей № 1 имени А. С. Пушкина

ВЕКТОРЫ КАК ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Важно еще в школе получить опыт использования векторов на функциональном уровне. Это позволит находить более эффективные методы решения задач различного уровня.