

РАЗРАБОТКА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ, МЕТОДОВ И СРЕДСТВ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ МИКРО- И МЕЗОСТРУКТУР В КОМПОЗИТНЫХ СИСТЕМАХ НА БАЗЕ ЦЕМЕНТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Дереченник С.С., кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, Брестский государственный технический университет (БрГТУ)

Разумейчик В.С., ассистент, БрГТУ

Дереченник А.С., аспирант, БрГТУ

Волков Е.Г., ассистент, БрГТУ

Буслюк В.В., доцент, БрГТУ

Склипус Б.Н., доцент, БрГТУ

Методы исследования микроструктуры композиционных материалов

Одной из ключевых проблем разработки и исследования композиционных материалов с сильной механической неоднородностью компонентов является получение достоверной информации об их внутренней структуре – размере и пространственном расположении дисперсных частиц, пор, капилляров, поверхностей раздела фаз, микротрещин и других структурных элементов.

Методы исследования структуры цементных композитов можно разделить на три группы: физические (физико-химические) методы косвенного анализа, методы прямого наблюдения средствами оптической и электронной микроскопии, имитационные методы компьютерного моделирования.

Физико-химические методы анализа пористости основаны на различных схемах конденсации, пропитки, продавливания или иного способа насыщения порового пространства жидкими или газообразными средами, а также удаления такой среды из образца путем откачивания, вытеснения, вакуумной сушки [1]. Наиболее информативными среди них считаются: определение пористости материала по кинетике поглощения им воды или другой смачивающей жидкости, метод ртутной порометрии.

К физическим методам анализа фазового состава материала, его кристаллической структуры и возможных дефектов, относятся: метод дифракции рентгеновских лучей, спектральный анализ, ультразвуковой импульсный метод и метод ядерного магнитного резонанса [2-5]. Основной недостаток практически всех физических методов структурного анализа материалов: высокая стоимость – как самого исследовательского оборудования, так и его эксплуатации. Кроме того, информация о структуре получается косвенным путем – либо сложным анализом функциональных соотношений, касающихся скорости процессов конденсации, поглощения и др., либо в результате расшифровки рентгенограмм, спектрограмм и т.п. Наибольшие же проблемы возникают при исследовании материалов с неупорядоченной структурой, т.е. композитов.

Универсальным средством исследования структурно-топологических свойств материала является компьютерная микроскопия – прямой анализ изо-

бражения среза (шлифа) образца с помощью оптического микроскопа высокого разрешения или растрового электронного микроскопа [2, 6]. Достоинство этих методов – точная компьютерная обработка оцифрованного изображения для обособленной оценки различных дифференциальных параметров, в том числе дисперсионный анализ распределения пор или частиц по размерам, а недостаток – трудность приготовления специальных срезов (шлифов), особенно из хрупких материалов. К тому же изображение плоского среза образца позволяет непосредственно найти распределение по величине (линейному размеру, площади) лишь сечений пор частиц, попавших в срез, т.е. двумерных объектов, в то время как наибольшую практическую ценность представляют объемные характеристики дисперсности.

Восстановление трёхмерной структуры материала по двумерному изображению среза, шлифа и т.д. является одной из наиболее актуальных проблем материаловедения. Некоторые исследователи утверждают, что объемные структурные параметры системы невозможно восстановить по известным распределениям размера сечений частиц и расположению их в плоском срезе (шлифе) [7], другие же считают, что для реконструкции пространственных свойств материалов достаточно применение только стереологических принципов [8].

В задачах подобного рода значимыми являются также алгебраические методы томографической реконструкции, например, преобразование Радона [9]. Методы томографии, в общем случае, используются для восстановления формы пространственного объекта и неприменимы для реконструкции многочастичных систем. Получить же информацию о внутреннем строении трехмерного объекта, в частности многочастичной полидисперсной системы, возможно при помощи прямой и статистической реконструкции [10].

Прямая реконструкция основана на выполнении последовательных срезов трехмерного объекта и характеризуется ограниченностью применения ввиду повышенной трудоемкости подготовки и съемки срезов. Традиционная статистическая реконструкция основана на вычислении статистик первого (объемная доля) и второго (двухточечная или парная корреляционная функция) порядков [2, 11]. Для более полного статистического описания микроскопически неоднородных материалов иногда привлекают корреляционные функции более высоких порядков, что повышает сложность анализа при отсутствии явного выигрыша в его информативности.

Мы полагаем, что неупорядоченная структура – это более содержательная геометрическая и физическая категория, которая не может быть исчерпывающе описана только корреляционными функциями, пусть даже и высокого порядка. Основываясь на базовых положениях статистической физики, применяемых в отношении неупорядоченных физических систем [12], нами разработан альтернативный подход к реконструкции некоторых структурных свойств композиционных материалов.

Взаимосвязь дисперсности частиц объемной фазы с дисперсностью их сечений в плоском срезе системы

Полидисперсная система является неупорядоченным многочастичным объектом, который, в то же время, макроскопически однороден и изотропен, поэтому все его плоские срезы в статистическом смысле идентичны [1, 12]. Согласно принципам стереологии, коэффициент заполнения объема системы частицами идентичен коэффициенту заполнения плоского среза сечениями, однако дисперсность соответствующих элементов системы (частиц и их сечений) различна, что иллюстрируется рисунком 1.

В результате теоретического исследования установлена закономерность, связывающая дисперсность сферических частиц макроскопически однородной полидисперсной системы с дисперсностью сечений частиц в ее плоскостном срезе [13]. Выявлено, что, в приближении случайно расположенных частиц дисперсной фазы сферами, распределение $f(R)$ линейного размера (радиуса) частиц и распределение $g(r)$ радиуса их сечений в плоском срезе связаны интегральным уравнением

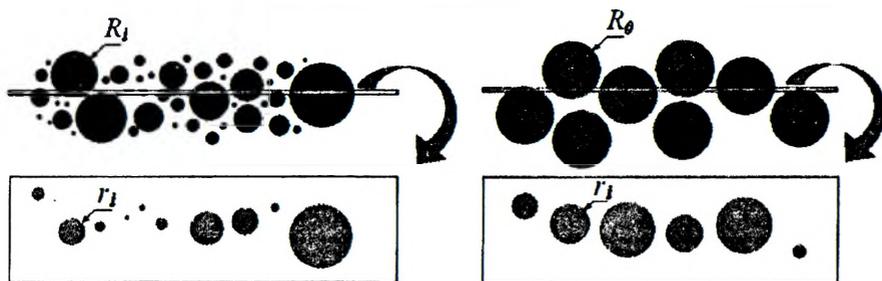


Рисунок 1 – Изменение дисперсности элементов многочастичной системы в результате выполнения плоского среза: R_0 – радиус частиц монодисперсной фазы; R_i – радиусы частиц полидисперсной фазы, r_i – радиусы сечений частиц, попавших в плоский срез

$$g(r) = \frac{r}{\langle R \rangle} \cdot \int_r^{R_{\max}} \frac{f(R) \cdot dR}{\sqrt{R^2 - r^2}} \quad (1)$$

Здесь R – радиус дисперсной частицы, $\langle R \rangle$ – среднее (в распределении) значение радиуса, r – радиус сечения частицы, попадающей в произвольный плоский срез системы.

Данное функциональное уравнение относится к классу линейных интегральных уравнений Вольтерра 1-го рода [14]. На рисунке 2 приведены примеры, рассчитанные для некоторых исходных функций, иллюстрирующие качест-

венное соотношение распределений $f(R)$ и $g(r)$, а также возможности численной обработки произвольных эмпирических распределений, задаваемых в виде гистограмм (рисунок 2а) или полигонов частот (2 b-d).

Свойства преобразования (1) проанализированы также в отношении ряда других функций дисперсности.

Монодисперсная система, заданная дельта-функцией $f(R) = \delta(R - R_0)$, ввиду неограниченности ядра преобразования не может быть непосредственно преобразована согласно (1). Для нее искомая функция найдена в виде:

$$g(r) = \begin{cases} \frac{r}{R_0} \frac{1}{\sqrt{R_0^2 - r^2}}, & 0 \leq r < R_0; \\ 0, & r = R_0 \end{cases} \quad (2)$$

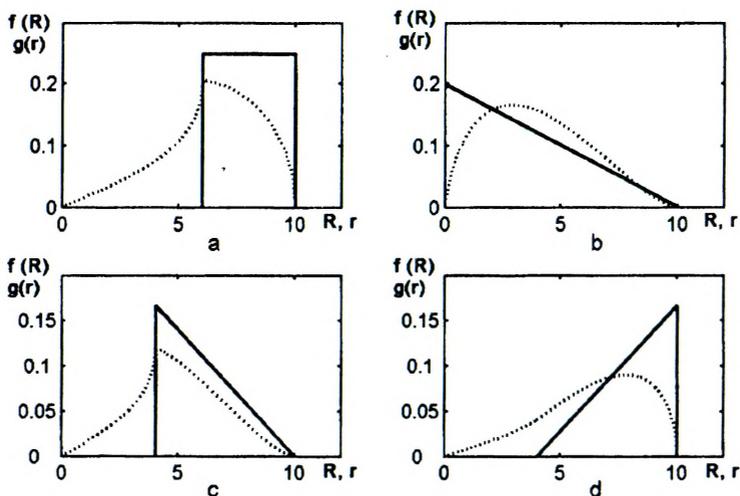


Рисунок 2 – Соотношение функции f распределения размера R исходного набора дисперсных частиц (непрерывная линия) и функции g распределения размера r их плоских сечений (точечная линия): а, б, с, д – примеры для различных исходных распределений; размеры R, r – в условных единицах; функции масштабированы как плотность вероятности

Важнейшую роль в моделировании сложных физических объектов играет распределение Вейбулла (так, оно хорошо приближает гранулометрический состав дисперсных фаз цементных материалов [13], распределение размера зерен, образующихся по механизму ЖМАК [15], а также параметры ячеек Воро-

ного в неупорядоченной монодисперсной системе [16]). Это распределение часто имеет дробные значения параметров, что делает невозможным аналитическое выполнение преобразования (1). Численными методами показано, что, если распределение $f(R)$ соответствует распределению Вейбулла, то к такому же типу распределения принадлежит и функция $g(r)$. Более того, выявлено, что искомого распределения $g(r)$ всегда приближается к распределению Рэля, что иллюстрируется рисунком 3.

Распределение Рэля, относящееся к семейству распределений Вейбулла с параметрами $\beta = 2$ и произвольным α , вообще оказалось абсолютно устойчивым к рассматриваемому интегральному преобразованию. Так, если

$$f(R) = 2\alpha \cdot R \cdot \exp(-\alpha R^2), \quad (3)$$

$$g(r) = 2\alpha \cdot r \cdot \exp(-\alpha r^2). \quad (4)$$

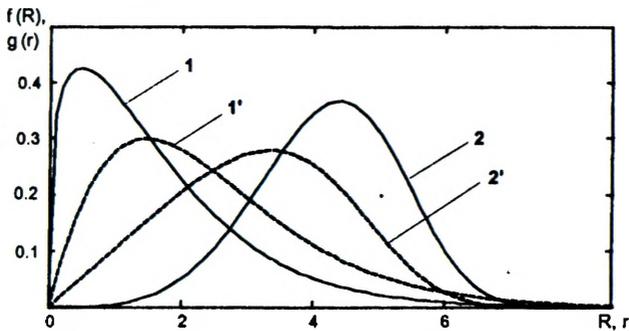


Рисунок 3 – Функции распределения радиуса R частиц дисперсных фаз (распределение Вейбулла: $\alpha = 0.5$, $\beta = 1.25$ – кривая 1; $\alpha = 0.001$, $\beta = 4.5$ – кривая 2), а также радиуса r сечений этих частиц, образующихся в интегральном преобразовании «плоский срез» (соответственно, кривые 1', 2'); величины R и r – безразмерные

Реконструкция объемных неупорядоченных структур по их плоским или линейным репликам

На основе установленной закономерности, выраженной интегральным преобразованием (1), разработан метод реконструкции гранулометрического состава дисперсных фаз для однородно неупорядоченных (макроскопически изотропных) систем. При известном распределении $g(r)$, найденном, например, путем анализа среза образца, функциональное преобразование (1) рассматривается как интегральное уравнение относительно неизвестной функции $f(R)$, которое решается аналитически либо численно – в зависимости способа задания и

вида функции $g(r)$. Аналогично выполняется реконструкция при известном распределении дисперсности в линейных репликах системы.

В случае аналитического представления функции распределения размеров сечений $g(r)$, закономерности обратной связи плоскостных и объемных характеристик также можно получить аналитически:

$$f(R) = -\frac{2\langle R \rangle}{\pi} \cdot R \cdot \int_R^{r_{\max}} \frac{g(r) - r \cdot g'(r) \cdot dr}{r^2 \cdot \sqrt{r^2 - R^2}} \quad (5)$$

Следует отметить, что преобразование (5) аналитически выполнимо для ограниченного набора функций $g(r)$. Так, например, проблематичным представляется интегрирование, если эта функция выражена гамма-распределением или распределением Вейбулла с дробными параметрами. Поэтому аналитический метод рекомендуется, в первую очередь, для теоретических исследований для практических же задач более приемлемой является численная реконструкция.

Общий алгоритм численной реконструкции заключается в циклическом выполнении следующих основных действий (процедур):

1) вычисление количества частиц наибольшего размера – исходя из того, что только такие частицы могут иметь сечения в некотором малом диапазоне наибольших размеров (число таких сечений известно);

2) исключение частиц этого размера из набора частиц дисперсной фазы;

3) корректировка текущего распределения размера сечений во всем диапазоне, так как большинство из исключенных («больших») частиц имеют сечения меньших размеров;

4) уменьшение рассматриваемого наибольшего размера на заданный шаг расчета и переход к процедуре 1.

Таким образом, исходя из заданного исходного распределения сечений по их размеру $g(r)$, можно найти ступенчатое приближение объемного распределения частиц $f^*(R)$; $f(R)$ в виде отсчетов C_j искомого распределения на j -м шаге алгоритма:

$$C_j = \frac{g(R_j) \cdot \langle R \rangle - R_j \cdot \sum_{m=1}^{j-1} C_m \cdot \ln \left[\frac{R_{m-1} + \sqrt{R_{m-1}^2 - R_j^2}}{R_m + \sqrt{R_m^2 - R_j^2}} \right]}{R_j \cdot \text{Arch}(R_{j-1}/R_j)} \quad (6)$$

Здесь $C_0 = 0$, а полное количество интервалов m , на которое разбивается весь расчетный диапазон размеров, удовлетворяет условию $m < j$, поэтому в случае $j = 1$ сумма в числителе не подсчитывается. Точность ступенчатого приближения распределения $f^*(R)$; $f(R)$ полностью определяется выбором ширины интервала $e = R_{j+1} - R_j$, и может ограничиваться лишь конечной порядностью представления чисел и вычислений.

Реконструкция гранулометрического состава дисперсных фаз возможна также по линейным репликам (линейным сечениям плоского среза) объекта, в этом случае она является двухэтапной. На первом этапе из эмпирически найденной функции распределения $h(l)$ длин отрезков (хорд), путем решения уравнения (7) относительно неизвестной функции $g(r)$ восстанавливается распределение размера сечений в гипотетическом (или конкретном) плоском срезе дисперсной системы.

$$h(l) = \frac{l}{\langle R \rangle} \int_l^{R_{\max}} \frac{g(r) \cdot dr}{\sqrt{r^2 - l^2}} \quad (7)$$

На втором этапе из найденной функции $g(r)$ реконструируется искомая функция $f(R)$ дисперсности частиц в объеме дисперсного материала.

В связи с еще большей сложностью подобного двухэтапного преобразования, успешное его аналитическое выполнение для многих типов функций $g(r)$ становится маловероятным, поэтому рекомендуется численный метод реконструкции дисперсности системы из ее линейных реплик.

Анализ макроскопической однородности неупорядоченных упаковок

Известные методы генерации неупорядоченных (случайных) упаковок частиц можно разделить на два класса: динамические и структурные методы. Динамические методы (изотропного сжатия, многослойного уплотнения, растущих частиц, насыпки, радиального гравитационного поля, коллективной реорганизации) моделируют перемещения частиц шаг за шагом под действием внешних для моделируемой системы сил либо с учетом внутренних взаимодействий между частицами системы [17-20]. В структурных методах (регулярного расположения, последовательного размещения, замкнутого фронта, осаждения, Вороного-Делоне и т.д.) при определении положения частиц исходят лишь из геометрических соображений, что обуславливает существенно меньшую, по сравнению с динамическими методами, вычислительную сложность [15, 16, 21-23]. Основные недостатки указанных методов – трудность одновременного соблюдения заданных плотности упаковки и гранулометрического состава, а также плохая однородность получаемых упаковок.

Нами установлено, что наилучшая однородность обеспечивается простым методом случайного набрасывания частиц без их перекрытия, при этом соблюдается заданный гранулометрический состав частиц, а достигаемая плотность упаковки вполне достаточна применительно к моделированию композиционных материалов [24]. Анализ однородности осуществлялся с использованием новой методики, разработанной на основе установленного интегрального преобразования (1) и заключающейся в выполнении следующих шагов:

- генерация случайного размещения сферических частиц в модельном объеме, согласно требуемому коэффициенту заполнения объема и заданному распределению $f(r)$ размера частиц;

- определение фактического распределения $g^*(r)$ размера сечений частиц в произвольном срезе модели;
- вычисление теоретически ожидаемого – для макроскопически однородной (изотропной) полидисперсной системы – распределения размера сечений частиц в срезе, исходя из заданного распределения $f(r)$ и установленной закономерности (1);
- оценка согласия фактического $g^*(r)$ и теоретического $g(r)$ распределений (например, по критерию Пирсона «хи-квадрат») и определение уровня значимости для отклонения гипотезы о соответствии распределений.

Найденный уровень значимости, определяемый исходя из рассчитанного значения критерия согласия и известного числа степеней свободы оцениваемого распределения, принимается в качестве новой меры макроскопической однородности полидисперсной системы.

Сравнительная оценка методов стохастического моделирования многочастичных систем

Нами проведена сравнительная оценка методов стохастического моделирования многочастичных (кластерных) структур: ограниченно-диффузионной и баллистической агрегации (модели ОДА и БА, соответственно) – применительно к моно- и полидисперсным системам [20].

Для выполнения вычислительных имитационных экспериментов была создана специализированная программная система для внеячейного моделирования случайного кластера из бидисперсного (двухразмерного) набора дискретных частиц в двумерном пространстве по методам баллистической и ограниченно-диффузионной агрегации.

В ходе вычислительных экспериментов выявлено, что в ОДА-модели с использованием линейного конгруэнтного алгоритма генератора псевдослучайных чисел (ГПСЧ) наблюдается преимущественный рост кластеров в одном из направлений (см. рисунок 4 а). Замена алгоритма ГПСЧ стандарта ANSI-C на усовершенствованный алгоритм генерации Парка-Миллера позволила получить более симметричные кластеры, изображенные на рисунке 4 б.

Вычислительные эксперименты, проведенные для полиразмерных, в частности – бидисперсных кластеров (типичные примеры представлены на рисунках 5, 6), показали, что бидисперсные кластеры фрактальны, причем фрактальная размерность кластеров БА-модели, в отличие от кластеров ОДА-модели, существенно зависит от их размерного и количественного состава. Показано также, что при построении зависимости «радиус кластера – локальная плотность кластера», необходимой для определения фрактальной размерности, в качестве центра кластера следует принимать не его центр масс, а начальную частицу.

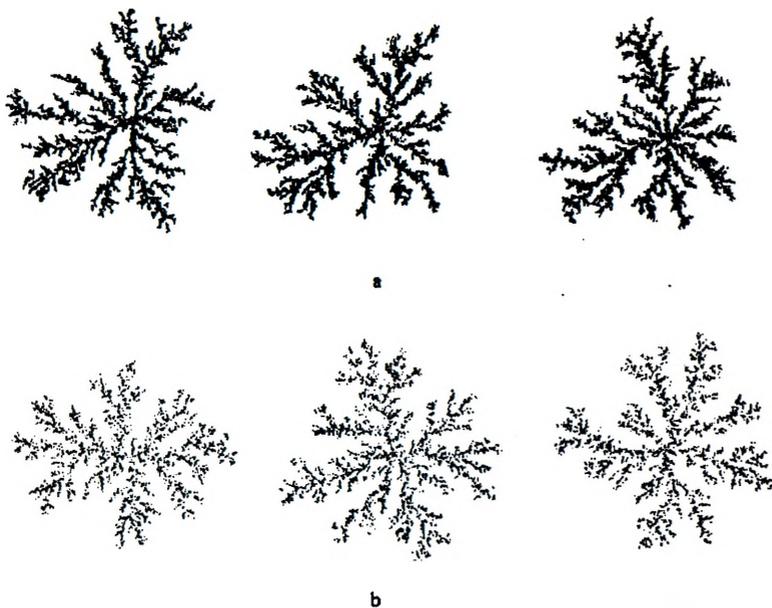


Рисунок 4 – Кластеры модели ОДА, полученные с использованием линейного конгруэнтного алгоритма ГПСЧ (а) и усовершенствованного алгоритма Парка-Миллера (b)

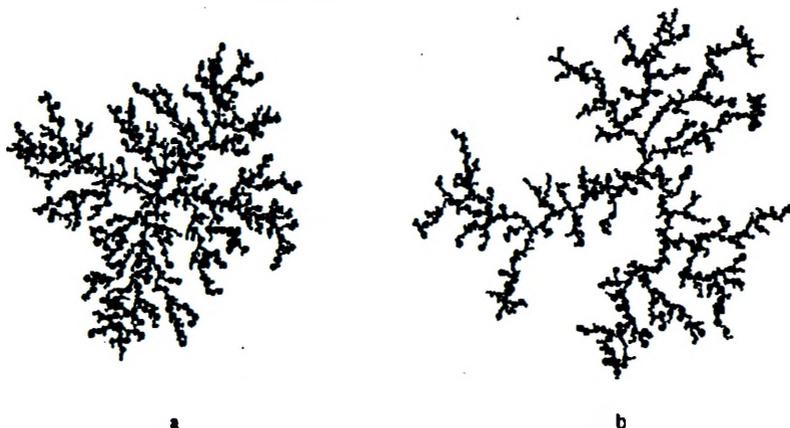
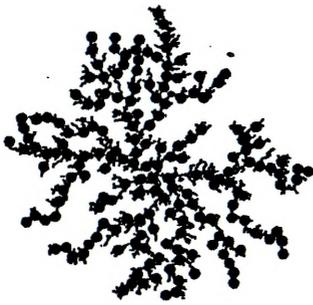
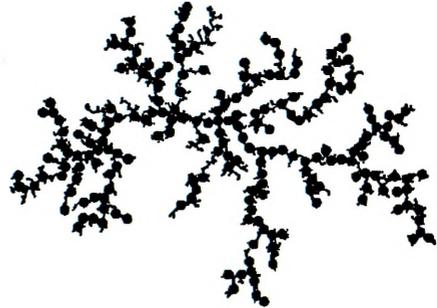


Рисунок 5 – Бидисперсный случайный кластер при соотношении размеров частиц 2:1 и доле больших частиц 0,3:
а – модель БА, b - модель ОДА



а



б

Рисунок 6 – Бидисперсный случайный кластер при соотношении размеров частиц 4:1 и доле больших частиц 0,15:
а – модель БА, б – модель ОДА

Анализ пористости композиционных материалов на основе процедуры изометрического покрытия поровых сегментов цифрового изображения

Разработана новая процедура изометрического покрытия поровых сегментов, которая заключается в последовательном вписывании в них дисков максимально возможного размера, граничащих с контуром сегмента (твердой фазой материала) и/или ранее уложенными дисками [25].

Применительно к цифровой модели изображения пористого материала, процедура изометрического покрытия реализована с помощью кольцевой маски, схема которой приведена на рисунке 7 а. Генерируемые стандартными средствами программирования окружности составляют круговую область А и две кольцевые области В, С. Удвоенный внешний радиус r_B кольца В – суть номинальный размер D вписываемого диска, а радиусы r_C и r_A (внешний радиус кольца С и радиус круга А) связаны с D допускаемыми величинами δ , ε – размером непокрытых фрагментов и величиной перекрытия, соответственно.

Положение маски заданного размера определяется координатами (x, y) точки, указываемой для генерации окружности номинального диаметра. Маска перемещается по изображению с дискретностью в один пиксель. Каждому положению маски соответствуют величины a_0, b_0, c_0 , равные числу пикселей, принадлежащих поровому сегменту и попадающих, соответственно, в области А, В и С, а также величины a_1, b_1, c_1 , равные числу попадающих в эти же области пикселей, принадлежащих твердой фазе материала либо ранее уложенным дискам. Наилучшее положение маски находится путем целочисленного решения задачи условной максимизации:

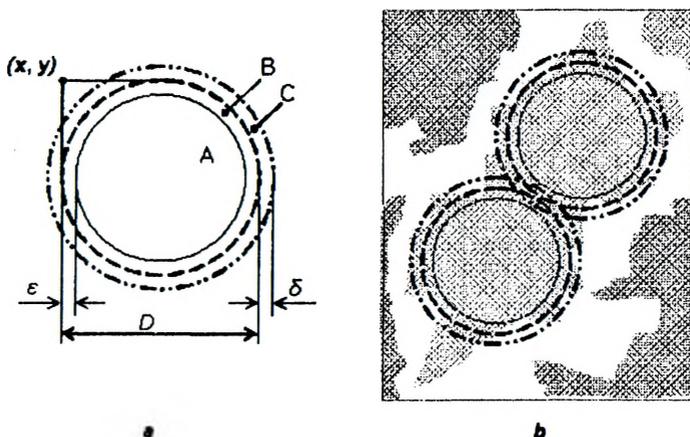


Рисунок 7 – Схема кольцевой маски (а) и пример покрытия сегмента поровой области (б)

$$(x^*, y^*) = \arg \left\{ \max_{x, y} c_1 \mid a_0 \equiv 0, c_1 \geq 2, c_1/c_0 > b_1/b_0 \right\}. \quad (8)$$

В найденном наилучшем положении генерируется уложенный диск, а соответствующие пиксели поровой области помечаются как занятые, после чего находится следующее наилучшее положение такой же маски и т.д. В случае отсутствия решения уравнения (8) размер маски следует уменьшить и продолжить процедуру поиска.

На основе описанной выше процедуры изометрического покрытия разработан алгоритм дифференциального анализа пористости, представленный на рисунке 8, включающий следующие этапы:

- сегментация исходного изображения плоского шлифа образца пористого матери вычисление интегрального параметра общей пористости, как отношения количества пикселей с нулевой яркостью (общей площади поровых сегментов), к общему количеству пикселей m/n (общей площади изображения);
- задание начального диаметра D вписываемого диска, допустимой величины перекрытия ε и допустимого размера δ непокрытых фрагментов сегмента;
- циклическое применение процедуры изометрического покрытия сегмента.
- статистическая обработка эффективных размеров покрывающего набора дисков с получением гистограммы распределения размера пор и, если необходимо, аппроксимация гистограммы подходящей функцией распределения.

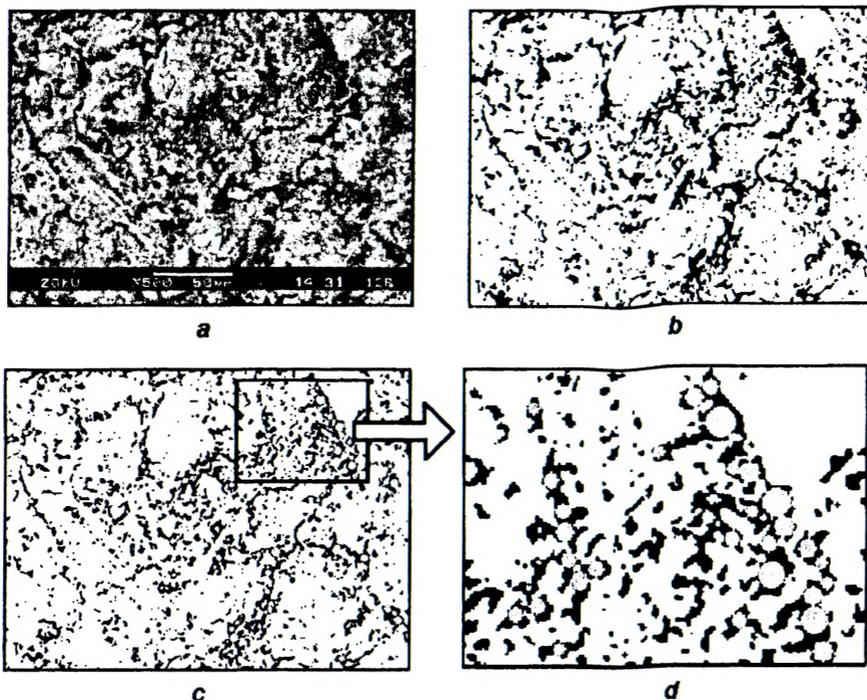


Рисунок 8 – Изометрическое покрытие сегментов поровой области цементного композита: SEM-изображение плоского шлифа образца с разрешением 640×480 (а); результат выделения поровой области методом сегментации по яркостному признаку (b); промежуточный результат покрытия сегментов изображения дисками (с) и его увеличенный фрагмент (d)

Определение (восстановление) объемных характеристик пористости предлагается осуществлять из результатов анализа изображения плоского шлифа образца на основе установленного ранее интегрального реконструктивного преобразования.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Шейкин, А.Е., Чеховский, Ю.В., Бруссер, М.И. Структура и свойства цементных бетонов. – М.: Стройиздат, 1979. – 344 с.
- 2 Bentz, D.P. Three-dimension computer-simulation of Portland-cement hydration and microstructure development // Journal of the American Ceramic Society. – 1997. – Vol.80, No.1. – P. 5-21.

- 3 Salgueiro, W., Somoza, A., Cabrera, O., Consolati, G. Porosity study on free mineral addition cement paste // *Cement and Concrete Research*. – 2004. – Vol.34. – P. 91-97.
- 4 Ye, G., Lura, P., van Breugel, K., Fraaij, A.L.A. Study on the development of the microstructure in cement-based materials by means of numerical simulation and ultrasonic pulse velocity measurement // *Cement and Concrete Composites*. – 2004, Vol. 26. – P.491-497.
- 5 Vočka, R., Gallé, Ch., Dubois, M., Lovera, P. Mercury intrusion porosimetry and hierarchical structure of cement pastes. Theory and experiment // *Cement & Concrete Research*. – 2000, Vol. 30. – P. 521-527.
- 6 Scrivener, K.L. Backscattered electron imaging of cementitious microstructures: understanding and quantification // *Cement and Concrete Composites*. – 2004, Vol.26. – P.935-945.
- 7 Jia, X., Williams, R.A. A packing algorithm for particles of arbitrary shapes // *Powder Technology*. – 2001. – Vol. 120. – P. 175-186.
- 8 Алиевский, В.М., Алиевский, Д.М., Нурканов, Е.Ю., Каменин, И.Г., Кадушников, Р.М. Алгоритмы реконструкции трёхмерной структуры композиционных материалов по двумерным изображениям [электрон. ресурс] / *SIAMS* – Екатеринбург, 2005-2006. – Режим доступа: http://siams.com/articles/mod_article1.htm
- 9 Компьютерная томография [электрон. ресурс]: Математическая постановка задачи рентгеновской компьютерной томографии, преобразование Радона и формулы обращения / Сибирское отделение Российской академии наук. – Новосибирск, 2001. – Режим доступа: <http://cs.nstu.ru/ipp/CT/ct3.htm>
- 10 Roberts, A.P. Statistical reconstruction of three-dimensional porous media from two-dimensional images // *Physical Review E*. – 1997. – Vol.56., No.3. – P. 3203-3212.
- 11 Uche, O.U., Stillinger, F.H., Torquato, S. On the realizability of pair correlation functions // *Physica A*. – 2006. – Vol.360. – P. 21-36.
- 12 Ландау, Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: В 10 т. – Т.V: Статистическая физика. – Ч. I. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 616 с.
- 13 Дереченник, С.С., Разумейчик, В.С., Тур, В.В. Закономерности топологической неупорядоченности в плоских сечениях и объемах дисперсных систем // *Вестник Брестского государственного технического университета. Строительство и архитектура*. – 2005. – № 2 (32). – С. 18-25.
- 14 Вольterra, В. Теория функционалов, интегральных и интегродифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1982. – 304 с.
- 15 Дереченник, С.С., Ксенда, А.В., Разумейчик, В.С. Вероятностный подход к теоретическому анализу дисперсности поликристаллических структур / *Проблемы проектирования и производства РЭС: Сб. материалов IV Международной НТК (25-26 мая 2006, г. Новополоцк)*. – Т.2. - Новополоцк: ПГУ, 2006. – С. 210-214.

16 Ртищева, М.В., Разумейчик, В.С., Дереченник, С.С. Анализ топологических характеристик неплотных неупорядоченных монодисперсных структур / Проблемы проектирования и производства РЭС: Сб. материалов IV Международной НТК (25-26 мая 2006, г. Новополоцк). – Т.2. - Новополоцк: ПГУ, 2006. – С. 214-217

17 Kristiansen, K.L., Wouterse, A., Philipse, A. Simulation of random packing of binary sphere mixtures by mechanical contraction // *Physica A*. – 2005. – Vol. 358. – P. 249-262.

18 Han, K., Feng, Y.T., Owen, D.R.J. Sphere packing with a geometric based compression algorithm // *Powder Technology*. – 2005. – Vol. 155. – P. 33-41.

19 Dodds, P.S., Weitz, J.S. Packing-limited growth // *Physical Review E*. – 2002. – Vol. 65.

20 Волков, Е.Г., Дереченник, С.С., Туцкий, А.С., Дереченник, А.С. Особенности кластеризации бидисперсных фаз / Проблемы проектирования и производства РЭС: Сб. материалов IV Международной НТК (25-26 мая 2006, г. Новополоцк). – Т.2. – Новополоцк: ПГУ, 2006. – С. 217-220.

21 Дереченник, С., Разумейчик, В., Тур, В. Внерешеточные модели дисперсных фаз в исследованиях структуры цементных композитов / Строительство на основе оптимизированного энергетического потенциала: Материалы III Международной научно-технической конференции. – Czenstochova, 2005.

22 Медведев, Н.Н. Метод Вороного-Делоне в исследовании структуры некристаллических систем / РАН, Сиб. отд-ние, РФФИ, Институт химической кинетики и горения СО РАН. – Новосибирск: НИЦ ОИГТМ СО РАН, издательство СО РАН, 2000. – С. 30-89.

23 Ballani, F, Daley, D.J., Stoyan, D. Modelling the microstructure of concrete with spherical grains // *Computational Materials Science*. – 2006. – Vol. 35. – P. 399-407.

24 Разумейчик, В.С. Структурно-химическое моделирование гидратации цементного композита // Вестник Брестского государственного технического университета. Строительство и архитектура. – 2006, № 1 (38). – С.91-96.

25 Разумейчик, В.С., Дереченник, А.С., Дереченник, С.С. Анализ пористости композиционных материалов на основе процедуры изометрического покрытия поровых сегментов цифрового изображения // Вестник Брестского государственного технического университета. Физика, математика, информатика. – 2006, № 5 (41). – С.8-14.