стойкости до 1,5 раз в солевой (3 %-ный раствор NaCl) и до 2,7 раз в сернокислой (1 М H_2SO_4) средах по сравнению со сталью Ст3, что обусловлено твердорастворным, зернограничным и деформационным механизмами упрочнения, и которые могут быть рекомендованы для упрочнения рабочих конструкций, узлов и механизмов, применяемых на предприятиях машиностроения, деревообрабатывающей и горнодобывающей промышленности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Combined Vacuum-Arc Deposition of Protective Coatings on Basis of Transition Metals Nitrides Solid Solution / V. V. Uglov [et al.] // Proceedings of 9th Internat. Conf. on modification of materials with particle beams and plasma flows, Tomsk, Russia, 21–26 September 2008. – Tomsk, 2008. – P. 491–494.

2. Барковская, М. М. Влияние величины тока горения хромового катода на элементный и фазовый состав покрытий на основе системы Ti-Cr-N / М. М. Барковская, В. В. Ходасевич // Современные методы и технологии создания и обработки материалов. Технологии и оборудование механической и физико-технической обработки: в 3 кн. / редкол.: С. А. Астапчик (гл. ред.) [и др.]. – Минск: ФТИ НАН Беларуси 2014. – Кн. 2. – С. 55–64.

3. Thermal stability of nitride coatings formed by ion-plasma deposition / V. V. Uglov [et al.] // Vacuum. – 2007. – Vol. 81. – P. 1345–1347.

4. Термостабильность поверхностных слоев нитридов титана и хрома, сформированных конденсацией с ионной бомбардировкой на твердом сплаве Т5К10 / А. К. Кулешов [и др.]. // Перспективные материалы. – 2009. – № 2. – С. 68–73.

5. Барковская, М. М. Состав и коррозионная стойкость покрытий на основе нитридов титана и хрома / М. М. Барковская, В. В. Углов, В. В. Ходасевич // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. – 2011. – № 4. – С. 104–109.

ФУНКЦИИ ГРИНА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДВУХЧАСТИЧНЫХ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СЛУЧАЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ЭНЕРГИИ

А. В. Бужан, В. Н. Капшай
Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины», г. Гомель, Республика Беларусь

Двухчастичная система может быть описана в рамках квазипотенциального подхода квантовой теории поля. Релятивистские уравнения для сферически симметричных волновых функций, описывающие состояния рассеяния системы двух частиц равной массы m в импульсном представлении могут быть записаны в виде [1]:

$$\Psi_{(j)}(\chi_q,\chi)=\frac{\pi}{2m}\delta(\chi_q-\chi)-\frac{2m}{\pi}G_{(j)}(\chi_q,\chi)\int_0^{\infty}d\chi' V(\chi_q,\chi')\Psi_{(j)}(\chi_q,\chi'), \quad (1)$$

где индекс $j=\overline{1,4}$ соответствует одному из вариантов квазипотенциального подхода: $j=1$ ($j=3$) – уравнение Логунова–Тавхелидзе (модифицированное), $j=2$ ($j=4$) – уравнение Кадышевского (модифицированное). В данной работе рассмотрим случай $j=2$, в котором функция Грина уравнения Кадышевского в импульсном представлении имеет вид [2]

$$G_{(2)}(\chi_q,\chi)=\frac{1}{m^2\operatorname{ch}\chi(2\operatorname{ch}\chi-2\operatorname{ch}\chi_q-i0)}, \quad (2)$$

в котором $2m\operatorname{ch}\chi_q=2E_q$ есть энергия двухчастичной системы.

Волновые функции, функции Грина и потенциалы в импульсном представлении связаны с соответствующими величинами в релятивистском конфигурационном представлении следующими соотношениями:

$$\psi_{(j)}(\chi_q,r)=\int_0^{+\infty}d\chi\sin(\chi mr)\Psi_{(j)}(\chi_q,\chi), \quad (3)$$

$$G_{(j)}(\chi_q,r,r')=-\frac{2m}{\pi}\int_0^{+\infty}d\chi\sin(\chi mr)G_{(j)}(\chi_q,\chi)\sin(\chi mr')=$$
$$=-\frac{m}{\pi}\left[\int_0^{+\infty}d\chi\cos(\chi m(r-r'))G_{(j)}(\chi_q,\chi)-\int_0^{+\infty}d\chi\cos(\chi m(r+r'))G_{(j)}(\chi_q,\chi)\right], \quad (4)$$

$$V(\chi,\chi')=\int_0^{+\infty}dr\sin(\chi mr)V(r)\sin(\chi' mr). \quad (5)$$

После перехода к релятивистскому конфигурационному представлению, полученные интегральные уравнения могут быть решены численно. Например, для поиска резонансов сечений рассеяния может быть использован метод комплекс-скейлинга [3], в котором выполняется комплексный поворот переменной интегрирования и значения энергий, а значит и быстроты χ_q также становятся комплексными.

Отметим, что функция Грина (2) является периодической в комплексной плоскости по переменной χ_q с периодом $2i\pi$. Поэтому функцию Грина достаточно рассмотреть в области

$$0\le \operatorname{Im}\chi_q<2\pi. \quad (6)$$

Для нахождения функции Грина $G_{(2)}(\chi_q,r,r')$ в релятивистском конфигурационном представлении воспользуемся свойством периодичности функции Грина (2) также по переменной χ.

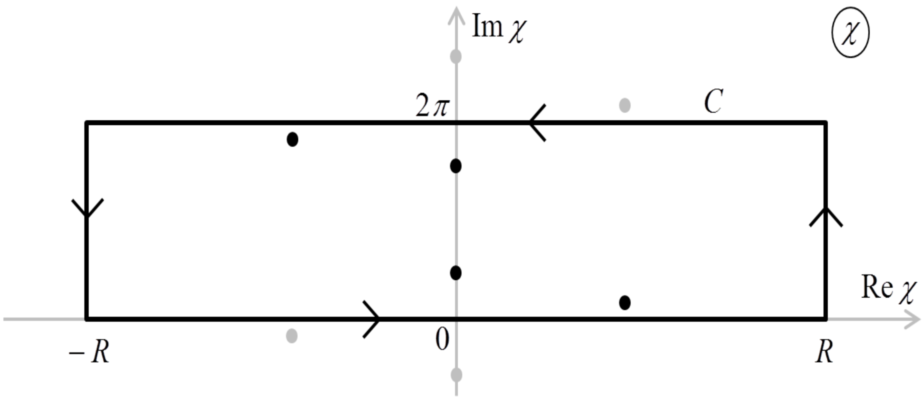

Рисунок 1 – Полюса функции Грина (2) при $\mathrm{Re}\,\chi_q > 0,\ \mathrm{Im}\,\chi_q > 0$

Для того чтобы вычислить интегралы в выражении (4), рассмотрим интеграл от функции $\cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi)$, по замкнутому контуру C, имеющему вид прямоугольника со сторонами $2R$ и 2π (см. рисунок 1). Для интеграла справедливо соотношение

$$\oint_c d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi) = \int_{-R}^{+R} d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi) + \int_{+R}^{+R+2i\pi} d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi) + \int_{+R+2i\pi}^{-R+2i\pi} d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi) + \int_{-R+2i\pi}^{-R} d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi). \quad (7)$$

Третье слагаемое можно представить в виде

$$\int_{+R+2i\pi}^{-R+2i\pi} d\chi \cos(mr\,\mathrm{Re}\,\chi + 2i\pi\, mr) G_{(2)}(\chi_q, \mathrm{Re}\,\chi + 2i\pi) = -\mathrm{ch}(2\pi\, mr) \int_{-R}^{+R} d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi). \quad (8)$$

При переходе к пределу $R \to \infty$ второе и четвёртое слагаемые выражения (7) стремятся к нулю. С учётом (8) интеграл по замкнутому контуру связан с искомыми интегралами выражения (4) соотношением

$$\oint_c d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi) = (1 - \mathrm{ch}(2\pi\, mr))\, 2 \int_0^{+\infty} d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi). \quad (9)$$

Левую часть этого равенства можно вычислить, используя теорему о вычетах:

$$\oint_c d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi) = 2\pi i \sum_n \mathrm{Res}\left[\cos(\chi_n mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi_n)\right]. \quad (10)$$

После преобразований интегралы выражения (4) могут быть записаны в виде

$$\int_0^{+\infty} d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi) = -\frac{\pi i}{2\,\mathrm{sh}^2(\pi mr)} \sum_n \mathrm{Res}\left[\cos(\chi_n mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi_n)\right], \quad (11)$$

где быстроты χ_q удовлетворяют условию (6).

Окончательно получим следующее выражение для функции Грина в релятивистском конфигурационном представлении

$$G_{(2)}(\chi_q, r, r') = G_{(2)}(\chi_q, r_d) - G_{(2)}(\chi_q, r_u), \tag{12}$$

$$G_{(2)}(\chi_q, r) = -\frac{m}{\pi}\int_0^\infty d\chi \cos(\chi mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi) = i\,m\frac{\sum_n \mathrm{Res}\left[\cos(\chi_n mr) G_{(2)}(\chi_q, \chi_n)\right]}{2\,\mathrm{sh}^2(\pi mr)}. \tag{13}$$

В уравнении (12) введена замена $r_d = r - r'$, $r_u = r + r'$.

Конечное выражение для функции Грина уравнения Кадышевского ($j = 2$) может быть найдено путём вычисления вычетов в полюсах первого порядка и имеет следующий вид:

$$G_{(2)}(\chi_q, r) = \frac{1}{4m\,\mathrm{ch}\chi_q\,\mathrm{ch}\left(\frac{\pi mr}{2}\right)} - \frac{i}{m\,\mathrm{sh}(2\chi_q)}\frac{\mathrm{sh}\left[(\pi + i\chi_q)mr\right]}{\mathrm{sh}(\pi mr)}. \tag{14}$$

В случае действительных отрицательных значений быстроты функция Грина может быть представлена как

$$G'_{(2)}(\chi_q, r) = \frac{1}{4m\,\mathrm{ch}\chi_q\,\mathrm{ch}\left(\frac{\pi mr}{2}\right)} - \frac{i}{m\,\mathrm{sh}(2\chi_q)}\frac{\mathrm{sh}\left[(-\pi + i\chi_q)mr\right]}{\mathrm{sh}(\pi mr)}. \tag{15}$$

Функция (15) отличается от известной функции (14) знаком перед π. В этом особом случае функция Грина оказывается чётной по отношению к вещественной части быстроты χ_q.

Продолжая рассмотрение полюсов функции Грина (2), заметим, что при чисто мнимых значениях χ_q может происходить вырождение полюсов функции Грина. Так, например, при значениях быстроты $\chi_q = i\frac{\pi}{2}, \chi_q = i\frac{3\pi}{2}$ происходит вырождение полюсов функции Грина уравнения Кадышевского и число полюсов уменьшается вдвое, а их порядок увеличивается до второго.

Рассматриваемая функция Грина в таком случае равна

$$G_{(2)}\left(i\frac{\pi}{2}, r\right) = G'_{(2)}\left(i\frac{3\pi}{2}, r\right) = -\frac{r}{4\,\mathrm{ch}\left(\frac{\pi mr}{2}\right)}. \tag{16}$$

При значении быстроты $\chi_q = i\pi$ происходит частичное вырождение полюсов функции Грина (2), а сама функция принимает следующий вид

$$G_{(2)}(i\pi, r) = \frac{1}{2m\,\mathrm{sh}(\pi mr)}\left[mr - \mathrm{sh}\left(\frac{\pi mr}{2}\right)\right]. \tag{17}$$

Функции (16) и (17) также могут быть получены путём раскрытия неопределённости вида (0/0) функции (14) при соответствующих значениях быстроты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гришечкин, Ю. А. Метод комплексного поворота для двухчастичных уравнений в импульсном представлении и резонансные состояния / Ю. А. Гришечкин, М. С. Данильченко, В. Н. Капшай // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 3(20). – С. 21–25.

2. Kadyshevsky, V. G. Quasipotential type equation for there lativistics cattering amplitude / V. G. Kadyshevsky // Nucl. Phys. – 1968. – Vol. B6, № 1. – P. 125–148.

3. Lazauskas, R. Application of the complex scaling method in quantum scattering theory: habilitation thesis / R. Lazauskas. – Strasbourg, 2019. – 133 p.

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ОХЛАЖДЕНИЯ МОЩНОЙ МАТРИЦЫ СВЕТОДИОДОВ С ПОМОЩЬЮ РАДИАТОРА ВОЗДУШНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

В. И. Гладковский, В. В. Борушко

Учреждение образования «Брестский государственный технический университет», г. Брест, Республика Беларусь

Рабочие параметры светодиодов в большой степени зависят от температуры. При возрастании температуры прямое напряжение p-n перехода светодиода уменьшается, что может приводить к ухудшению работоспособности и разрушению схемы. Перечисленные факторы приводят к необходимости установления жестких ограничений на рабочий диапазон температур светодиодных элементов, создания специальных цепей температурной защиты и совершенствования способов отвода тепла [1]. Объектом данного исследования являлась светодиодная матрица размерами $1{,}5 \cdot 0{,}6$ см^2, расположенная на алюминиевой подложке. Для повышения эффективности охлаждения светодиодная матрица изначально помещалась в стеклянную трубку с прокачиваемой по ней насосом охлаждающей жидкостью, в качестве которой использовался этиловый спирт [2–5]. Цель работы заключалась в оценке возможности охлаждения рассматриваемой матрицы светодиодов с помощью воздушного радиатора и соответствующий расчёт.

Для проведения вычислений задаём следующие исходные данные:

$\Theta_p = 330$ К – средняя температура основания радиатора;

$Z = 31$ – число ребер радиатора;

$B = 0{,}025$ м – размер радиатора поперёк рёбер;

$H = 0{,}03$ м – высота ребра радиатора;

$L = 0{,}085$ м – размер радиатора вдоль ребра;

$\delta = 0{,}0005$ м – толщина ребра;