

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Брестский политехнический институт

**Кафедра автоматизации технологических
процессов и производств (АТП и П)**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения расчетно-графической работы
« Электрические цепи однофазного и
трехфазного переменного тока » для
студентов специальностей Т19.01, Т19.02,
Т19.06, С04.02, 29.08.

Брест 1999

В расчетно-графическую работу (РГР) № 1 включены задания по двум разделам курса:

«Электрические цепи однофазного переменного тока» и «Электрические цепи трехфазного переменного тока».

РГР способствует усвоению и закреплению курса, развивает навыки самостоятельной работы и подготовки студентов.

Настоящие методические указания включают в себя краткие теоретические сведения по теории электрических цепей, методы расчета электрических цепей, числовые примеры.

При составлении отчета по РГР студенты должны руководствоваться рекомендациями данных методических указаний и требований инструкций института по оформлению студенческих работ.

СОДЕРЖАНИЕ

I	Введение	4
II	Расчет электрической цепи однофазного переменного тока	5
III	Трехфазные цепи переменного тока	10
IV	Расчет электрической цепи трехфазного переменного тока	12
V	Литература	20
VI	Приложение 1. Исходные данные для расчета однофазной цепи переменного тока	
VII	Приложение 2. Исходные данные для расчета трехфазной цепи переменного тока	

1. ВВЕДЕНИЕ.

Аналитический расчет электрических цепей переменного тока с применением тригонометрических функций весьма трудоёмкий. Расчеты значительно упрощаются, если синусоидально изменяющиеся во времени величины изображать посредством комплексных чисел (векторов).

При этом расчеты производятся с должной математической строгостью, что обеспечивает высокую точность результатов при сохранении наглядности, свойственной графическим методам расчета. Расчет электрических цепей с применением комплексных чисел условно называют символическим методом, т.к. форма представления параметров электрической цепи в любом виде не может представлять собой метод расчета. Представление параметров цепи в комплексной форме позволяет лишь рассчитывать цепи переменного тока по законам и методам цепей постоянного тока!?!

Представление параметров электрической цепи в комплексной форме осуществляется следующим образом: в декартовой системе координат в

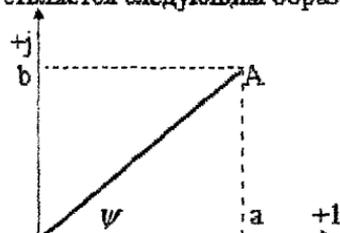


Рис. 1. Комплексное число в декартовой системе координат

положительном направлении оси абсцисс откладываются положительные действительные составляющие комплексного числа. Соответственно, отрицательные действительные составляющие откладываются в противоположном направлении. На положительной оси ординат (ось j) откладываются положительные мнимые составляющие комплексного числа.

К примеру функцию $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$

можно изобразить вектором \underline{I} на комплексной плоскости (рис. 1), который можно записать в комплексной форме:

$$\underline{I} = I e^{j\psi} = I(\cos \psi + j \sin \psi) = a + jb, \text{ где:}$$

$\underline{I} = I_m / \sqrt{2}$ - модуль вектора, равный действующему значению тока;

ψ - аргумент, равный начальной фазе тока;

a и b - проекции вектора на действительную и мнимую оси.

Геометрически (рис. 1) эти величины связаны соотношениями:

$$a = I \cos \psi; b = I \sin \psi; I = \sqrt{a^2 + b^2}; \psi = \arctg(b / a)$$

Форму представления $\underline{I} = a + jb$ называют алгебраической,

$\underline{I} = I(\cos \psi + j \sin \psi)$ - тригонометрической,

$\underline{I} = Ie^{j\psi}$ - показательной. Переход от одной формы к другой, например от алгебраической к тригонометрической, осуществляется по приведённым соотношениям. Переход к показательной и обратно по формуле Эйлера

$$e^{j\psi} = \cos \psi + j \sin \psi$$

Использование различных форм записи комплексных чисел обусловлено удобством выполнения арифметических операций над ними. Так сложение и вычитание комплексных чисел проще выполнять в алгебраической форме; умножение и деление - в показательной.

Комплексное число условно обозначается дополнительной чертой под буквенным символом. Например: комплекс тока \underline{I} , комплекс сопротивления \underline{Z} и т.д.

Действия над комплексными числами выполняются по известным правилам:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = (a_2 + jb_2) + (a_3 + jb_3) = a_2 + a_3 + j(b_2 + b_3) = a_1 + jb_1;$$

Графически это действие выполняется по правилу сложения векторов.

$$\underline{U} = \underline{I}\underline{Z} = Ie^{j\psi} \cdot Ze^{j\psi_1} = IZe^{j(\psi + \psi_1)} = Ue^{j\varphi}$$

При построении векторных диаграмм необходимо учитывать, что положительные углы ψ откладываются против часовой стрелки от оси +1 и наоборот. Несмотря на то, что положение векторов на диаграмме определяется углами ψ_i относительно осей координат, их взаимное положение определяется сдвигом фаз - $\varphi = \psi_1 \pm \psi_2$, который не зависит от начала координат. Поэтому при построении и использовании векторной диаграммой наличие системы координат не обязательно, т.к. она создает только дополнительные трудности. При построении векторных диаграмм токов и напряжений целесообразно их совмещать, что позволяет сразу определять характер нагрузки цепи (ветви). В состав РГР №1 входит расчет одно- и трехфазной цепи.

П. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель расчета состоит в определении токов и напряжений в потребителях (резисторы, катушки индуктивности, конденсаторы) при заданных их параметрах, ЭДС источников и схемы включения с использованием комплексных чисел.

Для расчета задается однофазная цепь с n узлами (1, 2, ..., n), с m ветвями (прил. 1). Необходимо так разместить узлы, чтобы ветви не пересекались (см. рис.2), включив в ветви заданные нагрузки и ЭДС. Направление ЭДС принимается в соответствии с нумерацией узлов в индексе. Например, E_{52} - от узла 5 к узлу 2.

Порядок расчета.

1. Записать заданные ЭДС (табл.1) в комплексной форме.

$$\underline{e}_{kl} = \underline{E}_{kl} e^{\pm j\psi_{kl}}; \quad \underline{E}_{dl} = E_{dl} e^{\pm j\psi_{kl}}$$

2. Определить реактивные сопротивления ветвей.

$$X_{L_i} = 2\pi f L_i; \quad X_{C_i} = 1/(2\pi f C_i)$$

3. Выделить узловые точки цепи и преобразовать цепь в эквивалентную с 3-мя ветвями (рис.2), где

$$\underline{Z}_1 = \sum_1^n R_i \pm \sum_1^k jX_{L_i}; \quad \underline{Z}_2 = \sum_1^n R_i \pm \sum_1^k jX_{C_i}; \quad \underline{Z}_3 = \sum_1^n R_i \pm \sum_1^k jX_{L_i}$$

4. Определить проводимости ветвей.

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1}; \quad \underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2}; \quad \underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3}$$

5. Определить условно положительные направления ЭДС и токов. (Направления токов выбирать произвольные).

6. Выбрать метод расчёта.

7. Составить систему уравнений по 1 и 2 законам Кирхгофа

$$\left. \begin{array}{l} \sum_1^n \underline{I}_i = 0 \quad \text{узел } I \\ \sum_1^k \underline{E}_i = \sum_1^m \underline{I}_i \underline{z}_i \quad \text{контур } I \\ \sum_1^l \underline{E}_j = \sum_1^p \underline{I}_j \underline{z}_j \quad \text{контур } II \end{array} \right\}$$

8. Определить токи ветвей, исходя из системы уравнений, составленных по законам Кирхгофа. Решение системы уравнений можно выполнить путем подстановок или использовать ЭВМ, при наличии стандартной подпрограммы для системы линейных уравнений. В последнем варианте решение дается в общем виде, а результаты расчета представляются в виде машинной распечатки.

9. Определить модули действующих значений токов и напряжений ветвей.
10. Построить векторную диаграмму токов и напряжений в принятых масштабах, которые выбираются отдельно для токов и напряжений таким образом, чтобы векторную диаграмму можно было разместить на отдельном листе отчёта по РГР и вместе с тем, чтобы она позволяла получить необходимую точность измерения даже минимальных векторов.
11. По результатам расчета определить распределение токов и напряжений в исходной схеме (рис.2), а также записать мгновенные значения токов и напряжения для эквивалентной цепи (рис.3).

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t \pm \psi_1)$$

$$i_2 = \sqrt{2}I_2 \sin(\omega t \pm \psi_2)$$

$$i_3 = \sqrt{2}I_3 \sin(\omega t \pm \psi_3)$$

$$U_{AB} = \sqrt{2}U_{AB} \sin(\omega t \pm \psi_{AB})$$

$$\underline{U}_{C41} = \underline{I}_{ij} X_{C41}; \quad \underline{U}_{C52} = \underline{I}_{ij} X_{C52};$$

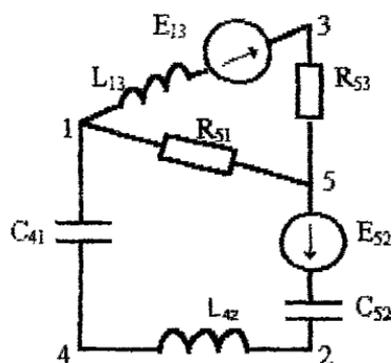
$$\underline{U}_{L42} = \underline{I}_{ij} X_{L42}; \quad \underline{U}_{L13} = \underline{I}_{3j} X_{L13};$$

$$\underline{U}_{R53} = \underline{I}_3 R_{53}; \quad \underline{U}_{R53} = \underline{U}_{15}.$$

12. Результаты расчетов свести в таблицу.

Пример расчета. Рис. 2.

Исходные данные прил. 1, вар. 216.



$$e_{13} = 150 \sin(\omega t - 150) \text{ В}$$

$$e_{52} = 130 \sin(\omega t - 130) \text{ В}$$

$$R_{51} = 30 \text{ Ом}; \quad R_{53} = 10 \text{ Ом}$$

$$L_{13} = 40 \text{ мГн}; \quad L_{42} = 70 \text{ мГн}$$

$$C_{41} = 100 \text{ мкФ}; \quad C_{52} = 150 \text{ мкФ}$$

$$f = 50 \text{ гц}$$

Рис.2. Электрическая цепь по вар. 216.

1. Записать ЭДС в комплексной форме.

$$\underline{E}_{13} = E_{13} e^{-j150} = 106,38 e^{-j150} = (-92,13 - 53,19j) \text{ В}$$

$$\underline{E}_{52} = 92,2 e^{-j130} = (-59,26 - 70,63j) \text{ В}$$

2. Определить реактивные сопротивления ветвей.

$$X_{L13} = 2\pi f L_{13} = 2\pi 50 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 12,56 \text{ Ом}$$

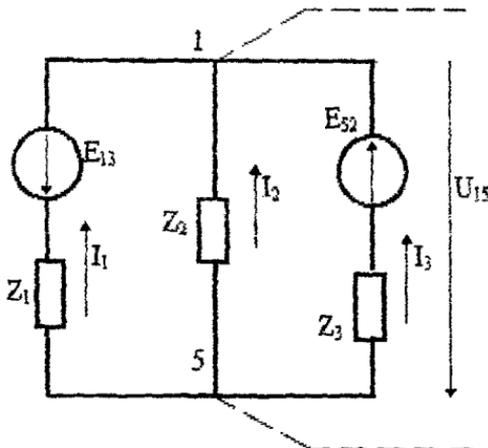
$$X_{L42} = 2\pi f L_{42} = 2\pi 50 \cdot 70 \cdot 10^{-3} = 22 \text{ Ом}$$

$$X_{C41} = \frac{1}{2\pi f C_{41}} = \frac{10^6}{2\pi 50 \cdot 100} = 31,85 \text{ Ом}$$

$$X_{C52} = \frac{1}{2\pi f C_{52}} = \frac{10^6}{2\pi 50 \cdot 150} = 21,23 \text{ Ом}$$

3. Выделить узловые точки 1 и 5 в эквивалентной цепи рис.3.

В эквивалентной цепи:



$$\underline{Z}_1 = R_{53} + jX_{L13} = R_1 + jX_{L1} = (10 + j12,56) \text{ Ом} = 16,05 e^{j51,5} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_2 = R_{51} = R_2 = 30 \text{ Ом}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_3 &= -jX_{C41} - jX_{C52} + jX_{L42} = \\ &= -31,85j - 21,23j + 22j = \\ &= -31,1j \text{ Ом} = 31,1 e^{-j90} \text{ Ом} \end{aligned}$$

Рис.3. Эквивалентная электрическая цепь

4. Определить проводимости ветвей:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = 0,0623 e^{-j51,5} \text{ см}; \quad \underline{Y}_2 = G_2 = \frac{1}{R_2} = 0,0333 \text{ см}$$

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3} = 0,0322 e^{j90} \text{ см}$$

5. Задать положительные направления ЭДС и токов ветвей.

6. При наличии в схеме двух узлов, выбираем метод узловых напряжений.

7. Определить узловое напряжение U_{15}

$$\underline{U}_{15} = (-E_{13}Y_1 + E_{32}Y_3) / (Y_1 + Y_2 + Y_3) = (-106,38e^{-j150} \cdot 0,062e^{-j51,5} + 92,2e^{-j130} \cdot 0,032e^{j90}) / (0,062e^{-j51,5} + 0,033 + 0,032e^{j90}) = 128e^{-j14} \text{ В}$$

8. Определить токи ветвей.

$$-E_{13} = \underline{I}_1 Z_1 + \underline{U}_{15}; \quad \underline{I}_1 = -(E_{13} + \underline{U}_{15}) Y_1 = -(106,38 e^{-j150} + 128e^{-j14}) * 0,062e^{-j51,5} = -5,63e^{-j120,5} \text{ А}$$

$$0 = \underline{I}_2 Z_2 + \underline{U}_{15}; \quad \underline{I}_2 = -\underline{U}_{15} Y_2 = -128e^{-j14} \cdot 0,033 = -4,24e^{-j14} \text{ А}$$

$$\underline{E}_{32} = \underline{I}_3 Z_3 + \underline{U}_{15}; \quad \underline{I}_3 = (\underline{E}_{32} - \underline{U}_{15}) Y_3 = (92,2e^{-j130} - 128e^{-j14}) \cdot 0,032e^{j90} = 6,02e^{-j77} \text{ А}$$

9. Определить модули действующих значений токов и напряжений.

$$I_1 = 5,63 \text{ А} \quad I_2 = 4,24 \text{ А} \quad I_3 = 6,02 \text{ А} \quad U_{15} = 128 \text{ В}$$

10. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

В соответствии с расчетом на комплексной плоскости откладываем вектор напряжения U_{15} в масштабе $m_u = 20 \text{ В/см}$, масштаб тока $m_I = 1 \text{ А/см}$.

Векторная диаграмма токов должна представлять собой систему взаимосвязанных векторов (в соответствии с I законом Кирхгофа $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$), а не пучок векторов.

$$\varphi_1 = \psi_Z$$

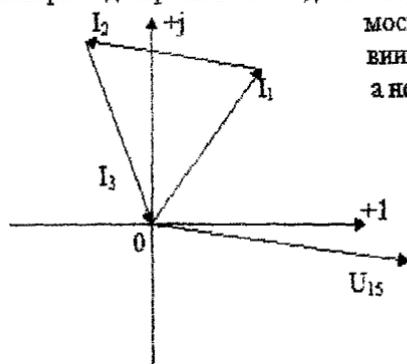


Рис. 4. Векторная диаграмма I_1 и U_{15} .

11. Записать мгновенные значения токов и напряжений.

$$u_{15} = \sqrt{2} U_{15} \sin(\omega t + \psi_{15}) = \sqrt{2} \cdot 128,5 \cdot \sin(\omega t - 14^\circ) = 181,2 \sin(\omega t - 14^\circ) \text{ В}$$

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - 120^\circ) = \sqrt{2} \cdot 5,63 \sin(\omega t - 120^\circ) \text{ А}$$

$$i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t - 14^\circ) = \sqrt{2} \cdot 4,24 \sin(\omega t - 14^\circ) \text{ А}$$

$$\underline{U}_{c41} = \underline{I}_{ij} X_{c41} = 5,63e^{j59,5} \cdot 31,85e^{-j90} \approx 179,9e^{-j30,5} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_{L42} = \underline{I}_{ij} X_{L42} = 5,63e^{j59,5} \cdot 22e^{j90} \approx 123,9e^{j149,5} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_{c52} = \underline{I}_{1j} X_{c52} = 5,63e^{j59,5} \cdot 21,23e^{-j90} \approx 119,9e^{-j30,5} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_{L13} = \underline{I}_{3j} X_{L13} = 6,02e^{-j77} \cdot 12,56e^{j90} \approx 75,6e^{j13} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_{R53} = \underline{I}_3 R_{53} = 6,02e^{-j77} \cdot 10 = 60,2e^{-j77} \text{ В.}$$

Потребитель	C_{41}	L_{41}	C_{52}	R_{51}	L_{13}	R_{53}
I_i [A]	5,63	5,63	5,63	4,24	6,02	6,02
U_i [В]	179,9	123,9	119	128	75,6	60,2

III. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.

Трёхфазной называется электрическая цепь, в которой действует три синусоидальные ЭДС, имеющие одинаковую частоту и амплитуду, но сдвинутые по фазе относительно друг друга, на 120° .

Мгновенные значения ЭДС трёхфазной цепи определяются выражениями:

$$e_A = E_m \sin(\omega t + \psi)$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t + \psi - 120^\circ)$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t + \psi - 240^\circ)$$

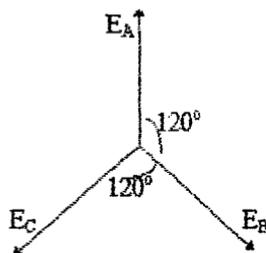
Комплексные выражения ЭДС имеют вид:

$$\underline{E}_A = E e^{j\psi}; \quad \underline{E}_B = E e^{j(\psi - 120^\circ)}; \quad \underline{E}_C = E e^{j(\psi - 240^\circ)}$$

где $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$ - действующее значение ЭДС.

Вектора ЭДС образуют симметричную трёхлучевую звезду при любых нагрузках (рис. 5).

Простейшая трёхфазная цепь состоит из трёхфазного генератора и потре-



бителей, соединённых проводами трёхфазной линии передачи. Фазы генератора и потребителей могут быть соединены по схеме звезда или треугольник, а вся цепь (источник и потребитель) может быть выполнена в сочетании «звезда-звезда» (рис. 6) или «звезда-треугольник» (рис. 7).

Рис. 5. Векторная диаграмма ЭДС источника.

В зависимости от соотношения нагрузок в фазах по величине и характеру они могут быть: равномерные - одинаковые по величине ($r_A = x_{LB} = x_{CA} = r_C$) и т.д.; однородные - одинаковые по характеру ($x_A = x_B = x_C, r_A = r_B = r_C, \psi_A = \psi_B = \psi_C$); симметричные - одинаковые и по величине и по характеру $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$ для «звезды» (рис.6); $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA}$ для «треугольника» (рис.7)

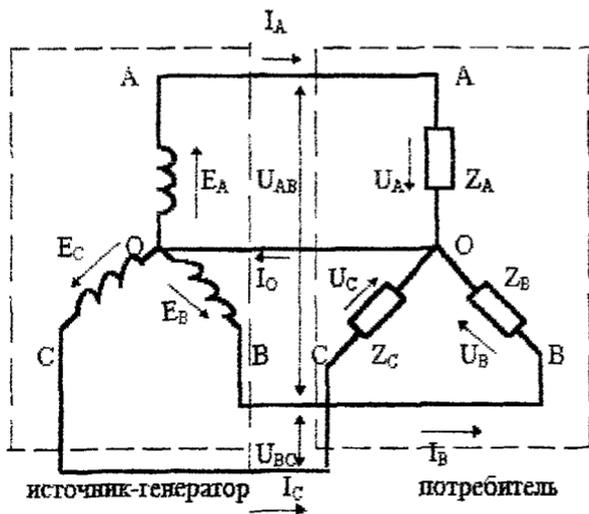


Рис.6. Трёхфазная цепь по схеме «звезда-звезда»

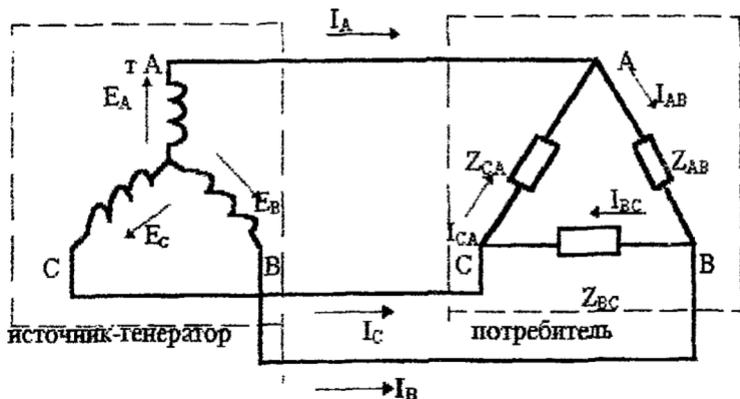


Рис.7. Трёхфазная цепь по схеме «звезда-треугольник»

При этом принимается: $U_{\Phi i} \approx E_{\Phi i}$; а линейные напряжения, токи согласно I закону Кирхгофа будут:

$$\text{а) для схемы «звезда»} \quad \begin{aligned} U_L &= U_{\Phi i} - U_{\Phi j} \\ I_L &= I_{\Phi} \end{aligned}$$

$$\text{в) для схемы «треугольник»} \quad \begin{aligned} U_L &= U_{\Phi} \\ I_L &= I_{\Phi i} - I_{\Phi j} \end{aligned}$$

IV. РАСЧЁТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ТРЁХФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.

При расчёте и анализе трёхфазных цепей используются понятия линейных и фазных напряжений и токов.

Фазными называют напряжения и токи, имеющиеся в фазах генератора или потребителя. Токи в линейных проводах и напряжения между ними называют линейными (см. рис.5,6). Модули линейных и фазных величин обозначаются $U_L (U_{AB}, U_{BC}, U_{CA})$, $I_L (I_A, I_B, I_C)$ и $U_{\Phi} (U_A, U_B, U_C)$, $I_{\Phi} (I_{AB}, I_{BC}, I_{CA})$ соответственно.

Расчёт трёхфазной цепи в объёме расчётно-графической работы сводится к определению фазных и линейных напряжений и токов потребителей.

Расчёт токов и напряжений в трёхфазной цепи осуществляется для каждой фазы отдельно (при несимметричной нагрузке) и для одной фазы при симметричной нагрузке, аналогично однофазной цепи, а ток в нулевом проводе определяется из уравнения по I закону Кирхгофа:

$$I_0 = I_A + I_B + I_C \text{ (для схемы «звезда»)}.$$

Комплекс полной мощности определяется в виде:

$$\tilde{S}_{\Phi} = I_{\Phi} \cdot \dot{U}_{\Phi} = P \pm jQ, \text{ где}$$

$\dot{U}_{\Phi} = U_R - jU_X$ - сопряжённый комплекс напряжения, если

$\underline{U}_{\Phi} = U_R + jU_X$ - это прямой комплекс и наоборот.

P_{Φ} - активная составляющая мощности фазы,

Q_{Φ} - реактивная составляющая мощности фазы.

$$P_{\Phi} = S \cos \varphi_{\Phi}; \quad Q_{\Phi} = S \sin \varphi_{\Phi}; \quad S_{\Phi} = \sqrt{P_{\Phi}^2 + Q_{\Phi}^2};$$

Мощность всей цепи будет:

$$P = \sum_1^3 P_{\Phi i}; \quad Q = \sum_1^3 Q_{\Phi i}; \quad S = \sum_1^3 S_{\Phi i};$$

Коэффициент мощности можно определить из любого соотношения.

$$\cos \varphi_{\Phi} = \frac{R_{\Phi}}{Z_{\Phi}} = \frac{P_{\Phi}}{S_{\Phi}};$$

Векторная диаграмма для трёхфазной цепи строится в следующей последовательности

$U_{\Phi} \rightarrow U_{Л} \rightarrow I_{\Phi} \rightarrow I_{Л} \rightarrow (I_0 - \text{для звезды})$. При этом удобнее строить и пользоваться так называемой топографической векторной диаграммой, где каждой её точке соответствует определённая точка электрической цепи. Для построения топографической векторной диаграммы достаточно перенести вектора линейных напряжений параллельно исходному положению до совмещения точек А(начала) и В(конца) вектора U_{AB} (рис.8).

Пример расчёта трёхфазной цепи по схеме «звезда». Рис. 6.

Исходные данные для расчёта в прил. 2, вар. 216:

$$E_{\text{ма}}=200 \text{ В}; \quad r_A=30 \text{ Ом}, \quad C_A=50 \text{ мФ}, \quad L_A=60 \text{ мГн},$$

$$\psi_A = 30^\circ; \quad r_B=15 \text{ Ом}, \quad C_B=40 \text{ мФ}, \quad L_C=30 \text{ мГн},$$

$$f=50 \text{ Гц} \quad C_C=25 \text{ мФ}.$$

Для данной цепи требуется:

1. Определить фазные и линейные напряжения и токи $U_A, U_B, U_C, U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}, I_A, I_B, I_C$
2. определить ток в нулевом проводе I_0
3. построить топографическую векторную диаграмму
4. определить составляющие мощности фаз и цепи $P_{\Phi}, Q_{\Phi}, S_{\Phi}, P, Q, S$.
5. определить фазные коэффициенты мощности

$$\cos \varphi_A; \cos \varphi_B; \cos \varphi_C$$

Решение

1. Записать мгновенные значения ЭДС всех фаз:

$$\left. \begin{aligned} e_A &= 200 \sin(\omega t + 30^\circ) \\ e_B &= 200 \sin(\omega t - 90^\circ) \end{aligned} \right\}$$

$$e_C = 200 \sin(\omega t + 150^\circ)$$

Комплексы фазных ЭДС:

$$\underline{E}_A = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_A} = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{j30} = 141,84 e^{j30} \text{ В};$$

$$\underline{E}_B = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{-j90} = 141,84 e^{-j90} \text{ В};$$

$$\underline{E}_C = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{j150} = 141,84 e^{j150} \text{ В}$$

$$U_A \approx E_A; \quad U_B \approx E_B; \quad U_C \approx E_C$$

2. Определить комплексы линейных напряжений по II закону Кирхгофа

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B = 141,84 e^{j30} - 141,84 e^{-j90} = 122,83 + 70,92j + 141,84j = 122,83 + 212,76j = 245,7 e^{j60} \text{ В}$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C = 141,84 e^{-j90} - 141,84 e^{j150} = -141,84j + 122,84 - 70,92j = 122,84 - 212,76j = 245,7 e^{-j60} \text{ В}$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A = 141,84 e^{j150} - 141,84 e^{j30} = -122,84 + 70,92j - 122,83 - 70,92j = -245,7 e^{-j0} \text{ В}$$

3. Определить комплексы сопротивлений потребителей

$$\underline{Z}_A = r_A + j(X_{LA} - X_{CA}) = 30 + j(18,84 - 63,69) = (30 - j44,85) = 53,95 e^{-j56,22} \text{ Ом}$$

$$X_{LA} = 2\pi f L_A = 2\pi * 50 * 60 * 10^{-3} = 18,84 \text{ Ом}$$

$$X_{CA} = 1 / (2\pi f C_A) = 10^6 / (2\pi 50 * 50) = 63,69 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_B = 15 - jX_{CB} = (15 - j79,62) = 81 e^{-j79,3} \text{ Ом}$$

$$X_{CB} = 10^6 / (2\pi 50 * 40) = 79,62 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_C = (X_{LC} - X_{CC})j = (9,42 - 31,8)j = -22,38j = 22,38 e^{-j90} \text{ Ом}$$

4. Определить комплексы фазных токов потребителей (они же линейные токи для данной схемы)

$$\underline{I}_A = \underline{U}_A / \underline{Z}_A = 141,84 e^{j30} / 53,95 e^{-j56,22} = 2,63 e^{j86,22} = (0,173 + 2,62j) \text{ А}$$

$$\underline{I}_B = \underline{U}_B / \underline{Z}_B = 141,84 e^{-j90} / 81 e^{-j79,3} = 1,75 e^{-j10,7} = (1,72 - 0,325j) \text{ А}$$

$$\underline{I}_C = \underline{U}_C / \underline{Z}_C = 141,84 e^{j150} / 22,38 e^{-j90} = 6,34 e^{j120} = (-3,17 - 5,49j) \text{ А}$$

5. Определить комплекс тока в нулевом проводе

$$I_0 = I_A + I_B + I_C = 0,173 + 2,62j + 1,72 - 0,395j - 3,17 - 5,49j = (-1,277 - 3,195j) = 3,44e^{-j111,8} \text{ A}$$

6. Определить комплексы составляющих и полной мощности фаз и цепи

$$S_{\#A} = I_A U_{\#A} = P_A + jQ_A = 2,63e^{j86,22} 141,84e^{-j30} = 373,04e^{j56,22} = (207,4 + 310,06j) \text{ ВА}$$

$$S_{\#B} = I_B U_{\#B} = P_B + jQ_B = 1,75e^{-j10,7} 141,84e^{j90} = 248,22e^{j79,3} = (46,09 + 243,9j) \text{ ВА}$$

$$S_{\#C} = I_C U_{\#C} = P_C + jQ_C = 6,34e^{j240} 141,84e^{-j150} = 899,26e^{j90} = 899,26j \text{ ВА}$$

$$P = P_A + P_B + P_C = 207,4 + 46,09 = 253,49 \text{ Вт,}$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = 310,06 + 243,9 + 899,26 = 1453,22 \text{ ВАр,}$$

$$S = S_A + S_B + S_C = 373,04 + 248,22 + 899,26 = 1520,52 \text{ ВА}$$

7. Определить коэффициенты мощности в фазах

$$\cos \varphi_A = \frac{r_A}{Z_A} = \frac{P_A}{S_A} = \frac{30}{53,95} = 0,556 (\text{ёмкостный, } \varphi_A < 0)$$

$$\cos \varphi_B = \frac{r_B}{Z_B} = \frac{15}{81} = 0,185 (\varphi_B < 0)$$

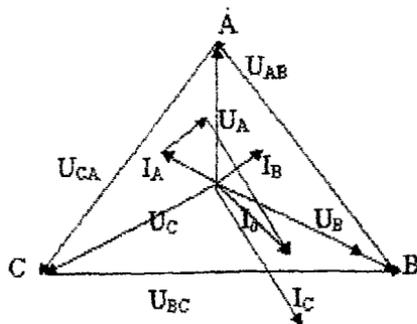
$$\cos \varphi_C = \frac{r_C}{Z_C} = \frac{0}{22,38} = 0 (\varphi_C = 0)$$

8. Результаты расчетов свести в табл.2.

Таблица 2.

Фаза	П а р а м е т р							
	$U_{\#}$ [В]	U_Q [В]	$I_{\#}$ [А]	$\cos \varphi$	$P_{\#}$ [Вт]	$Q_{\#}$ [ВАр]	$S_{\#}$ [ВА]	I_0 [А]
A	141,8	245,7	2,63	-0,556	207,4	310	373	3,44
B	141,8	245,7	1,75	-0,185	46,09	243,9	248,2	
C	141,8	245,7	6,34	0	-	899,3	899,3	
Σ					253,5	1453,2	1520,5	

9. Построить топографическую векторную диаграмму в принятых масштабах в следующей последовательности:



$$U_{\phi} \rightarrow U_{\text{л}} \rightarrow I_{\phi} \rightarrow I_0$$

$$M_U: 50 \text{ В/см}, \quad M_I: 2 \text{ А/см}$$

$$\varphi_A = \psi_Z = \psi_{UA} - \psi_{IA} =$$

$$= 30 - 86,22 = -56,22^\circ$$

$$\varphi_B = \psi_{ZB} = \psi_{UB} - \psi_{IB} =$$

$$= 90 + 10,7 = -79,3^\circ$$

$$\varphi_C = \psi_{ZC} = \psi_{UC} - \psi_{IC} =$$

$$= -210 + 120 = -90^\circ$$

Рис.8. Топографическая векторная диаграмма для расчета цепи

10. Начертить принципиальную электрическую схему трехфазной цепи (схема «звезда») с включенными приборами, измеряющими расчетные параметры (I , U , P , $\cos \varphi$).

Пример расчёта трёхфазной цепи по схеме «треугольник». Рис.7.

Исходные данные для расчета в прил. 2, вар. 218:

$$E_{\text{лAB}} = 100 \text{ В}; \quad \psi_{AB} = 10^\circ; \quad r_{AB} = 100 \text{ Ом}, \quad L_{AB} = 10 \text{ мГн}$$

$$f = 50 \text{ Гц}; \quad r_{BC} = 15 \text{ Ом}, \quad L_{BC} = 20 \text{ мГн}$$

$$r_{CA} = 20 \text{ Ом}, \quad C_{BC} = 10 \text{ мФ}$$

$$C_{CA} = 20 \text{ мФ}$$

Для данной цепи определить:

1. линейные (они же и фазные) напряжения U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} ;
2. фазные и линейные токи $I_{AB}, I_{BC}, I_{CA}, I_A, I_B, I_C$;
3. построить топографическую векторную диаграмму напряжений и токов;
4. составляющие мощности каждой фазы и всей цепи: $P_{AB}, P_{BC}, P_{CA}, Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CA}, S_{AB}, S_{BC}, S_{CA}, P, Q, S$;
5. Коэффициенты мощности каждой фазы: $\cos \varphi_{AB}, \cos \varphi_{BC}, \cos \varphi_{AC}$

Решение:

1. Записать мгновенные значения ЭДС всех фаз:

$$e_A = E_m \sin(\omega t + 10^\circ) = 100 \sin(\omega t + 10^\circ) \text{ В}$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 110^\circ) = 100 \sin(\omega t - 110^\circ) \text{ В}$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t - 230^\circ) = 100 \sin(\omega t - 230^\circ) \text{ В}$$

2. Записать комплексы фазных и линейных ЭДС:

$$\underline{E}_A = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{\pm j\psi_{AB}} = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{j10} = 70,922 e^{j10} =$$

$$= (69,84 + 12,32j) \text{ В}$$

$$\underline{E}_B = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j110} = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j110} = 70,922 e^{-j110} =$$

$$= (-24,25 - 66,64j) \text{ В}$$

$$\underline{E}_C = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j230} = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j230} = 70,922 e^{-j230} =$$

$$= (-45,58 + 54,32j) \text{ В}$$

$$\underline{E}_{AB} = \underline{E}_A - \underline{E}_B = 69,84 + 12,32j - (-24,25 - 66,64j) = 94,09 + 78,9j = 122,82 e^{j40} \text{ В}$$

$$\underline{E}_{BC} = \underline{E}_B - \underline{E}_C = -24,25 - 66,64j - (-45,58 + 54,32j) = 21,33 - 120,96j = 122,82 e^{-j80} \text{ В}$$

$$\underline{E}_{CA} = \underline{E}_C - \underline{E}_A = -45,58 + 54,32j - (69,84 + 12,32j) = -115,42 + 42j = 122,82 e^{-j200} \text{ В}$$

Принимаем: $U_{AB} \approx E_{AB}$; $U_{BC} \approx E_{BC}$; $U_{CA} \approx E_{CA}$

3. Определить комплексы сопротивлений приёмников в фазах.

$$\underline{Z}_{AB} = r_{AB} + jX_{AB} = (100 + j3,14) = 100,5 e^{j1,8} \text{ Ом}$$

$$X_{AB} = X_{LAB} - X_{CAB} = 3,14 \text{ Ом}$$

$$X_{LAB} = 2\pi f L_{AB} = 2\pi 50 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 3,14 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{BC} = r_{BC} + jX_{BC} = (15 - 312,19j) = 312,55 e^{-j87,25} \text{ Ом}$$

$$X_{BC} = X_{LBC} - X_{CBC} = 6,28 - 318,47 = -312,19 \text{ Ом}$$

$$X_{LBC} = 2\pi f L_{BC} = 2\pi 50 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 6,28 \text{ Ом}$$

$$X_{CBC} = 1 / (2\pi f C) = 10^6 / (2\pi 50 \cdot 10) = 318,47 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{CA} = r_{CA} + jX_{CA} = 20 - 159,24j = 160,49 e^{-j82,84} \text{ Ом}$$

$$X_{CA} = X_{LCA} - X_{CCA} = 0 - 159,24 = -159,24 \text{ Ом}$$

$$X_{CCA} = 1 / (2\pi f C_{CA}) = 10^6 / (2\pi 50 \cdot 20) = 159,24 \text{ Ом}$$

4. Определить комплексы фазных токов.

$$I_{AB} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB} = 122,82 e^{j40} / 100,5 e^{j1,8} = 1,222 e^{j38,2} = (0,96 + 0,76j) \text{ А}$$

$$\underline{I}_{BC} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}_{BC} = 122,82e^{-j80} / 312,55e^{j87,25} = 0,393e^{j7,25} = (0,39 + 0,050j) \text{ A}$$

$$\underline{I}_{CA} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z}_{CA} = 122,82e^{-j200} / 160,49e^{-j147,16} = 0,765e^{-j52,8} = (0,46 - 0,609j) \text{ A}$$

5. Определить комплексы линейных токов по уравнениям, составленным по I закону Кирхгофа для узлов А, В, С.

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}; \quad I_B = I_{BC} - I_{AB}; \quad I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = 0,96 + 0,76j - 0,46 + 0,61j = 0,50 + 1,37j = 1,45e^{j68} \text{ A}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = 0,39 - 0,05j - 0,96 - 0,76j = -0,57 - 0,81j = 0,98e^{-j126} \text{ A}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = 0,46 - 0,609j - 0,39 - 0,05j = 0,07 - 0,659j = 0,67e^{-j87} \text{ A}$$

6. Определить комплексы составляющих и полной мощности фаз и цепи.

$$\tilde{S}_{AB} = \underline{I}_{AB} \dot{U}_{AB} = P_{AB} \pm jQ_{AB} = 1,222e^{j38,2} \cdot 122,82e^{j40} =$$

$$= 150e^{j78,2} = (30,7 + 146,8j) \text{ ВА.}$$

$$\tilde{S}_{BC} = \underline{I}_{BC} \cdot \dot{U}_{BC} = P_{BC} \pm jQ_{BC} = 0,393e^{-j7,25} \cdot 122,82e^{-j80} =$$

$$= 48,3e^{-j87,25} = (2,3 - 48,2j) \text{ ВА.}$$

$$\tilde{S}_{CA} = \underline{I}_{CA} \cdot \dot{U}_{CA} = P_{CA} \pm jQ_{CA} = 0,765e^{-j52,8} \cdot 122,82e^{-j200} =$$

$$= 94e^{-j252,8} = (-27,8 + 89,8j) \text{ ВА.}$$

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = 30,7 + 2,3 + 27,8 = 60,8 \text{ Вт}$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 146,8 - 48,2 + 89,8 = 287 \text{ ВАр}$$

$$S = S_{AB} + S_{BC} + S_{CA} = 150 + 48,3 + 94 = 292,3 \text{ ВА.}$$

7. Определить коэффициенты мощности.

$$\cos \varphi_{AB} = \frac{r_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{P_{AB}}{S_{AB}} = \frac{10}{10,48} \approx 0,95 \text{ (индуктивный, } \varphi_{AB} > 0)$$

$$\cos \varphi_{BC} = \frac{r_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{15}{312,55} \approx 0,05 \text{ (ёмкостный, } \varphi_{BC} < 0)$$

$$\cos \varphi_{CA} = \frac{r_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{20}{160,49} \approx 0,125 \text{ (} \varphi_{CA} < 0)$$

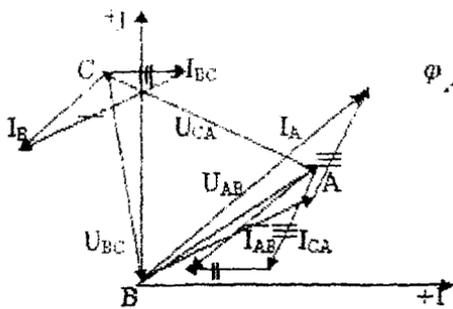
8. Результаты расчетов свести в табл.3.

Таблица 3

Фаза	П а р а м е т р						
	U [В]	I _φ [А]	I _Л [А]	Cos φ	P _φ [Вт]	Q _φ [ВАр]	S _φ [ВА]
AB	122,8	1,22	1,45	0,995	30,7	146,8	150
BC	122,8	0,39	0,98	-0,05	2,3	48,2	48,3
CA	122,8	0,76	0,67	-0,125	27,8	89,8	94
					60,8	287	292,3

9. Построить топографическую векторную диаграмму в последовательности

$U \rightarrow I_{\phi n} \rightarrow I_{Лн}$. Принимаем. $M_U=20$ В/см, $M_I=0,5$ А/см.



$$\varphi_{AB} = \psi_{ZAB} = \psi_U - \psi_I = 40 - 38,2 = 1,8^\circ$$

$$\varphi_{BC} = \psi_{ZBC} = \psi_U - \psi_I = -80 + 7,25 = -72,75^\circ$$

$$\varphi_{CA} = \psi_{ZCA} = \psi_U - \psi_I = -200 + 52,8 = -147,2^\circ$$

Рис.8. Топографическая векторная диаграмма для расчётной цепи.

10. Начертить принципиальную электрическую схему трехфазной цепи (схема «треугольник») с включенными потребителями и приборами, измеряющими расчетные параметры (I, U, P, Cos φ).

V. ЛИТЕРАТУРА

- 1 Борисов Ю.М., Липагов Д.Н. Электротехника М. «Энергоатомиздат», 1985 г.
- 2 Электротехника. Под ред. В.Г Герасимова, М «Высшая школа», 1985 г.
- 3 Электротехника. Под общей ред. проф. Фёдоровой И.А. Мн «Высшая школа», 1986

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Составители: Клопоцкий Анатолий Васильевич
Овсянников Герман Николаевич

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения расчетно-графической работы
«Электрические цепи однофазного и трехфазного переменного тока» для
студентов специальностей Т19.01, Т19.02, Т19.06, С04.02, 29.08

Ответственный за выпуск Овсянников Г.Н.

Редактор Строкач Т.В.

Подписано к печати 28.01.99 г. Формат 60×84/16. Бумага писчая № 1. Усл.
п. л. 1,1. Уч. изд. л. 1,25. Заказ № 205. Тираж 200 экз. Бесплатно.
Отпечатано **на ризографе** Брестского политехнического института. 224017,
г. Брест, ул. Московская, 267.