

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«БРЕСТКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Кафедра высшей математики**

## **Статистика**

**Задания и методические рекомендации**  
**по выполнению заданий из курса «Статистика»**  
**для студентов экономических специальностей**  
**заочной формы обучения**

**Брест 2011**

УДК 31

Работа содержит контрольные задания по курсу «Статистика». Решения типовых заданий, вопросы для самопроверки, подготовки к зачету и экзамену, данного курса, и методические указания по оформлению контрольной работы. Материалы данных рекомендаций могут быть использованы также на занятиях со студентами всех форм обучения.

**Составители:** Гусева С.Т., доцент  
Золотухина Л.С., старший преподаватель  
Шамовская Г.В., ассистент

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

### I. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ИТОВОМУ КОНТРОЛЮ (зачету по статистике)

1. Предмет, метод и задачи статистики.
2. Основные понятия и категории статистики: статистическая совокупность, единицы статистической совокупности, вариация, варьирующий признак. Статистический характер закономерностей и закон больших чисел.
3. Статистическое наблюдение (формы, виды и методы). Программа статистического наблюдения, принципы и правила ее разработки.
4. Сводка и статистическая группировка, их виды и применение.
5. Статистические таблицы, их классификация по подлежащему и сказуемому. Основные требования, предъявляемые к составлению статистических таблиц.
6. Статистические ряды распределения: дискретные и интервальные. Графическое изображение рядов распределения.
7. Абсолютные статистические величины. Понятие, виды, единицы измерения.
8. Относительные статистические величины. Понятие, виды, единицы измерения. База сравнения относительных величин.
9. Средние величины, их виды и способы исчисления. Простая и взвешенная средняя величина. Основные свойства средней арифметической величины.
10. Средние структурные величины. Мода и медиана дискретного и интервального рядов распределения.
11. Показатели вариационного анализа и их характеристики. Размах вариации, дисперсия, среднее линейное и квадратическое отклонение, коэффициент вариации.
12. Понятие и виды дисперсий. Правило сложения дисперсий.
13. Эмпирическое корреляционное отношение и коэффициенты детерминации.

### II. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

#### Указания о порядке выполнения контрольной работы

- Контрольная работа содержит 30 вариантов. Выбор варианта определяется для студентов последней цифрой их зачетной книжки.
- Приступить к выполнению контрольной работы только после проработки теоретического материала. Список рекомендуемой литературы приведен ниже.

#### Требования по оформлению контрольной работы

Выполненная контрольная работа должна соответствовать следующим требованиям:

- Задачи следует решать в том порядке, в каком они даны в задании.
- Перед решением задачи должно быть полностью приведено ее условие.
- Решение задач следует сопровождать необходимыми формулами, подробными расчетами и краткими пояснениями, правильно составлять и озаглавливать статистические таблицы, ясно именовать подлежащее и все колонки сказуемого; изображать графически.
- Произведенные расчеты нужно проверять взаимосвязью между численными показателями. Все расчеты относительных показателей нужно произво-

дить с принятой в статистике точностью до 0,001, а проценты до 0,1. Все именованные статистические показатели необходимо выражать в соответствующих единицах измерения.

- Необходимо четко формулировать выводы, раскрывающие экономическое содержание и значение исчисленных показателей.
- Указывать использованную литературу.
- Подписывать контрольную работу на титульном листе с указанием фамилии, имени, отчества, формы обучения, курса, группы, шифра, номера варианта.
- Работа должна быть выполнена и представлена на рецензирование в установленный срок.
- Выполненная контрольная работа регистрируется в журнале на кафедре и получает допуск к ее защите. Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются. Если выполнение контрольной работы вызывает затруднения, следует обратиться за устной консультацией на кафедре, в соответствии с графиком проведения консультаций.

### Задача 1.

По результатам летней сессии 2010 г., знания студентов всех форм обучения по статистике были оценены:

Таблица №1

Балл	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Всего
Число студентов	12+5N	18+5N	25+5N	30+5N	35+5N	33+5N	43+5N	27+5N	15+5N	10+5N	248+50N

где N – номер варианта студента.

Исходя из Вашего варианта:

1. Построить графическое изображение полученного ряда распределения студентов.
2. Определить моду и медиану данного распределения.
3. Определить абсолютные и относительные показатели данной вариации: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

### Задача 2.

Произвести аналитическую группировку 30 самых надежных среди малых и средних коммерческих банков одного из регионов, применяя метод группировок:

Таблица №2 – Основные показатели деятельности коммерческих банков одного из регионов на 01.01.2010 г. (цифры условные), млн. руб.

№ Банка	Капитал	Работающие активы	Уставной капитал	№ Банка	Капитал	Работающие активы	Уставной капитал
1	20710+2N	111708+4N	2351+6N	16	55848+2N	54435+4N	7401+6N
2	19942+2N	19850+4N	17469+6N	17	10344+2N	21430+4N	4266+6N
3	9273+2N	2556+4N	2626+6N	18	16651+2N	41119+4N	5121+6N
4	59256+2N	43587+4N	2100+6N	19	15762+2N	29771+4N	9998+6N
5	24654+2N	29007+4N	23100+6N	20	6753+2N	10857+4N	2973+6N
6	47719+2N	98468+4N	18684+6N	21	22421+2N	53445+4N	3415+6N
7	24236+2N	25595+4N	5265+6N	22	13614+2N	22625+4N	4778+6N
8	7782+2N	6154+4N	2227+6N	23	9870+2N	11744+4N	5029+6N
9	38290+2N	79794+4N	6799+6N	24	24019+2N	27333+4N	6110+6N
10	10276+2N	10099+4N	3484+6N	25	22969+2N	70229+4N	5961+6N

Продолжение таблицы №2

11	35862+2N	30005+4N	13594+6N	26	75076+2N	124204+4N	17218+6N
12	20702+2N	21165+4N	8973+6N	27	58200+2N	90367+4N	20454+6N
13	8153+2N	18663+4N	2245+6N	28	60653+2N	101714+4N	10700+6N
14	10215+2N	9115+4N	9063+6N	29	14813+2N	18245+4N	2950+6N
15	23459+2N	31717+4N	3572+6N	30	41514+2N	127732+4N	12092+6N

где N – номер варианта студента.

1. В качестве группировочного признака взять уставной капитал (признак X) и образовать четыре группы банков с равными интервалами. Результаты группировки занести в таблицу и определить общие итоги по совокупности единиц наблюдения по каждому показателю.
2. Произвести структурную группировку на основе полученных данных.
3. Произвести группировку данных коммерческих банков по двум признакам: величине капитала и работающих активов.

**Задача 3.**

Исходя из Вашего варианта, по выполненной группировке в задаче №2 п. 1):

1. Построить графическое изображение полученного ряда распределения студентов.
2. Определить моду и медиану данного распределения.
3. Определить абсолютные и относительные показатели данной вариации: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

**Задача 4.**

Используя выполненную группировку в задаче №2 п. 1), определите:

1. Общую дисперсию работающих активов (признак Y).
2. Среднюю из внутригрупповых дисперсий.
3. Межгрупповую дисперсию.
4. Проверьте правило сложения дисперсий.
5. Объясните смысл дисперсий.

**Задача 5.**

Используя полученные результаты в задаче №4, рассчитайте коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Объясните смысл полученных показателей.

**Задача 6.**

**Вариант 1.** Имеются следующие данные по остановкам предприятий и производств в промышленности Центрально-Черноземного района в сентябре 2008 г.:

Таблица №3

Область	Число предприятий, на которых имели место простои более одной смены	Потери рабочего времени, тыс. чел.-дней
Белгородская	61	124
Воронежская	103	286
Курская	57	211
Липецкая	67	131
Тамбовская	60	202

Определите средние потери рабочего времени на одно предприятие в целом по району.

**Вариант 2.** Распределение рабочих предприятия по тарифному разряду имеет следующий вид:

Таблица №4

Тарифный разряд	1	2	3	4	5	6
Число рабочих, чел.	2	3	26	74	18	4

Определите средний уровень квалификации рабочих предприятия.

**Вариант 3.** Результаты торгов на российских биржах 1 июля 2006 г. характеризуются следующими данными:

Таблица №5

Биржа	Курс доллара США, руб.	Объем продаж, млн долл.
Московская	5115	8,79
Санкт-Петербургская	5138	7,84
Самарская	5126	1,88
Уральская	5129	6,21
Ростовская	5137	0,55
Нижегородская	5125	0,03
Сибирская	5108	2,48

Рассчитайте средний курс доллара.

**Вариант 4.** Имеются следующие данные о стоимости коттеджей, предлагаемых к продаже в Подмоскowie и расположенных далее 30 км от МКАД (цены условные):

Таблица №6

Цена 1 м <sup>2</sup> , \$	2300-2400	2400-2500	2500-2600	2600-2700	2700-2800
Общая площадь, тыс. м <sup>2</sup>	29,4	20,5	7,3	7,0	4,0

Рассчитайте среднюю цену 1 м<sup>2</sup>.

**Вариант 5.** Имеются следующие данные по фермерским хозяйствам области:

Таблица №7

Группы хозяйств по себестоимости 1 ц сахарной свеклы, руб.	Число хозяйств	Валовой сбор в среднем на одно хозяйство, ц
До 22	32	111,3
22-24	58	89,7
24-26	124	113,5
26 и более	17	130,1

Определите среднюю себестоимость 1 ц свеклы в целом по фермерским хозяйствам области.

**Вариант 6.** Производственная деятельность одного из отделений корпорации за месяц характеризуется следующими данными:

Таблица №8

Предприятие	Общие затраты на производство, тыс. руб.	Затраты на 1 руб. произведенной продукции, коп.
1	2323,4	75
2	8215,9	71
3	4420,6	73
4	3525,3	78

Определите средние затраты на 1 руб. произведенной продукции в целом по отделению.

**Вариант 7.** По трем районам города имеются следующие данные (на конец года):

Таблица №9

Район	Число отделений «XXX» банка	Среднее число вкладчиков в отделение	Размер вклада, руб.
1	4	1376	275
2	9	1559	293
3	5	1315	268

Определите средний размер вклада в «XXX» банке в целом по городу.

**Вариант 8.** Качество продукции предприятия характеризуется следующими данными (за месяц):

Таблица №10

Вид продукции	Процент брака	Стоимость бракованной продукции, руб.
A	1,3	2135
B	0,9	3560
C	2,4	980

Определите средний процент брака в целом по предприятию.

**Вариант 9.** По результатам обследования сельхозпредприятий области получены следующие данные:

Таблица №11

Группы сельхозпредприятий по среднегодовому надою молока от одной коровы, кг	Число предприятий	Среднегодовое поголовье коров (на 1 сельхозпредприятие)	Процент жирности в молоке
До 2000	4	417	3,0
2000-2200	9	350	3,3
2200-2400	15	483	3,8
2400 и более	8	389	2,9

Определите средний надой молока на одну корову.

**Вариант 10.** По данным таблицы №11 определить среднюю жирность молока.

**Вариант 11.** Использование складских помещений города характеризуется следующими данными:

Таблица №12

Группы складских помещений по площади, тыс.м <sup>2</sup>	Число помещений	Общая занятая площадь, тыс.м <sup>2</sup>
До 5	3	5,2
5-10	21	108,0
10-15	17	163,6
15-20	9	101,2
20-25	5	65,3
25-30	3	40,6
30-35	4	55,4
35 и более	2	29,0

Вычислите средний процент загрузки складских помещений.

**Вариант 12.** Работа автокомбината за месяц характеризуется следующими данными:

Таблица №13

Автоколонна	Общие затраты на перевозку грузов, руб.	Средний месячный грузооборот автомашины, т/км	Себестоимость одного т/км, коп.
1	20286	4600	63

Продолжение таблицы №13

2	47628	5400	98
3	17820	4400	81

Определите по автокомбинату в целом среднюю себестоимость т/км.

**Вариант 13.** Используя данные таблицы №13, определите по автокомбинату в целом среднее число машин в автоколонне.

**Вариант 14.** Используя данные таблицы №13, определите по автокомбинату в целом средний месячный грузооборот автомашины.

**Вариант 15.** Имеются следующие данные реализации магазином партии апельсинового сока трех торговых марок:

Таблица №14

Торговая марка	Стоимость 1 л сока, тыс. р.	Общая выручка за 1 месяц, млн. руб.
Rich	4,1	250
Sandora	3,9	160
Фруктовый сад	3,2	60

Определить среднюю цену реализации 1 л сока по трем торговым маркам.

**Вариант 16.** Имеются следующие данные по 3 районам области:

Таблица №15

Номер района	Фактический объем продаж, ц.	Выполнение договора, %.
1	4866	105,6
2	1275	93,1
3	3615	120,5

Определить средний процент выполнения договоров по продаже зерна по районам.

**Вариант 17.** Имеются следующие данные по трем силикатным заводам:

Таблица №16

Номер завода	Себестоимость 1 тыс. кирпича, тыс. р.	Затраты на производство всего объема кирпича, тыс. р.
1	50	250000
2	40	160000
3	60	60000

Определить среднюю себестоимость одной тыс. кирпича по трем заводам.

**Вариант 18.** Имеются следующие данные по трем магазинам:

Таблица №17

Номер магазина	Выполнение годового плана товарооборота, %	Физический объем товарооборота, млн. р.
1	108	324
2	95	190
3	105	525

Определить средний процент выполнения плана товарооборота по трем магазинам.



**Вариант 19.** Имеются следующие данные по трем магазинам:

Таблица №18

Номер магазина	Выполнение годового плана товарооборота, %	Плановый объем товарооборота,
		млн. р.
1	110	200
2	105	500
3	98	300

Определить средний процент выполнения плана товарооборота по трем магазинам.

**Вариант 20.** Определите средний удельный вес (в %) бракованной продукции за I квартал по следующим данным:

Таблица №19

Показатель	январь	февраль	март
Выпуск годной продукции, млн. руб.	80	96	100
Удельный вес бракованной продукции, %	5,0	3,2	3,8

**Вариант 21.** Имеются следующие данные:

Таблица №20

Бригады	Фактический расход материалов, м		Доля отходов в общем расходе материалов, %
	на всю продукцию	на единицу продукции	
1	248	2,6	7
2	192	2,9	10
3	224	2,1	8

Определить средний фактический расход материалов на единицу продукции по всем бригадам.

**Вариант 22.** По данным таблицы №20 определить средний процент отходов в общем расходе материалов.

**Вариант 23.** Определите средний объем реализации на одного работника по совокупности объектов:

Таблица №21

Магазины	Фактический объем реализации, млн. ден. ед.	Средний объем реализации на одного работника, тыс. ден. ед.	Процент продавцов в общей численности работников
1	370	845	85
2	295	450	74
3	305	944	91

**Вариант 24.** Определите средний процент продавцов в общей численности работников по совокупности объектов, используя данные таблицы №21.

**Вариант 25.** Имеются следующие данные о работе автокомбината:

Таблица №22

Автоколонна	Общие затраты на перевозку грузов, руб.	Средний месячный грузооборот автомашины, т/км	Себестоимость одного т/км, руб.
1	20286	4600	0,63
2	47628	5400	0,98
3	17820	4400	0,81

Определить среднее число машин в автокомбинате.

**Вариант 26.** По металлургическому заводу имеются следующие данные об экспорте продукции:

Таблица №23

Вид продукции	Удельный вес продукции на экспорт, %	Стоимость всей реализованной продукции, тыс. руб.
Чугун	35,5	68200
Прокат листовой	22,8	75100

Определите средний удельный вес продукции на экспорт.

**Вариант 27.** Распределение численности работников региона по возрастным группам (в % к итогу) составило:

Таблица №24

Группы по возрасту, лет	Всего по региону	В том числе мужчин
До 20	9,7	8,8
20-30	13,2	12,3
30-40	29,5	29,0
40-50	27,7	27,4
50 и старше	19,9	22,5

Определить средний возраст работников, в том числе мужчин по региону.

**Вариант 28.** Имеются следующие данные по 3 районам области:

Таблица №25

Номер района	Посевная площадь, га	Урожайность, ц/га
1	4866	19,3
2	1275	25,1
3	3615	20,5

Определить среднюю урожайность зерна по трем районам.

**Вариант 29.** Имеются следующие данные по 3 фермам:

Таблица №26

Фермы	Валовый надой молока, т.	Удой молока от одной коровы, кг	Затраты кормовых единиц в расчете на одну корову
1	370	3845	3985
2	295	2450	3574
3	305	3944	3391

Определить средние затраты кормовых единиц в расчете на одну корову по всей совокупности.

**Вариант 30.** Определите среднее значение затрат труда на 1 га посевной площади по совокупности объектов:

Таблица №27

Колхозы	Валовой сбор, тыс. ц	Урожайность	Затраты труда, чел/час на 1 га посевной площади
1	131	32,4	42,6
2	242	28,2	35,9
3	229	31,5	38,1

( типовые решения: «Практикум по общей теории статистики», часть 1, с. 15-18, Брест 2010. Заказ № 938; а также в любом другом предложенном источнике).

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

### I. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ИТОВОМУ КОНТРОЛЮ (экзамену по статистике)

#### Тема 1. Измерение и прогнозирование взаимосвязи с помощью корреляционно-регрессионного анализа.

- Классификация видов взаимосвязи между статистическими признаками.
- Методы изучения связи.
- Условия применения корреляционно-регрессионного анализа.
- Расчет линейного коэффициента корреляции.
- Вычисление параметров линейной парной корреляции.
- Вычисление параметров уравнения регрессии нелинейной зависимости.
- Принятие решений на основе уравнений регрессии.
- Проведение корреляционно-регрессионного анализа по сгруппированным данным.

#### Тема 2. Непараметрические методы оценки связи социально-экономических явлений.

- Ранговые коэффициенты корреляции Спирмена и Кендала.
- Методы изучения взаимосвязи между качественными признаками.

#### Тема 3. Анализ динамики социально-экономических явлений

- Понятие о рядах динамики. Виды рядов динамики.
- Сопоставимость уровней и смыкание рядов динамики.
- Аналитические показатели рядов динамики.
- Тенденция ряда динамики и методы ее выявления.
- Простейшие методы прогнозирования динамических рядов.

#### Тема 4. Индексный метод и его применение в анализе социально-экономических явлений.

- Общее понятие индексов и их назначение в экономическом анализе.
- Индивидуальные индексы.
- Сводные (общие) индексы.
- Индексный анализ влияния структурных изменений.
- Средние формы сводных индексов.

### II. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

#### Указания о порядке выполнения контрольной работы

- Выбор варианта определяется для студентов последними двумя цифрами их зачетной книжки.
- Приступить к выполнению контрольной работы только после проработки теоретического материала. Список рекомендуемой литературы приведен ниже.

#### Требования по оформлению контрольной работы

Выполненная контрольная работа должна соответствовать следующим требованиям:

- Задачи следует решать в том порядке, в каком они даны в задании.
- Перед решением задачи должно быть полностью приведено ее условие.

- Решение задач следует сопровождать необходимыми формулами, подробными расчетами и краткими пояснениями, правильно составлять и озаглавливать статистические таблицы, ясно именовать подлежащее и все колонки сказуемого; изображать графически.
- Произведенные расчеты нужно проверять взаимосвязью между исчисленными показателями. Все расчеты относительных показателей нужно производить с принятой в статистике точностью до 0,001, а проценты до 0,0001. Все именованные статистические показатели необходимо выражать в соответствующих единицах измерения.
- Необходимо четко формулировать выводы, раскрывающие экономическое содержание и значение исчисленных показателей.
- Указывать использованную литературу.
- Подписывать контрольную работу на титульном листе с указанием фамилии, имени, отчества, формы обучения, курса, группы, шифра, номера варианта.
- Работа должна быть выполнена и представлена на рецензирование в установленный срок.
- Выполненная контрольная работа регистрируется в журнале на кафедре и получает допуск к ее защите. Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются. Если выполнение контрольной работы вызывает затруднения, следует обратиться за устной консультацией на кафедре, в соответствии с графиком проведения консультаций.

### ЗАДАНИЕ №1.

Ниже представлены результаты оценки спроса на услуги (исходные данные соответствуют второй цифре номера варианта) и затрат на рекламу этих услуг (согласно первой цифре номера варианта).

I. Установить, имеется ли связь между этими показателями, оценить тесноту связи. Для этого вычислить значения: 1) линейного коэффициента корреляции; 2) рангового коэффициента корреляции Кендала; 3) коэффициента корреляции рангов Спирмена. Проанализировать полученные результаты.

II. 1. Построить уравнение связи. В качестве уравнения связи использовать уравнение вида  $y = a_0 + a_1x$ .

2. Оценить достоверность полученного уравнения корреляционной зависимости при уровне значимости 0,05.

3. Изобразить графически эмпирические данные и найденное уравнение регрессии.

Затраты на рекламу, тыс. руб. (X) (первая цифра номера варианта)

N=0	32	33	34	36	37	38	39	41	42	44
N=1	40	41	42	43	45	46	48	49	50	51
N=2	43	44	45	46	47	48	49	51	53	54
N=3	38	40	42	43	45	46	48	50	51	52

Количество заказчиков, чел. (Y) (вторая цифра номера варианта)

N=0	500	610	600	650	660	655	670	700	710	715
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

N=1	500	650	600	655	670	660	680	700	690	710
N=2	570	610	600	640	670	650	680	710	720	730
N=3	550	620	600	625	670	650	670	700	720	730
N=4	570	600	610	650	680	660	670	720	700	710
N=5	580	620	600	625	670	650	675	700	720	710
N=6	590	600	605	650	670	660	675	710	730	720
N=7	570	610	620	625	670	650	675	700	720	710
N=8	580	650	600	655	670	650	680	720	730	710
N=9	570	600	610	650	655	660	700	710	720	715

### ЗАДАНИЕ №2.

Изменение объема продукции в стоимостном выражении за предшествующий период характеризуется показателями, представленными ниже.

I. Выполните расчет показателей динамики производства ( абсолютных, относительных, средних показателей динамики), используя метод расчета показателей с переменной базой (цепные) и с постоянной базой (базисные). Построить график базисных темпов роста.

II. 1. Используя систему нормальных уравнений метода наименьших квадратов, построить линию тренда, полагая, что изменение уровней ряда происходит в данном случае по линейному закону.

2. Найти стандартную ошибку аппроксимации (среднее квадратическое отклонение тренда).

3. Построить доверительный интервал (при уровне значимости 0, 05) объема производства продукции на 2011 год.

Каждому студенту использовать свой вариант.

период	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
--------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Объем производства, млн.руб.

V1	12,34	16,3	15,65	12,0	13,15	16,17	18,28	22,07	21,86
B2	12,38	16,2	15,70	12,2	13,10	16,24	18,36	22,04	21,92
B3	12,42	16,1	15,75	12,4	13,05	16,31	18,44	22,01	21,98
B4	12,46	16,0	15,80	12,6	13,00	16,38	18,52	21,98	22,04
B5	12,50	15,9	15,85	12,8	12,95	16,45	18,60	21,95	22,10
B6	12,54	15,8	15,90	13,0	12,90	16,52	18,68	21,92	22,16
B7	12,58	15,7	15,95	13,2	12,85	16,59	18,76	21,89	22,22
B8	12,62	15,6	16,00	13,4	12,80	16,66	18,84	21,86	22,28
B9	12,66	15,5	16,05	13,6	12,75	16,73	18,92	21,83	22,34
B10	12,70	15,4	16,10	13,8	12,70	16,80	19,00	21,80	22,40
B11	12,74	15,3	16,15	14,0	12,65	16,87	19,08	21,77	22,46
B12	12,78	15,2	16,20	14,2	12,60	16,94	19,16	21,74	22,52
B13	12,82	15,1	16,25	14,4	12,55	17,01	19,24	21,71	22,58
B14	12,86	15,0	16,30	14,6	12,50	17,08	19,32	21,68	22,64
B15	12,90	14,9	16,35	14,8	12,45	17,15	19,40	21,65	22,70

B16	12,94	14,8	16,40	15,0	12,40	17,22	19,48	21,62	22,76
B17	12,98	14,7	16,45	15,2	12,35	17,29	19,56	21,59	22,82
B18	13,02	14,6	16,50	15,4	12,30	17,36	19,64	21,56	22,88
B19	13,06	14,5	16,55	15,6	12,25	17,43	19,72	21,53	22,94
B20	13,10	14,4	16,60	15,8	12,20	17,50	19,80	21,50	23,00
B21	13,14	14,3	16,65	16,0	12,15	17,57	19,88	21,47	23,06
B22	13,18	14,2	16,70	16,2	12,05	17,64	19,96	21,44	23,12
B23	13,22	14,1	16,75	16,4	12,00	17,71	20,04	21,41	23,18
B24	13,26	14,0	16,80	16,6	11,95	17,78	20,12	21,38	23,24
B25	13,30	13,9	16,85	16,8	11,90	17,85	20,20	21,35	23,30
B26	13,34	13,8	16,90	17,0	11,85	17,92	20,28	21,32	23,36
B27	13,38	13,7	16,95	17,2	11,80	17,99	20,36	21,29	23,42
B28	13,42	13,6	17,00	17,4	11,75	18,06	20,44	21,26	23,48
B29	13,46	13,5	17,05	17,6	11,70	18,13	20,52	21,23	23,54
B30	13,50	13,4	17,10	17,8	11,65	18,20	20,60	21,20	23,60
B31	13,54	13,3	17,15	18,0	11,60	18,27	20,68	21,17	23,66
B32	13,58	13,4	17,20	18,2	11,55	18,34	20,76	21,14	23,72

### ЗАДАНИЕ №3.

Имеются следующие данные по курсу цен и количеству проданных акций нефтяных компаний на фондовом рынке (N – номер варианта)

Вид акций	Февраль		Март	
	Количество акций, шт.	Стоимость проданных акций, тыс. руб.	Количество акций, шт.	Стоимость проданных акций, тыс. руб.
A	3680 + N	4416 – N	3700 – N	6300 – N
B	2150 – N	1505 + N	2200 + N	1980 + N
C	2620 + N	2560 – N	2750 – N	2780 – N

Рассчитать:

- 1) индивидуальные индексы цены акции, количества проданных акций, стоимости проданных акций;
- 2) сводный индекс цен акций;
- 3) сводный индекс количества проданных акций;
- 4) сводный индекс стоимости проданных акций;
- 5) абсолютное изменение стоимости проданных акций – всего и в том числе за счет изменения цен и количества проданных акций.

При построении сводных индексов пользуйтесь правилом построения сводных индексов для качественных и количественных показателей.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами и сделайте выводы.

### ЗАДАНИЕ №4.

Имеются данные по промышленному предприятию о производстве продукции:

Варианты 1 – 16 (N – номер варианта)

Вид продукции	Общие затраты на производство в предшествующем году, млн.руб.	Общие затраты на производство в отчетном году, млн.руб.	Изменение объема производства в натуральном выражении в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, %
A	2459 - 10·N	2573 - 10·N	- 0,5 - N
B	943 + 10·(N + 1)	1021 + 10·(N + 1)	- N
C	1356 + 10·(N - 1)	1002 + 10·(N - 1)	N + 0,2

Варианты 17 – 32 (N – номер варианта)

Вид продукции	Общие затраты на производство в предшествующем году, млн.руб	Общие затраты на производство в отчетном году, млн.руб	Индивидуальные индексы себестоимости изделия, %
A	2459 - 10·N	2607 - 10·N	83,2 + N
B	943 + 10·(N + 1)	1025 + 10·(N + 1)	117 - N
C	1356 + 10·(N - 1)	993 + 10·(N - 1)	75,2 + N

Определите сводный индекс:

- 1) себестоимости изделия; 2) затрат на производство продукции; 3) физического объема произведенной продукции.

Определите абсолютное изменение затрат в отчетном периоде по сравнению с предыдущим за счет изменения себестоимости и количества произведенной продукции. Сделайте выводы.

**ЗАДАНИЕ №5.**

Имеются данные о ценах и объемах реализации товара А в областях РБ

Область	2008		2009	
	Цена, тыс.руб	Продано, шт.	Цена, тыс.руб	Продано, шт.
A	50 + 2·N	15000 + 300·N	55 + 3·N	27000 + 200·N
B	70 + N	25000 + 100·N	75 + 2·N	50000 - 150·N
C	60 + 2·N	30000 - 200·N	60 + 3·N	48000 + 300·N

Произвести анализ изменения цен на данный товар, используя индексный анализ влияния структурных изменений. Показать взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

**Решение типовых задач**

**Пример 1.** Произведем анализ 30 самых надежных среди малых и средних коммерческих банков одного из регионов (на 01.01.08 г.), применяя метод группировок (табл. 1.1).

Таблица 1.1 – Основные показатели деятельности коммерческие банков одного из регионов на 01.01.08 г. (цифры условные)

№ банка	Капитал	Работающие активы	Уставный капитал	№ банка	Капитал	Работающие активы	Уставный капитал
1	2	3	4	1	2	3	4
1	20710	11706	2351	16	55848	54435	7401
2	19942	19850	17469	17	10344	21430	4266
3	9273	2556	2626	18	16651	41119	5121
4	59256	43587	2100	19	15762	29771	9998
5	24654	29007	23100	20	6753	10857	2973
6	47719	98468	18684	21	22421	53445	3415
7	24236	25595	5265	22	13614	22625	4778
8	7782	6154	2227	23	9870	11744	5029
9	38290	79794	6799	24	24019	27333	6110
10	10276	10099	3484	25	22969	70229	5961
11	35662	30005	13594	26	75076	124204	17218
12	20702	21165	8973	27	56200	90367	20454
13	8153	16663	2245	28	60653	101714	10700
14	10215	9115	9063	29	14813	18245	2950
15	23459	31717	3572	30	41514	127732	12092

В качестве группировочного признака возьмем уставный капитал. Образует четыре группы банков с равными интервалами. Величину интервала определим по формуле: 
$$h = \frac{R}{k} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{23100 - 2100}{4} = 5250 \text{ (усл. ден. ед.)}$$

Обозначим границы групп: 2100 - 7350 - 1-я группа; 12600 - 17850 - 3-я группа; 7350 - 12600 - 2-я группа; 17850 - 3100 - 4-я группа.

После того как определен группировочный признак - уставный капитал, задано число групп - 4 и образованы сами группы, необходимо отобрать показатели, которые характеризуют группы, и определить их величины по каждой группе. Показатели, характеризующие банки, разнятся по указанным группам, и подсчитываются итоги по группам. Результаты группировки заносятся в таблицу, и определяются общие итоги по совокупности единиц наблюдения по каждому показателю (табл. 1.2).

Таблица 1.2 – Группировка малых и средних коммерческих банков одного из регионов по величине уставного капитала на 01.01.08 г.

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, усл. ден. ед.	Число банков, шт.	Работающие активы, усл. ден. ед.	Капитал, усл. ден. ед.	Уставный капитал, усл. ден. ед.
1	2100 - 7350	18	504898	342889	71272
2	7350 - 12600	6	343932	204694	58227
3	12600 - 17850	3	174059	130680	48281
4	17850 - 23100	3	217842	128573	62238
Итого		30	1240731	806836	240018

Структурная группировка коммерческих банков на основе данных таблицы 1.2 представлена в таблице 1.3.

Таблица 1.3 – Группировка малых и средних коммерческих банков одного из регионов по величине уставного капитала на 01.01.08 г.

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число банков, %	Работающие активы, % к итогу	Капитал, % к итогу	Уставный капитал, % к итогу
1	2100 - 7350	60	40,7	42,5	29,7
2	7350 - 12600	20	27,7	25,4	24,3
3	12600 - 17850	10	14,0	16,2	20,1
4	17850 - 23100	10	17,6	15,9	25,9
Итого		100	100,0	100,0	100,0

Из таблицы 1.3 видно, что в основном преобладают малые банки – 60%, на долю которых приходится 42,5% всего капитала. Более конкретный анализ взаимосвязи показателей можно сделать на основе аналитической группировки (таблица 1.4).

Таблица 1.4 – Группировка малых и средних коммерческих банков одного из регионов по величине уставного капитала на 01.01.08 г.

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, усл. ден. ед.	Число банков, шт.	Капитал, усл. ден. ед.		Работающие активы, усл. ден. ед.	
			всего	в среднем на один банк	всего	в среднем на один банк
1	2100 - 7350	18	342889	19049	504898	28050
2	7350 - 12600	6	204694	34116	343932	57322
3	12600 - 17850	3	130680	43560	174059	58020
4	17850 - 23100	3	217842	42858	217842	72614



Продолжение таблицы 1.4

Итого	30	806836	-	1240731	-
В среднем на один банк		-	26895	-	41358

Величины капитала и работающих активов прямо взаимосвязаны, и чем крупнее банк, тем эффективнее управление работающими активами.

Мы рассмотрели примеры группировок по одному признаку. Однако в ряде случаев для решения поставленных задач такая группировка является недостаточной. В этих случаях переходят к группировке исследуемой совокупности по двум и более существенным признакам во взаимосвязи (сложной группировке).

Произведем группировку коммерческих банков по двум признакам – величине уставного капитала и работающих активов – и выявим зависимость капитала банка от этих двух признаков (таблица 1.5).

Таблица 1.5 – Группировка коммерческих банков одного из регионов по величине уставного капитала и работающих активов на 01.01.08 г.

№ группы	Группы банков по величине капитала, усл. ден. ед.	Подгруппы банков по величине работающих активов	Число банков, шт.	Капитал, усл. ден. ед.	
				всего	в среднем на один банк
1	2100-7350	2556 - 65144	17	297392	17494
		65144 - 127732	2	61259	30630
	Итого по группе		19	358651	18876
2	7350-12600	2556 - 65144	3	86765	28922
		65144 - 127732	2	102167	51084
	Итого по группе		5	188932	37787
3	12600-17850	2556 - 65144	2	55604	27802
		65144 - 127732	1	75076	75076
	Итого по группе		3	130680	65340
4	1780-23100	2556-65144	1	24654	24654
		65144-127732	2	103919	51960
	Итого по группе		3	128573	42858
Всего			30	806836	164861

**Вывод:** из данных табл. 1.5 следует, что чем крупнее банк и эффективнее управление работающими активами, тем больше капитал банка.

**Пример 2.** Имеются следующие данные о работе малых предприятий за текущий период

Таблица 2.1

Предприятие	Фактический объем реализации, тыс.руб	Средний объем реализации на одного работника, тыс. руб.	Прибыль к объему реализации, %	Процент совместителей в общей численности работников
	x	y	z	q
1	19000	3800	19	66
2	16000	4000	20	70
3	20000	5000	26	60
4	19200	3200	20	75

Определить по малым предприятиям района средние значения:

- 1) реализованной продукции на одно предприятие;
- 2) производительности труда;
- 3) рентабельности продукции;

4) доли совместителей в общей численности работников. Указать вид рассчитанных средних величин и сделать выводы.

**Решение.**

Введем обозначения:

X – фактический объем реализации;

Y – средний объем реализации на одного работника;

Z – прибыль к объему реализации;

D – процент совместителей в общей численности работников.

Выбор вида средней величины необходимо начинать с построения логической формулы, исходя из качественного содержания усредняемого показателя.

Все расчеты будем оформлять в таблице:

Таблица 2.2

№ предприятия	Фактический объем реализации, тыс. руб. ( $x_i$ )	Средний объем реализации на одного работника, тыс. руб. ( $y_i$ )	Количество работающих, чел., $\left(\frac{x_i}{y_i}\right)$	Прибыль к объему реализации, % ( $z_i$ )	Прибыль, тыс. руб., $\left(\frac{x_i \cdot z_i}{100}\right)$	Совместители, чел., $\frac{x_i}{y_i} \cdot \frac{d_i}{100}$	Процент совместителей в общей численности работников ( $d_i$ )
1	19000	3800	5	19	$1900 \cdot 1,9 = 3610$	3,3	66
2	16000	4000	4	20	$16000 \cdot 0,20 = 3200$	2,8	70
3	20000	5000	4	26	$20000 \cdot 0,026 = 5200$	2,4	60
4	19200	3200	6	20	$19200 \cdot 0,20 = 3840$	4,5	75
$\Sigma$	74200		19			13	

$$1) \text{ реализованной } \frac{\text{Средний объем}}{\text{продукции}} = \frac{\text{Совокупный объем реализованной продукции}}{\text{всеми предприятиями (тыс.руб.)}} \cdot \frac{\text{количество предприятий}}{\text{продукции}}$$

Получаем, таким образом, среднюю арифметическую простую

$$x = \frac{\sum x}{n} = \frac{74200}{4} = 18550 (\text{тыс.руб.})$$

$$2) \text{ производительность } \frac{\text{Средняя}}{\text{труда}} = \frac{\text{Совокупный объем реализованной продукции}}{\text{(тыс.руб.)}} \cdot \frac{\text{Общее количество работающих}}{\text{труда}}$$

Количество работающих найдем, зная что:

$$\text{Количество работающих} = \frac{\text{Объем реализованной продукции (тыс.руб.)}}{\text{Средний объем реализованной продукции на одного работающего}}$$

Получаем среднюю производительность труда по четырем предприятиям в виде средней гармонической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum x_i}{\sum \frac{x_i}{y_i}} = \frac{74200}{19} = 3905 (\text{тыс. руб.}), \text{ т.е. по четырем предприятиям}$$

объем реализации продукции на одного работника предприятия составляет в среднем 3905 тыс. руб.

$$3) \text{ Рентабельность } = \frac{\text{Суммарная прибыль (тыс. руб.)}}{\text{Совокупный объем реализованной продукции (тыс. руб.)}}$$

Среднюю рентабельность продукции в процентах найдем как среднюю

$$\text{арифметическую взвешенную: } \bar{z} = \frac{\sum \frac{x_i z_i}{100}}{\sum x_i} \cdot 100\% = \frac{15850}{74200} \cdot 100\% = 21,4\%,$$

т.е. в среднем прибыль составляет 21,4% к объему реализации.

$$4) \text{ Совместители в общей численности } = \frac{\text{Общая численность совместителей}}{\text{Общая численность работников}}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum \frac{x_i \cdot d_i}{y_i} \cdot 100}{\sum \frac{x_i}{y_i}} \cdot 100\% \text{ – средняя арифметическая взвешенная.}$$

$$\bar{d} = \frac{13}{19} \cdot 100\% = 68,4\% \text{ – средний процент совместителей в общей численности работающих.}$$

Т.е. по четырем предприятиям совместители составляют в среднем

68,4% от общей численности работающих.

**Пример 3.** Известно распределение торговых предприятий города по уровню цен на товар А (табл. 3.1). Рассчитать структурные средние – моду и медиану.

Таблица 3.1

Цена, $x_i$ , руб.	52	53	54	56	59
Число предприятий, $f_i$	12	48	56	60	14
Накопленная частота, $f_i'$	12	60	116		

**Решение.**

1. Мода  $M_0 = 56$  руб. – наиболее часто встречающаяся цена товара А.

2. Для расчета медианы  $M_e$  определим

$$\frac{1}{2} \sum f_i = \frac{1}{2} (12 + 48 + 56 + 60 + 14) = 95$$

Подсчитаем накопленные частоты.

Наращивание продолжаем до получения накопленной частоты, впервые превышающей половину объема выборки.

$$116 > 95$$

Значит,  $M_e = 54$  (руб.), т. е. в среднем у половины предприятий города цена на товар А меньше 54 руб., у половины – больше 54 руб.

**Пример 4.** Известно распределение вкладчиков районного отделения сберегательного банка по размеру вкладов:

Таблица 4.1

Группа вкладчиков по размеру вкладов, тыс. руб.	Число вкладчиков, тыс., чел	Расчетная графа
		Накопленная частота
$X_{i-1} - X_i$	$f_i$	$S_i$
До 500	168	168
500 – 1000	29	197
1000 – 1500	13	210
1500 – 2000	3	213
2000 – 2500	1	214
2500 и более	1,109	214,109
Итого	214,109	-

Рассчитайте структурные средние – моду, медиану.

**Решение.**

Имеем интервальный вариационный ряд.

1. *Мода для интервального ряда с равными интервалами* рассчитывается по формуле:

$$M_0 = x_{M_0} + h_{M_0} \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})}$$

где  $x_{M_0}$  – начало модального интервала,

$h_{M_0}$  – длина модального интервала,

$f_{M_0}$  – частота модального интервала,

$f_{M_0-1}$  – частота домодального интервала,

$f_{M_0+1}$  – частота послемодального интервала.

Модальный интервал определяем по наибольшей частоте  $f_i = 168$ , тогда имеем  $M_0 = 0 + 500 \frac{168 - 0}{(168 - 0) + (168 - 29)} = \frac{500 \cdot 168}{307} = 273,6$  (тыс.руб.), следовательно, наиболее часто встречающийся размер вклада 273,6 тыс. руб.

2. *Медиана интервального распределения* рассчитывается по формуле:

$$M_e = x_{Me} + h_{Me} \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

где  $X_{Me}$  – начало медианного интервала,  
 $h_{Me}$  – длина медианного интервала,  
 $S_{Me-1}$  – накопленная частота домедианного интервала,  
 $f_{Me}$  – частота медианного интервала.

Медианный интервал определим с помощью числа  $\frac{214,109+1}{2} = 107,55$ , следовательно, это первый интервал (0,500).

$$\text{Тогда, } M_e = 0 + 500 \frac{107,05 - 0}{168} = 318,6 (\text{тыс. руб.}).$$

Таким образом, половина вкладчиков имеют вклады менее 318,6 тыс. руб., остальные – более 318,6 тыс. руб.

**Пример 5.** По дискретному ряду распределения рабочих цеха по квалификации вычислить показатели вариации.

Таблица 5.1

Тарифный разряд $X$	2	3	4	5	6	Итого
Число рабочих $f$	4	5	9	4	2	24

**Решение.**

Для расчета показателей вариации удобно воспользоваться таблицей.

Таблица 5.2 – Расчет показателей вариации

Тарифный разряд, $X$	Число рабочих, $f$	$d = x - \bar{x}$	$ d  \cdot f$	$d^2 \cdot f$
2	4	-1,8	7,2	12,96
3	5	-0,8	4,0	3,20
4	9	0,2	1,8	0,36
5	4	1,2	4,8	5,76
6	2	2,2	4,4	9,68
Итого:	24		22,2	31,96

Найдем среднее значение признака  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 9 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 2}{4 + 5 + 9 + 4 + 2} = \frac{91}{24} = 3,8 (\text{разряда})$$

Среднее линейное отклонение  $\bar{d}$ :

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum |d_i| \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{22,2}{24} = 0,9 (\text{разряда})$$

Среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{\sum d^2 f_i}{\sum f_i}} = 1,15 (\text{разряда})$$

Коэффициент вариации  $v$ :

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{1,15}{3,8} \cdot 100\% = 30,3\%$$

Следовательно, индивидуальные значения отличаются от средней арифметической в среднем на 1,15 разряда или на 30,3%.

Среднее квадратическое отклонение превышает среднее линейное отклонение в соответствии со свойствами мажоратности средних.

Значение коэффициента вариации (30,3%) свидетельствует о том, что совокупность достаточно однородна.

**Пример 6.** По интервальному ряду распределения рабочих цеха по возрасту вычислить показатели вариации.

Таблица 6.1

Возраст, лет	Число работников, человек	Середина интервала	Расчетные графы		
			$x'_i \cdot f_i$	$ x_i - \bar{x}  f_i$	$ x_i - \bar{x} ^2 f_i$
$x_i$	$f_i$	$x'_i$	$x'_i \cdot f_i$	$ x_i - \bar{x}  f_i$	$ x_i - \bar{x} ^2 f_i$
До 25	8	20	160	176	3872
25-35	10	30	300	120	1440
35-45	12	40	480	24	48
45-55	15	50	750	120	960
55-65	6	60	360	108	1944
65 и более	3	70	210	84	2352
Итого:	54		2260	632	10616

**Решение.**

1. Размах вариации  $R = x_{\max} - x_{\min} = 70 - 20 = 50$  (лет).

2. Среднее значение признака  $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2260}{54} \approx 42$  (года).

3. Среднее линейное отклонение  $\bar{d} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) f_i}{\sum f_i} = 11,7$  (лет).

4. Дисперсия  $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{10616}{54} = 196,6$ .

5. Среднее квадратическое отклонение  $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 14,02$  (лет).

6. Коэффициент вариации  $v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{14,02}{42} \cdot 100\% \approx 33\%$ .

Вывод: средний возраст работников цеха составляет 42 года. Возраст каждого работника цеха отличается от среднего значения в среднем на 11,7 лет. Поскольку  $\bar{d} < \sigma$ , то это соответствует правилу мажоратности средних, и, следовательно, возраст каждого работника отличается от среднего возраста на 33% или на 14,02 года.

Значение коэффициента вариации свидетельствует о том, что совокупность не достаточно однородна.

**Пример 7.** Имеются данные о производительности труда рабочих одного из цехов НПО «Циклон» (табл. 7.1). Требуется: проверить правило сложения дисперсий; вычислить эмпирическое корреляционное отношение.

Таблица 7.1 – Производительность труда двух групп рабочих одного из цехов НП «Циклон»

Производительность труда рабочих									
Прошедших техническое обучение, деталей за смену					Не прошедших техническое обучение, деталей за смену				
84	93	95	101	102	62	68	82	88	105

**Решение.**

Рассчитаем общую и групповые средние и дисперсии:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{i1}}{n_1} = \frac{475}{5} = 95 (\text{дет.}); \quad \bar{x}_2 = \frac{\sum x_{i2}}{n_2} = \frac{405}{5} = 81 (\text{дет.});$$

$$\bar{x} = \frac{475 + 405}{10} = 88 (\text{дет.})$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x_{i1} - \bar{x}_1)^2}{n_1} = \frac{(84 - 95)^2 + (93 - 95)^2 + \dots + (102 - 95)^2}{5} = 42,$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum (x_{i2} - \bar{x}_2)^2}{n_2} = \frac{(62 - 81)^2 + (68 - 81)^2 + \dots + (105 - 81)^2}{5} = 231,2,$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(84 - 88)^2 + (93 - 88)^2 + \dots + (105 - 88)^2}{10} = 185,6$$

Исходные данные для вычисления средней из внутригрупповой дисперсии представлены в таблице 7.2

Таблица 7.2 – Расчет  $\sigma_i^2$  и  $\delta^2$  по двум группам рабочих

Группы рабочих	Численность рабочих, чел.	Средняя, дет/смен	Дисперсия
Прошедшие тех. обслуживание	5	95	42,0
Не прошедшие тех. обслуживание	5	81	231,2
Все рабочие	10	88	185,6

Рассчитаем следующие показатели.

Средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sigma_1^2 \cdot n_1 + \sigma_2^2 \cdot n_2}{n_1 + n_2} = \frac{42 \cdot 5 + 231,2 \cdot 5}{10} = 136,6;$$

межгрупповая дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 n_j}{\sum n_j} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x})n_1 + (\bar{x}_2 - \bar{x})n_2}{n_1 + n_2};$$

$$\delta^2 = \frac{(95-88)^2 \cdot 5 + (81-88)^2 \cdot 5}{10} = \frac{245 + 245}{10} = 49,0.$$

Таким образом, эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{\frac{49,0}{185,6}} = 0,514, \text{ т.е. фактор технического обучения объясняет в дан-}$$

ном примере 51,4% вариации производительности труда рабочих, а неучтенные факторы – 48,6 %.

**Пример 8.** Имеются следующие данные о времени простоя автомобиля под разгрузкой:

Таблица 8.1

№ пункта разгрузки	1	2	3	4	5	6	7	8	6	10
Число грузчиков	3	4	4	3	3	4	4	4	3	4
Время простоя, мин	12	10	8	15	19	12	8	10	18	8

Проверить закон сложения дисперсий.

**Решение.**

В этой задаче варьирующим признаком является время простоя автомобиля под разгрузкой. Общая дисперсия времени простоя под разгрузкой определяется по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Для расчета общей дисперсии составим дискретный ряд распределения, промежуточные расчеты поместим в таблицу 8.2.

Таблица 8.2 – Вспомогательная таблица для расчета общей дисперсии

Время простоя под разгрузкой, мин, X	Число выполненных разгрузок, f	x · f	x - $\bar{x}_0$	(x - $\bar{x}_0$ ) <sup>2</sup>	(x - $\bar{x}_0$ ) <sup>2</sup> · f
8	3	24	-4	16	48
10	2	20	-2	4	8
12	2	24	0	0	0
15	1	15	3	9	9
18	1	18	6	36	36
19	1	19	7	49	49
Итого:	10	120	-	-	150

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{120}{10} = 12 (\text{мин.}) - \text{среднее время простоя;}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{150}{10} = 15 - \text{общая дисперсия.}$$

Величина этой дисперсии характеризует вариацию времени простоя под разгрузкой под влиянием всех условий.



Различия в величине изучаемого признака прежде всего возникают под влиянием числа грузчиков, принимающих участие в процессе разгрузки. В связи с этим в совокупности выделяются две однородные группы по числу грузчиков: в первую группу включаются наблюдения при числе грузчиков 3; во вторую группу попадают наблюдения при числе грузчиков 4. Для каждой из выделенных групп определяются внутригрупповая дисперсия, возникающая под влиянием неучтенных факторов. Для их расчета используем вспомогательные таблицы 8.3 и 8.4.

Таблица 8.3 – Расчет внутригрупповой дисперсии по первой группе (число грузчиков, участвующих в группе – 3).

Время простоя под разгрузкой, мин, $X$	Число выполненных разгрузок, $f$	$X \cdot f$	$X - \bar{X}_1$	$(X - \bar{X}_1)^2 \cdot f_i$
12	1	12	-4	16
15	1	15	-1	1
18	1	18	2	4
19	1	19	3	9
Итого:	4	64	-	30

$$\bar{X}_1 = \frac{64}{4} = 16(\text{мин.}); \sigma_1^2 = \frac{30}{4} = 7,5.$$

Таблица 8.4 – Расчет внутригрупповой дисперсии по второй группе (число грузчиков, участвующих в группе – 4)

Время простоя под разгрузкой, мин, $X$	Число выполненных разгрузок, $f$	$X \cdot f$	$X - \bar{X}_2$	$(X - \bar{X}_2)^2 \cdot f_i$
8	3	24	-1,33	5,31
10	2	20	0,67	0,90
12	1	12	2,67	7,13
Итого:	6	56	-	-

$$\bar{X}_2 = \frac{56}{6} = 9,33(\text{мин.}); \sigma_2^2 = \frac{13,37}{6} = 2,23.$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{7,5 \cdot 4 + 2,23 \cdot 6}{10} = 4,3.$$

Межгрупповая дисперсия, отражающая различия в величине признака под влиянием фактора, положенного в основу группировки, определяется по формуле:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{(16 - 12)^2 \cdot 4 + (9,33 - 12)^2 \cdot 6}{10} = 10,7.$$

Общая дисперсия ( $\sigma^2$ ) (равна сумме средней внутригрупповой дисперсии и межгрупповой дисперсии, т.е.  $\sigma^2 = \bar{\sigma}^2 + \delta^2$ , тогда  $\sigma^2 = 4,3 + 10,7 = 15$ , что и соответствует полученной ранее величине.

**Пример 9.** В результате выборочного наблюдения предполагаемой зависимости между прожиточным минимумом (*признак X*) и заработной платой (*Y*) получены следующие данные:

Таблица 9.1

X, ден. ед.	0,49	0,46	0,52	0,38	0,33
Y, ден. ед.	1,08	1,04	1,49	0,97	0,90

Полагая, что зависимость между X и Y линейная, определить: 1) параметры регрессии; 2) оценить тесноту связи между признаками, используя линейный коэффициент корреляции; 3) оценить меру достоверности полученного уравнения.

**Решение.**

1. Полагаем, что  $y = a_1x + a_0$ . Параметры регрессии определим методом наименьших квадратов (МНК) из системы уравнений:

$$\begin{cases} a_1 \sum x_i^2 + a_0 \sum x_i = \sum x_i y_i, \\ a_1 \sum x_i + a_0 n = \sum y_i; \end{cases}$$

Для удобства занесем расчеты в таблицу.

Таблица 9.2

№	$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$\hat{y}_i$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	0,49	1,08	0,5292	0,2401	1,1664	0,0029	0,0003	1,2264	0,0214
2	0,46	1,04	0,4784	0,2116	1,0816	0,0006	0,0031	1,1556	0,0134
3	0,52	1,49	0,7748	0,2704	2,2201	0,0071	0,1552	1,2972	0,0265
4	0,38	0,97	0,3686	0,1444	0,9409	0,0031	0,0159	0,9668	0,00001
5	0,33	0,90	0,2970	0,1089	0,8100	0,0112	0,0384	0,8488	0,0026
$\sum$	2,18	5,48	2,448	0,9754	6,2190	0,0249	0,2129	-	0,0639

В нашем случае получим систему

$$\begin{cases} 0,9754a_1 + 2,18a_0 = 2,448, \\ 2,18a_1 + 5a_0 = 5,48; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,0114a_1 = 0,0269, \\ 0,4474a_1 + a_0 = 1,1229, \\ 0,436a_1 + a_0 = 1,096; \end{cases}$$

$$a_1 = 2,36, \quad a_0 = 1,096 - 0,436 \cdot 2,36 = 0,067 \approx 0,07.$$

$$y = 2,36x + 0,07$$

$a_1 = 2,36 > 0$       связь между признаками прямая.

Полученное уравнение регрессии показывает, что при увеличении прожиточного минимума на 1 ден. ед. заработная плата в среднем увеличивается на 2,36 ден. ед.

2. Оценим тесноту связи.

Рассчитаем линейный коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{n\sigma_x\sigma_y},$$

$$\text{где } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}; \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}; \sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}}$$

$$\bar{x} = 0,436; \bar{y} = 1,096; \sigma_x = \sqrt{0,005} = 0,07; \sigma_y = \sqrt{0,0426} = 0,21.$$

$$r = \frac{2,448 - 5 \cdot 0,436 \cdot 1,096}{5 \cdot 0,07 \cdot 0,21} \approx 0,8.$$

Можно также использовать связь между линейным коэффициентом корреляции и коэффициентом регрессии:  $r = a_1 \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ .

$$\text{В нашем случае } r = 2,36 \cdot \frac{0,07}{0,21} \approx 0,8.$$

Т.к.  $r > 0$ , то связь между признаками прямая, величина коэффициента корреляции говорит о тесной связи между признаками.

3. Оценим меру достоверности полученного уравнения, для этого рассчитаем среднюю квадратическую ошибку уравнения регрессии:

$$S_e = \sqrt{\frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n - m}},$$

где  $y_i$  – наблюдаемые значения признака  $y$ ,  $\hat{y}_i$  – теоретические значения признака,  $n$  – объем выборки,  $m$  – число параметров регрессии.

Например,  $\hat{y}_1 = 2,36 \cdot 0,49 + 0,07 = 1,2264$ . Аналогично находим другие  $\hat{y}_i$ .

$$S_e = \sqrt{\frac{0,0639}{5 - 2}} = \sqrt{0,0213} = 0,1459.$$

Используем соотношение

$$\frac{S_e}{y} \cdot 100\% = \frac{0,1459}{1,096} \cdot 100\% = 13,31\% < 15\%$$

Значит, уравнение  $y = 2,36x + 0,07$  достаточно хорошо отображает взаимосвязь рассматриваемых признаков и может быть использовано в практической работе, т.е. для прогноза.

**Пример 10.** По группе акционерных коммерческих банков региона имеются следующие данные (таблица 10.1). Оценить тесноту связи между суммой прибыли банка и размерам его активов.

Таблица 10.1

№ банка	Активы банка, млн. руб.	Прибыль, млн. руб.
1	866	39,6
2	328	17,8
3	207	12,7
4	185	14,9

Продолжение таблицы 10.1

5	109	4,0
6	104	15,5
7	327	6,4
8	113	10,1
9	91	3,4
10	849	13,4

**Решение.**

В анализе социально-экономических явлений часто приходится прибегать к различным условным оценкам, например, рангам, а взаимосвязь между отдельными признаками измерять с помощью непараметрических коэффициентов связи. Среди непараметрических методов оценки тесноты связи наибольшее значение имеют ранговые коэффициенты Спирмена ( $\rho$ ) и Кендалла ( $\tau$ ).

а) Для расчета коэффициента корреляции рангов Спирмена предварительно выполним ранжирование банков по уровню каждого признака. Ранжирование – это процедура упорядочения объектов изучения, которая выполняется на основе предпочтения. Ранг – это порядковый номер значений признака, расположенных в порядке возрастания или убывания их величин. (В нашей задаче будем ранжировать в порядке возрастания.)

Таблица 10.2

№ банка	Активы банка (млн. руб.) $X_i$	Ранг по $X$	№ банка	Прибыль банка (млн. руб.) $Y_i$	Ранг по $Y$
9	91	1	9	3,4	1
6	104	2	5	4,0	2
5	109	3	7	6,4	3
8	113	4	8	10,1	4
4	185	5	3	12,7	5
3	207	6	10	13,4	6
7	327	7	4	14,9	7
2	328	8	6	15,5	8
10	849	9	2	17,8	9
1	866	10	1	39,6	10

Для дальнейших расчетов воспользуемся вспомогательной таблицей

Таблица 10.3

№ банка	Активы (млн. руб.)	Прибыль (млн. руб.)	Ранги		$d_i$ (ранг $X$ - ранг $Y$ )	$d_i^2$
			$X$	$Y$		
1	866	39,6	10	10	0	0
2	328	17,8	8	9	-1	1
3	207	12,7	6	5	1	1
4	185	14,9	5	7	-2	4
5	109	4,0	3	2	1	1
6	104	15,5	2	8	-6	36
7	327	6,4	7	3	4	16
8	113	10,1	4	4	0	0
9	91	3,4	1	1	0	0
10	849	13,4	9	6	3	9
Итого	-	-	-	-	0	68

Тогда  $\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$ , где  $d_i^2$  – квадраты разности рангов,  $n$  – число наблюдений (число пар рангов). В нашем случае имеем

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 68}{10(100 - 1)} = 0.588 \quad (\rho \in [-1; 1])$$

По таблице значений коэффициент корреляции рангов Спирмена для двусторонних пределов уровня значимости  $\alpha$  по объему выборки  $n = 10$  и уровню значимости 5% ( $\alpha = 0,05$ ) критическая величина для рангового коэффициента корреляции составляет  $\rho_{кр} = \pm 0.6364$ . Поэтому вывод по результату анализа: есть необходимость увеличивать объем выборки.

б) Расчет рангового коэффициента Кендалла осуществляется по формуле

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}$$

где  $n$  – число наблюдений,  $S$  – сумма разностей между числом последовательностей и числом инверсий по второму признаку ( $S = P - Q$ ).

Расчет данного коэффициента выполняется в следующей последовательности:

- 1) значения  $X$  ранжируют в порядке возрастания или убывания;
- 2) значения  $Y$  располагают в порядке, соответствующем значениям  $X$ ;
- 3) для каждого ранга  $Y$  определяется число следующих за ним значений рангов, превышающих его величину. Суммируя таким образом числа, определяется величина  $P$ ;
- 4) для каждого ранга  $Y$  определяется число следующих за ним рангов, меньших его величины. Суммарная величина обозначается через  $Q$ ;
- 5) определяется сумма  $S = P - Q$  баллов по всем членам ряда.

В нашем примере (таблица 10.4)

Таблица 10.4

Ранг $X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ранг $Y$	1	8	2	4	7	5	3	9	6	10

$$P = 9 + 2 + 7 + 5 + 2 + 3 + 3 + 1 + 1 = 33, \quad Q = 0 + 6 + 0 + 1 + 3 + 1 + 0 + 1 + 0 = 12.$$

$$\text{Таким образом, } S = P - Q = 33 - 12 = 21 \text{ и } \tau = \frac{2 \cdot 21}{10(10 - 1)} = 0,47.$$

Так как  $\tau < 0,5$ , то связь статистически незначима.

**Пример 11.** Имеются следующие данные о продаже легковых автомобилей:

Таблица 11.1

	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.
Продано легковых автомобилей, тыс. шт.	788	810	867	1054

Определить показатели динамики продажи легковых автомобилей от года к году и среднее за весь анализируемый период.

### Решение.

Для вычисления показателей динамики будем использовать следующие формулы.

Наименование показателя	Метод расчета	
	с переменной базой (цепные)	с постоянной базой (базисные)
1. Абсолютный прирост ( $\Delta$ )	$\Delta = y_i - y_{i-1}$ .	$\Delta' = y_i - y_k$ .
2. Коэффициент роста ( $k_p$ )	$k_p = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ .	$k'_p = \frac{y_i}{y_k}$ .
3. Темп роста ( $T_p$ ), %	$T_p = k_p \cdot 100$ .	$T'_p = k'_p \cdot 100$ .
4. Темп прироста ( $T_n$ ), %	$T_n = (k_p - 1) \cdot 100$ ; $T_n = T_p - 100$ ; $T_n = \frac{\Delta}{y_{i-1}} \cdot 100$ .	$T'_n = (k'_p - 1) \cdot 100$ ; $T'_n = T'_p - 100$ ; $T'_n = \frac{\Delta'}{y_k} \cdot 100$ .
5. Абсолютное значение 1% прироста ( $A$ )	$A = \frac{\Delta}{T_n}$ ; $A = \frac{y_{i-1}}{100}$ .	$A' = \frac{\Delta'}{T'_n}$ ; $A' = \frac{y_k}{100}$ .

При расчете показателей приняты следующие условные обозначения:

$y_i$  – уровень любого периода (кроме первого) или уровень текущего периода,

$y_{i-1}$  – уровень периода, предшествующего текущему,

$y_k$  – уровень, принятый за постоянную базу сравнения (часто начальный уровень).

Полученные абсолютные и относительные показатели динамики от года к году приведены в таблице 11.2:

Таблица 11.2

Наименование показателя		Год			
		2001	2002	2003	2004
Абсолютный прирост $\Delta$ , тыс. шт.	с переменной базой	-	22	57	184
	с постоянной базой	-	22	79	263
Коэффициент роста ( $k_p$ )	с переменной базой	-	1,028	1,070	1,212
	с постоянной базой	-	1,028	1,100	1,334
Темп роста $T_p$ , %	с переменной базой	-	102,8	107,0	121,2
	с постоянной базой	-	102,8	110,0	133,4
Темп прироста $T_n$ , %	с переменной базой	-	2,8	7,0	21,2
	с постоянной базой	-	2,8	10,0	33,4
Абсолютное значение 1% прироста $A$ , тыс. шт.	с переменной базой	-	7,86	8,14	8,86
	с постоянной базой	-	7,88	7,88	7,88

Средний уровень интервального ряда динамики:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{788 + 810 + 867 + 1051}{4} = 879 \text{ (тыс. шт.)}$$

Средний абсолютный прирост:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta}{n-1} = \frac{22+57+184}{4-1} = \frac{263}{3} = 87,67 \text{ (тыс. шт.)}$$

или  $\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{1051 - 788}{4-1} = 87,67 \text{ (тыс. шт.)}$

Средний коэффициент роста:

$$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{K_{p1} \cdot K_{p2} \cdot \dots \cdot K_{p,n-1}} = \sqrt[3]{1,028 \cdot 1,070 \cdot 1,212} = \sqrt[3]{1,333} = 1,101$$

или  $\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[3]{\frac{1051}{788}} = 1,101.$

Средний темп роста:  $\bar{T}_p = K_p \cdot 100\% = 1,101 \cdot 100\% = 110,1(\%)$ .

Средний темп прироста:

$$\bar{T}_n = (\bar{K}_p - 1) \cdot 100\% = (1,101 - 1) \cdot 100\% = 10,1(\%)$$

или  $\bar{T}_n = \bar{T}_p - 100 = 110,1 - 100 = 10,1(\%)$ .

Средняя величина абсолютного значения 1% прироста

$$\bar{A} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{T}_n} = \frac{87,67}{10,1} = 8,68 \text{ (тыс. шт.)}$$

**Пример 12.** На основе следующих отчетных данных по грузовому авто-транспортному предприятию рассчитать интервальный прогноз объема перевозок на 2003 г. с вероятностью 0,99.

Таблица 12.1

Годы	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Перевезено, тыс. т.	360	381	401	422	443	463	485	505

**Решение.**

Для определения формы тренда и расчета его параметров составляем вспомогательную таблицу

Таблица 12.2

Год	Объем перевозок, тыс. т. $y$	Первые разности	$t$	$t^2$	$yt$	Теоретический уровень	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1995	360	-	-7	49	-2520	359,7	0,09
1996	381	21	-5	25	-1905	380,5	0,25
1997	401	20	-3	9	-1203	401,3	0,09
1998	422	21	-1	1	-422	422,1	0,01
1999	443	21	+1	1	443	442,9	0,01
2000	463	20	+3	9	1389	463,7	0,49
2001	485	22	+5	25	2425	484,5	0,25
2002	505	20	+7	49	3535	505,3	0,09
Итого	$\sum y = 3460$		0	168	1742	$\sum \hat{y}_i = 3460$	1,28

Первые разности приблизительно равны между собой, что позволяет в виде модели принять уравнение прямой:  $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ . Для упрощения расчетов показатели времени  $t$  обозначим так, чтобы  $\sum t_i = 0$ . Тогда система примет вид

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y_i, \\ a_1 \sum t^2 = \sum y_i t_i, \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 8a_0 = 3460, \\ 168a_1 = 1742. \end{cases}$$

Из системы найдем  $a_0$  и  $a_1$ :  $a_0 = 432,5$  тыс. т. Значит, модели тренда:  $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4t$ .

Точечный прогноз для 2003 г. ( $t = 9$ ):  $\hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot 9 = 526,1$  (тыс. т.)

Для нахождения интервального прогноза объема перевозок на 2003 г по формуле  $\hat{y}_t \pm t_{\alpha} \cdot S_{\hat{y}}$  выполним вспомогательные расчеты в таблице 12.2.

Вычислим теоретические уровни ( $\hat{y}_t$ ):

$$1995\text{г. } \hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot (-7) = 359 \text{ (тыс. т.)},$$

$$1996\text{г. } \hat{y}_t = 432,5 + 10,4 \cdot (-5) = 380,5 \text{ (тыс. т.) и т.д.}$$

Найдем среднее квадратическое отклонение тренда

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_t)^2}{n - m}} = \sqrt{\frac{1,28}{8 - 2}} = 0,462 \text{ (тыс. т.)}$$

По таблице распределения Стьюдента при вероятности  $p = 0,99$ ,  $k = n - 1 = 7$  найдем  $t_{\alpha} = 3,4$ .

Интервальный прогноз объема перевозок на 2003 г.  $\hat{y}_{\text{прогн}} = 526,1 \pm 3,4 \cdot 0,462$ ;

$$524,53 \text{ тыс. т.} \leq \hat{y} \leq 527,67 \text{ тыс. т.}$$

**Пример 13.** Имеются следующие данные по машиностроительному заводу:

Таблица 13.1

Виды продукции	Предыдущий год		Отчетный год	
	Произведено, шт.	Затраты труда по изготовлению единицы продукции, чел. час.	Произведено, шт.	Затраты труда по изготовлению единицы продукции, чел. час.
Станки-автоматы	650	2400	700	2300
Станки-полуавтоматы	350	2000	300	1800

Определите:

1. Индивидуальные индексы объема производства, трудоемкости и затрат труда на изготовление продукции. Проверьте увязку их в систему. Сделайте выводы.

2. Общие индексы:

а) трудоемкости;



б) физического объема продукции;

в) затрат труда на изготовление всей продукции.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

3. Абсолютные изменения затрат труда – всего и в том числе за счет изменений трудоемкости продукции и объема производства.

**Решение.**

Введем обозначения. Предыдущий год принимаем за базисный период, в котором затраты труда по изготовлению единицы продукции обозначаем  $t_0$ , а количество произведенной продукции –  $q_0$ . Отчетный год принимаем за текущий (или отчетный) период, в котором затраты труда по изготовлению единицы продукции обозначаем  $t_1$ , а количество –  $q_1$ .

1. Индивидуальные индексы:

а) объема произведенной продукции  $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ ;

б) трудоемкости  $i_t = \frac{t_1}{t_0}$ ;

в) общих затрат труда  $i_T = \frac{T_1}{T_0} = \frac{t_1 q_1}{t_0 q_0}$ .

Так, для станков-автоматов

$$i_q = \frac{700}{650} = 1,077, i_t = \frac{2300}{2400} = 0,958, i_T = \frac{t_1 q_1}{t_0 q_0} = \frac{2300 \cdot 700}{2400 \cdot 650} = 6,032.$$

Следовательно, в отчетном году объем производства станков-автоматов вырос на 7,7 %, затраты труда на изготовление одного станка снизились на 4,2%, затраты труда на производство всех станков увеличились на 3,2% по сравнению с предыдущим годом.

Увязка в систему:  $i_q \cdot i_t = i_T$ .

Для станков-полуавтоматов:

$$i_q = \frac{300}{350} = 0,857, i_t = \frac{1800}{2000} = 0,9, i_T = \frac{T_1}{T_0} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{1800 \cdot 300}{2000 \cdot 350} = 0,771.$$

Таким образом, объем производства станков-полуавтоматов в отчетном году снизился на 14,3%, затраты труда на производство одного станка-полуавтомата снизились на 10%, а поэтому затраты труда на производство всех станков-полуавтоматов снизились на 22,9%.

Выполняется увязка в систему:  $i_q \cdot i_t = i_T$ .

2. Общие индексы:

а) трудоемкости (по методу Пааше)

$$i_t = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{2300 \cdot 700 + 1800 \cdot 300}{2400 \cdot 700 + 2000 \cdot 300} = 0,943.$$

Это означает, что трудоемкость в отчетном году по данному виду продукции снизилась на 5,7% по сравнению с предыдущим годом;

б) физического объема произведенной продукции (по методу Ласпейреса)

$$I_q = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_0 t_0} = \frac{700 \cdot 2400 + 300 \cdot 2000}{650 \cdot 2400 + 350 \cdot 2000} = 1,009.$$

Это означает, что объем производства данного вида продукции в отчетном году увеличился на 0,9%;

в) затрат труда на изготовление всей производимой продукции

$$I_T = I_{tq} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0} = \frac{2300 \cdot 700 + 1800 \cdot 300}{2400 \cdot 650 + 2000 \cdot 350} = 0,951.$$

Таким образом, затраты труда на производство станков-автоматов и станков-полуавтоматов в отчетном году снизились на 4,9% по сравнению с предыдущим годом.

Взаимосвязь между общими индексами:  $I_t \cdot I_q = I_T$ .

3. Абсолютное изменение затрат труда на изготовление всей продукции исчисляется как разность между числителем и знаменателем индекса  $I_T$ :

$$\Delta_{Iq} = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_0 = 2150 - 2260 = -110 \text{ (чел. час.)}.$$

Это снижение затрат на производство обоих видов продукции на 110 чел. час. обусловлено изменением трудоемкости на продукцию и изменением объема производства.

Снижение затрат на производство за счет изменения трудоемкости продукции составило:  $\Delta_t = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1 = 2150 - 2280 = -130$  (чел. час.) и увеличение затрат на производство всех видов продукции за счет изменения объема производства составило:

$$\Delta_q = \sum q_1 t_0 - \sum q_0 t_0 = 2280 - 2260 = 20 \text{ (чел. час.)}.$$

Контрольное равенство:  $\Delta_q + \Delta_t = \Delta_{Iq}$ .

Замечание. Все расчеты удобно внести в таблицу

Таблица 13.2

Произведено, шт.		Затраты труда на единицу продукции, чел. час.		Затраты труда на производство всей продукции, чел. час.		Индивидуальные индексы			Условная величина
Пред. год	Отчет. год	Пред. год	Отчет. год	Пред. год	Отчет. год	$I_t$	$I_q$	$I_T$	
$q_0$	$q_1$	$t_0$	$t_1$	$t_0 q_0 = T_0$	$t_1 q_1 = T_1$				$t_0 q_1$

**Пример 14.** Имеются следующие данные о продаже товаров в торговых предприятиях района:

Таблица 14.1

Товар	Товарооборот в действующих ценах, млн. руб.		Изменение средних цен во II квартале по сравнению с I кварталом, %
	I квартал	II квартал	
Обувь	70	85	+13
Трикотаж	30	36	+6
Кожгалантерея	40	52	+2

Определите:

1. Изменение цен на проданные товары;
2. Общий индекс физического товарооборота;
3. Общий индекс товарооборота.

**Решение.**

Обозначим товарооборот в действующих ценах в I квартале –  $p_0q_0$ , во II квартале –  $p_1q_1$ . Определим индивидуальные индексы цен:

для обуви  $100 + 13 = 113\%$  или  $i_{p_1} = 1,13$  в коэффициентах;

для трикотажа  $100 + 6 = 106\%$  или  $i_{p_2} = 1,06$ ;

для кожгалантереи  $100 + 2 = 102\%$  или  $i_{p_3} = 1,02$ .

1. Общий индекс цен  $I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}$ , где  $q_1$  – объем продаж в II квартале.

Так как  $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ ,  $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$ , то  $p_0q_1 = \frac{p_1}{i_p}q_1 = \frac{p_1q_1}{i_p}$ . Тогда  $I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{p_1q_1}{i_p}}$ .

Следовательно,  $I_p = \frac{85 + 36 + 52}{\frac{85}{1,12} + \frac{36}{1,06} + \frac{52}{1,02}} = \frac{173}{160,83} = 1,076$  или 107,6%, то

есть цены в среднем увеличились на 7,6%. Сумма перерасхода, полученная населением от повышения цен, составила  $\Delta_p = 173 - 160,83 = 12,17$  млн. руб.

1. Общий индекс физического товарооборота:

$I_{pq} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0} = \frac{85 + 36 + 52}{70 + 30 + 40} = \frac{173}{140} = 1,236$  или 123,6%.

Товарооборот во II квартале вырос по сравнению с I кварталом на 23,6%, а в денежном выражении на 33 млн. руб.

Между вычисленными индексами существует взаимосвязь:

$I_{pq} = I_q \cdot I_p = 1,149 \cdot 1,076 = 1,236$ ,

$\Delta_{pq} = \Delta_p + \Delta_q = 12,17 + 20,83 = 33$  (млн. руб.).

**Пример 15.** Имеются следующие данные по предприятию:

Таблица 15.1

Участок	Трудоемкость одного изделия, час.		Выработано продукции, тыс. шт.	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
1	3,5	2,7	4	8
2	2,8	2,5	10	9
3	3,0	2,8	12	11

Определите:

1. Индивидуальные индексы трудоемкости изделий;

2. Индексы средней по цеху трудоемкости:

а) переменного состава;

б) фиксированного состава;

в) влияние структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Сделайте выводы.

3. Абсолютное изменение затрат на производство всего и в том числе за счет факторов (изменения средней трудоемкости, изменения объема).

**Решение.**

Обозначим трудоемкость изделия –  $t_0$  и  $t_1$ , количество выработанной продукции –  $q_0$  и  $q_1$ .

Результаты вычислений будем вносить в таблицу

Таблица 15.2

участок	Трудоемкость, час.		Выработано, тыс. шт.		Индивид. индекс трудоемкости	Удельный вес продукции предприятия		Затраты труда		
	I кв.	II кв.	4	5		7	8	I кв.	II кв.	
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	$t_0$	$t_1$	$q_0$	$q_1$	$i_t$	$d_0$	$d_1$	$t_0q_0$	$t_1q_1$	$t_0q_1$
1	3,5	2,7	4	8	0,771	0,154	0,286	14,0	21,6	28,0
2	2,8	2,5	10	9	0,893	0,385	0,321	28,0	22,5	25,2
3	3,0	2,8	12	11	0,933	0,462	0,393	36,0	30,8	33,0
Итого			26	28		1,000	1,000	78,0	74,9	86,2

1. Индивидуальные индексы трудоемкости определим по формуле  $i_t = \frac{t_1}{t_0}$

(см. гр. 6 табл. 15.2).

2. а) Определим индекс трудоемкости переменного состава, который равен соотношению средней трудоемкости продукции по трем участкам:

$$I_{пс} = \frac{\bar{t}_1}{\bar{t}_0} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{74,9}{28} : \frac{75,9}{26} \approx 0,892 \text{ или } 89,2\%.$$

Индекс показывает, что средняя трудоемкость изделия по трем участкам снизилась на 10,5%. Это величина значительно ниже, чем снижение трудоемкости по отдельным участкам (его величина варьирует от 6,7% до 22,9%. см. гр. 6 табл. 15.2).

Это снижение обусловлено двумя факторами: трудоемкости изделия на каждом участке и изменения структуры (удельного веса продукции).

Выявим влияние каждого из этих факторов на динамику средней трудоемкости, вычислив индексы трудоемкости фиксированного состава и влияние структурных сдвигов;

б) Индекс трудоемкости фиксированного состава:

$$I_{фс} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum t_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1} = \frac{74,9}{86,2} \approx 0,869 \text{ или } 86,9\%.$$

Трудоемкость изделия по трем участкам в среднем снизилась на 13,1%;

в) индекс влияния структурных сдвигов:

$$I_{CC} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{86,2}{28} : \frac{78,0}{26} \approx 1,026 \text{ или } 102,6\%.$$

Средняя трудоемкость изделия во II квартале увеличилась на 2,6% за счет изменения структуры, то есть за счет роста удельного веса продукции первого участка с 15,4% до 28,6%, на котором уровень трудоемкости изделия был ниже, чем втором и третьем участках.

**Замечание 1.** Все эти же индексы можно вычислить по удельным весам продукции предприятия, выраженных в коэффициентах:

$$I_{ПС} = \frac{\bar{t}_1}{\bar{t}_0} = \frac{\sum t_1 d_1}{\sum t_0 d_0}; I_{ФС} = \frac{\sum t_1 d_1}{\sum t_0 d_1}; d_0 = \frac{q_{0j}}{\sum q_{0j}}; d_1 = \frac{q_{1j}}{\sum q_{1j}}; I_{CC} = \frac{\sum t_0 d_1}{\sum t_0 d_0}.$$

**Замечание 2.** Небольшие расхождения в результатах связаны с округлениями в процессе вычисления.

Взаимосвязь между вычисленными индексами:

$$I_{ПС} = I_{ФС} \cdot I_{CC} = 0,869 \cdot 1,025 = 0,891.$$

3. общее изменение затрат на производство:

$$\Delta_{IQ} = \Delta_t + \Delta_q.$$

$$\Delta_{IQ} = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_0 = -3,1 \text{ (часа);}$$

$$\Delta_t = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1 = -11,3 \text{ (часа);}$$

$$\Delta_q = \sum t_0 q_1 - \sum t_0 q_0 = 8,2 \text{ (часа).}$$

Действительно,

$$-3,1 = -11,3 + 8,2 = -3,1$$

Общие затраты на производство снизились на 3,178 час, в том числе на 11,312 час стали меньше за счет снижения средней трудоемкости по предприятию и увеличились на 8,2 часа за счет увеличения объема производства.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Теория статистики / Под ред. проф. Г.Л. Громыко. – М.: ИНФРА-М., 2005.
2. Гинзбург, А.И. Статистика. – СПб.: Питер, 2003.
3. Елисеева, И.И. Общая теория статистики: учеб. / И.И. Елисеева, М.М. Юзбашев; под ред. И.И.Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2005.
4. Ефимова, М.Р. Общая теория статистики: учебник / М.Р. Ефимова, Е.В. Петрова, В.Н. Румянцев. – М.: ИНФРА-М, 2005.
5. Годунов, Б.А. Статистика: конспект лекций. – Брест: издательство БрГТУ, 2008. – Ч.1.
6. Статистика. Методические указания и задания к контрольным работам по курсу «Статистика» для студентов экономических специальностей ФЗО. – Брест: УО БрГТУ, 2008. – Ч.1.
7. Практикум по общей теории статистики. Для студентов экономических специальностей. – Брест: Издательство БрГТУ, 2010. – Ч.1.
8. Практикум по общей теории статистики: учебно-методическое пособие/ под ред. М.Г. Назарова. – М.: КНОРУС, 2008. – 184 с.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

**Составители:**

Гусева Светлана Тадеушевна,  
Золотухина Лада Станиславовна,  
Щамовская Галина Владимировна

## **Статистика**

**Задания и методические рекомендации  
по выполнению заданий из курса «Статистика»  
для студентов экономических специальностей  
заочной формы обучения**

Ответственный за выпуск: Гусева С.Т.

Редактор: Строкач Т.В.

Компьютерная вёрстка: Кармаш Е.Л.

Корректор: Никитчик Е.В.

---

Подписано к печати 31.08.2011 г. Формат 60x84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Гарнитура Arial.  
Бумага «Снегурочка». Усл. п. л. 2,33. Уч. изд. 2,5. Заказ № 779. Тираж 120 экз.  
Отпечатано на ризографе учреждения образования  
«Брестский государственный технический университет».  
224017, г. Брест, ул. Московская, 267.