

чину прогибов и ширину раскрытия трещин лишь на той стадии работы изгибаемых элементов, когда напряжение в арматуре превышает величину условного предела текучести. Однако при эксплуатационных нагрузках, когда напряжение в арматуре не превышает предела текучести, это влияние отсутствует.

3. Расчетные значения ширины раскрытия трещин и прогибов, вычисленные по методике СНиП 2.03.01-84 и по упрощенному способу СНБ 5.03.01-98 хорошо согласуются с опытными данными при упругой работе арматуры в конструкциях. Общий случай расчета ширины раскрытия трещин и прогибов по проекту СНБ 5.03.01-98 дает возможность оценить работу балок на всех стадиях работы элемента вплоть до разрушения, при этом учитывается возможность применения арматуры с различными диаграммами " σ - ϵ " арматуры и бетона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волик А.Р. Влияние диаграммы деформирования арматуры на прочность, трещиностойкость и деформативность балок // Инженерные проблемы строительства и эксплуатации сооружений: сборник научных трудов; под ред. Д.Н.Лазовского. – Минск: УП «Технопринт», 2001. – С. 53-58.
2. Волик А.Р. Механические свойства арматуры класса Ат500С из углеродистой стали // Материалы международной 53-й научно-технической конференции профессоров, преподавателей, научных работников и аспирантов БГПА, Минск, 1999 г. / Белорусская государственная политехническая академия. – Минск, 1999. – С. 8.
3. Мадатян С.А. Общие тенденции производства и применения обычной и напрягаемой арматуры // Бетон и железобетон, №1, 1997. – С. 2-5.
4. Терин В.Д., Волик А.Р. Прочность балок с ненапрягаемой арматурой, класса Ат500С // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: Материалы V научно-методического межвузовского семинара, Могилев, 13-16 мая 1998 г.; Под ред. А.А.Борисевича, Т.М.Пецольда. – Мн: Редакция журнала «Тыдзень», 2000. – С. 279-284.
5. Терин В.Д., Волик А.Р., Клейменов Д.И. Исследование механических и технологических свойств арматуры Ат500С из углеродистой стали // Nowe rozwiązania w budownictwie i naprawę konstrukcji budowlanych, powszechnych i zabytkowych: Материалы научно-техн. конференции, Люблин, 17-21 ноября 1996 г. / Люблинский политехнический институт. – Люблин, 1996. – С. 123-127.

УДК 624.012.45

Глухов Д.О., Пранович А.В.

МЕТОД УСТРАНЕНИЯ ПРЕРЫВНОСТИ И ЛОКАЛЬНОГО МИНИМУМА ПОВЕРХНОСТИ РЕШЕНИЯ РАСЧЕТНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

Описание проблемы

Деформационная модель постепенно завоевывает признание в науке о железобетоне. В различных модификациях она начинает применяться при расчете нормальных сечений железобетонного элемента, расчете наклонных сечений, стано-

вится основой при решении задачи расчета статически неопределимых конструкций в нелинейной постановке.

Пусть C — множество всех точек рассматриваемого нормального сечения железобетонной конструкции. Тогда расчетные уравнения математической модели можно записать в интегральном виде.

$$\begin{cases} \iint_C Q(\varepsilon(x, y)) dx dy = N \\ \iint_C Q(\varepsilon(x, y)) x dx dy = -M_x \\ \iint_C Q(\varepsilon(x, y)) y dx dy = -M_y \end{cases} \quad (1)$$

В качестве обобщенной характеристики механических свойств бетона при одноосном напряженном состоянии в проекте СНБ 05.03.01-98 принята нормативная диаграмма состояния (деформирования бетона) « σ - ε », устанавливающую связь между напряжениями $\sigma_{сж}$ ($\sigma_{сжк}$) и деформациями ε_c ($\varepsilon_{сж}$) сжатого (растянутого) бетона при кратковременном действии однократно приложенной нагрузки. Кусочно-линейная интерполяция диаграмм изображена на рис. 1.

Аналогичную интерполяцию можно построить и для арматуры (рис. 2).

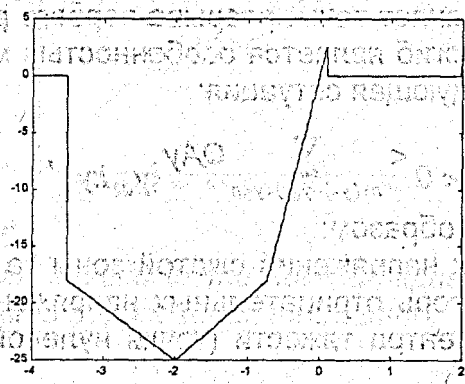


Рис. 1.

Диаграмма деформирования для бетона

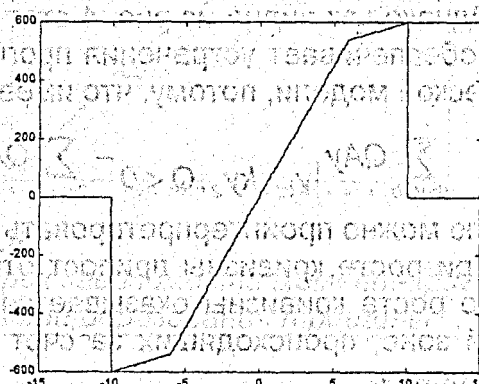


Рис. 2.

Диаграмма деформирования для арматуры

При численном интегрировании функции напряжений мы имеем точку разрыва функции первого рода, которая возникает по той причине, что когда новый узел квадратурного правила оказывается за пределами прямой $\varepsilon_{сж} = 0.1$, его вклад в сумму становится равным 0. Причем от выбора квадратурного правила этот скачок не зависит. Это приводит к тому, что график зависимости момент-кривизна в области образования трещины имеет вид изображенный на рис. 3.

Для построения быстросходящихся и устойчивых алгоритмов расчета напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента необходимо обеспечить непрерывность поверхности решения, а также устранить прогиб присутствующий на этом графике. Способ устранения точек разрыва первого рода на поверхности решения расчетной системы уравнений был предложен Глуховым Д.О. в статье «Непрерывность поверхности решений системы уравнений деформационной модели». Этот способ предусматривает коррекцию весов квадратурного правила.

$$\text{rotate}(\sigma(\varepsilon(t_{i,j}))) : \begin{cases} \sigma(\varepsilon(t_{i,j})) & \text{if } \varepsilon(t_{i,j}) \leq \varepsilon_{сж} \\ \sigma(\varepsilon_{сж}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

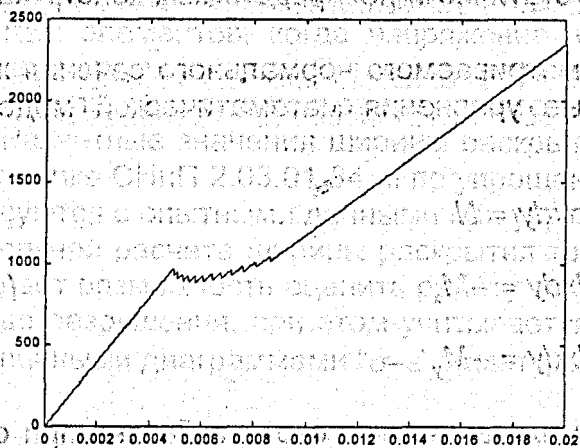


Рис.3.

График зависимости момент-кривизна в области образования трещины

$$\text{correct}(w) = \frac{w(\epsilon_{cu} - \epsilon_{min})}{(\epsilon_{max} - \epsilon_{min})} \quad (3)$$

$$\iint_Q(\epsilon(x, y)) dx dy \approx \sum \sum \text{correct}(w, p_j) \text{rotate}(Q(\epsilon(t_{i,j}))) \quad (4)$$

Однако как видно из рис. 4 этот способ устраняет точки разрыва первого рода, но не обеспечивает устранения прогиба. Этот прогиб является особенностью математической модели, потому, что имеет место следующая ситуация:

$$\sum_{0 > y > h} QAy |_{y_{02}, ky_2, Q < 0} - \sum_{0 < y < h} QAy |_{y_{01}, ky_1, Q < 0} < \sum_{h + (y_{02} - y_{01}) < y < h} QAy |_{y_{02}, ky_2} \quad (5)$$

которую можно проинтерпретировать следующим образом:

При росте кривизны прирост отрицательных напряжений сжатой зоны за счет именно роста кривизны оказывается меньше потерь отрицательных напряжений в сжатой зоне, происходящих за счет смещения центра тяжести (точки нулевой деформации) y_0 .

Поэтому для его устранения было предложено несколько способов доработки математической модели.

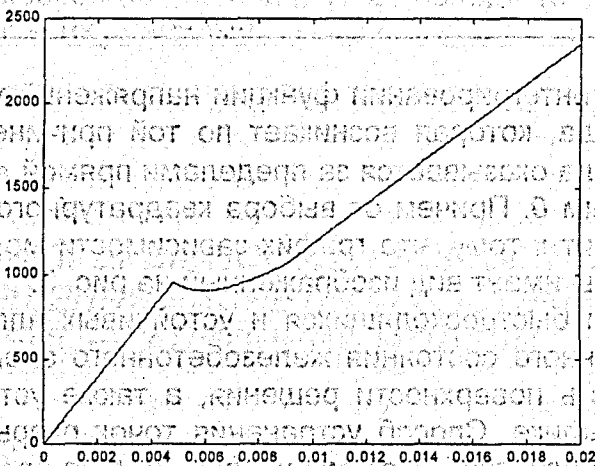


Рис.4.

График зависимости момент-кривизна в области образования трещины без точек разрыва первого рода

Так как в природе разрушение бетона происходит не мгновенно, а за некоторый интервал времени, то можно сделать предположение о том, что при численном интегрировании функции напряжений, когда новый узел квадратурного правила оказывается за пределами прямой $\epsilon_{ctu} = 0.1$, его вклад в сумму становится равным не 0 а некоторому числу больше 0. Примеры данного процесса представлены на рис. 5.

Однако как видно из графика этот способ не устраняет точек разрыва и снижает точность расчета.

Предлагаемый метод устранения прерывности и локального минимума поверхности решения

Следующий способ состоит в предположении о том, что напряжение в бетоне уменьшается до 0 не сразу, а постепенно, например, по линейному закону. Как видно из рис. 6. эта модель довольно неплохо описывает железобетонную конструкцию. Причем точность построения возрастает при приближении угла наклона прямой к прямому.

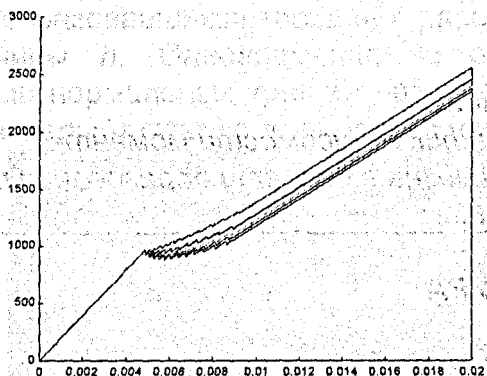


Рис. 5.

График зависимости момент-кривизна в области образования трещины

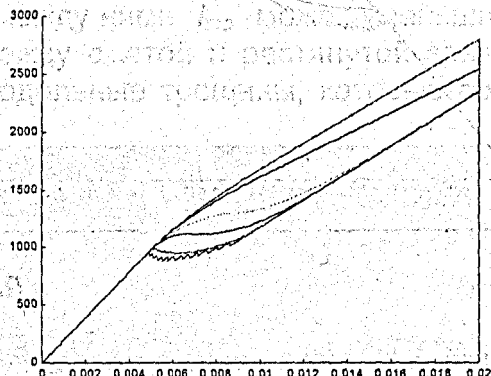


Рис. 6.

График зависимости момент-кривизна в области образования трещины

$$Q(\epsilon) \Big|_{\epsilon_{ctu} < \epsilon < \epsilon_{end}} = Q(\epsilon_{ctu}) - \frac{Q(\epsilon_{ctu})}{(\epsilon_{end} - \epsilon_{ctu})} (\epsilon - \epsilon_{ctu}) \quad (6)$$

Но математическую модель можно построить еще более точно, если предположить, что напряжение в бетоне уменьшается не по линейному, а по гиперболическому закону рис. 7. На рис. 8 видно, что второй метод явно предпочтительнее.

$$Q(\epsilon) \Big|_{\epsilon > \epsilon_{ctu}} = \frac{Q(\epsilon_{ctu})}{(\epsilon - \epsilon_{ctu} + 1)^p} \quad (7)$$

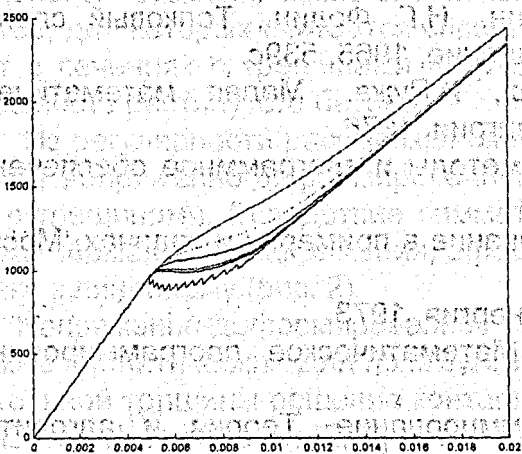


Рис. 7.

График зависимости момент-кривизна в области образования трещины

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный метод обеспечивает непрерывность поверхности решения и устраняет локальный минимум. Он дает возможность построения быстросходящихся, ньютоноподобных, градиентных алгоритмов поиска решения расчетной системы уравнений математической модели напряженно-деформированного состояния нормального сечения железобетонного элемента.

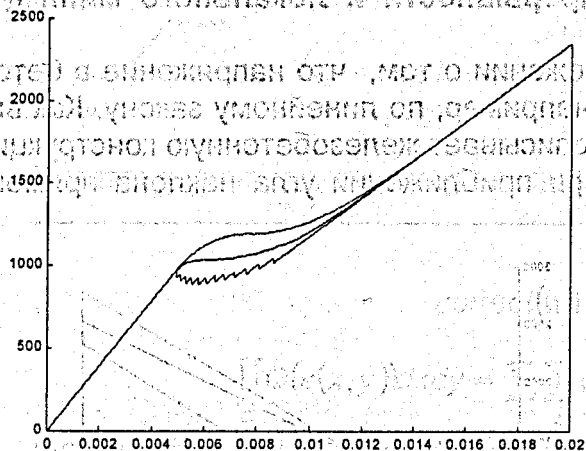


Рис.8.
График зависимости момент-кривизна в области образования трещины

ЛИТЕРАТУРА

1. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978. - 512с.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Наука, 1987.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989. - 432с.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1989. - 608с.
5. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. - М.: изд.-во МФТИ, 1994. - 528 с.
6. А.Д. Мышкис, Лекции по высшей математике, Наука, 1973.
7. З.Г. Корн., Т. Корн., Справочник по математике для научных работников и инженеров, Москва, Наука, 1977.
8. Л.И. Турчак, Основы численных методов, Москва, Наука, 1987.
9. Д.Б. Юдин., Е.Г. Гольштейн., Линейное программирование, Москва, Государственное издательство физико-математической литературы, 1963.
10. Д.Н. Лазовский., Усиление железобетонных конструкций эксплуатируемых строительных сооружений, Новополоцк, Полоцкий государственный университет, 1998.
11. О.В. Мантуров., Ю.К. Солнцев., Ю.И. Сорокин., Н.Г. Федин., Толковый словарь математических терминов, Москва, Просвещение, 1965, 539с.
12. Э.Фрид., И.Пастор., И.Рейман., П.Ревес., И.Ружа., Малая математическая энциклопедия, Будапешт, Академия наук венгрии, 1976.
13. Д.Каханер, К.Моулер, С.Нэш., Численные методы и программное обеспечение, Москва, Мир, 1998.
14. И.Л. Акулич., Математическое программирование в примерах и задачах, Москва, Высшая школа, 1986.
15. Л.Т. Кузин., Основы кибернетики, Москва, Энергия, 1973.
16. А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод., Математическое программирование, Минск, Высшая школа, 1994.
17. М.Базара, К.Шетти, Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы, Москва, Мир, 1982.