УДК 621.85.052

А. Т. СКОЙБЕДА, А. Н. НИКОНЧУК, А. Г. БАХАНОВИЧ

УСТАЛОСТНАЯ ПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ РЕМНЕЙ И ЕЕ РАСЧЕТ

Долговечность зубчато-ременной передачи (ЗРП) практически определяется долговечностью зубчатого ремня. Опыт промышленной эксплуатации ЗРП и результаты ресурсных испытаний свидетельствуют о преобладании двух критериев деструкции ремня – усталостного разрушения зубьев и их износа.

Усталостное разрушение наблюдается, как правило, со стороны зубьев ремня, взаимодействующих с ведомым шкивом, и преобладает у сборочных ремней, оснащенных тканевой обкладкой и имеющих достаточно жесткие зубья.

Авторами предпринята попытка получения достоверной зависимости усталостной долговечности от ряда основных параметров, адекватно отражающей кинематические и силовые особенности взаимодействия ремня со шкивом на базе уточнения основных принципов разрушения зубьев.

Основой расчета усталостной долговечности зубьев ремня в настоящее время являются эмпирические результаты, получаемые при ресурсных испытаниях передач на стендах с передачей мощности или при циклическом деформировании отдельных зубьев ремня на стендах-пульсаторах. Такие результаты подвергаются статистической обработке и предлагаются в виде методики расчета усталостной долговечности. Следовательно, разработка моделей утраты работоспособности, адекватно отражающих наблюдаемые на практике явления, должна базироваться на анализе напряженно-деформированного состояния зубьев ремня.

В работе [1] предлагается адгезионная модель образования усталостной трещины у основания зуба. Таким образом, из всего комплекса действующих на зуб ремня нагрузок, среди которых имеют место сдвиг, сжатие, изгиб, выделяется только сдвиговая компонента. На первый взгляд, это может показаться оправданным, так как сдвиговые деформации в общем объеме составляют более 1/3 [2, 3]. Однако на базе этой предпосылки авторы не получили объяснения, к примеру, того факта, что усталостная трещина при $U \geqslant 1$ образуется со стороны зуба ремня, контактирующего с ведомым шкивом. Не нашла своего подтверждения и роль адгезии в образовании усталостной трещины. Действительно, в общем объеме ремня корд занимает довольно мало места: при диаметре, например, металлокорда 0,36 мм расстояние между соседними нитями (витками) корда составляет 0,8–1,2 мм. С учетом этого выражение для расчета долговечности, обусловленной наличием адгезионных сил, применимо для ремней, зубья которых привулканизированы к несущему слою, имеющему сплошную конструкцию, например в виде металлической или полимерной ленты.

Усталостная долговечность зубьев ремня определяется комплексом факторов, а не только адгезией резины к корду, что подтверждается следующими фактами.

Рассмотрим процесс образования усталостной трещины. Анализ причин отказов ремней в условиях стендовых испытаний и исследований на стендах-пульсаторах [4, 5] свидетельствует, что местом зарождения трещины является область перехода от межзубой впадины ремня к боковой поверхности зуба. Если бы усталостная трещина являлась следствием разрушения адгезионного соединения, то она зарождалась бы не на поверхности зуба, где отсутствуют какие-либо адгезионные соединения, а у его основания, контактирующего с кордом. Таким образом, образование усталостной трещины является следствием действия не только сдвигающих сил. Анализируя эпюры распределения касательных напряжений в материале зуба ремня и на поверхности раздела зуб–корд [6, 7], можно увидеть, что их пиковые значения соответствуют области пересечения прямых, являющихся продолжением боковой поверхности зуба ремня и ближайшей к основанию зуба поверхности нити корда. Следовательно, концентратор сдвигающих напряжений размещен внутри объема зуба, а не на его поверхности.

Здесь уместно привести следующий пример. Результаты исследований напряженно-деформированного состояния трапецеидальных и полукруглых зубьев [7] свидетельствуют о неравномерном распределении касательных напряжений τ в основании первых и практически равномерном их распределении у вторых зубьев. При этом локализация максимальных значений τ у зубьев типа HTD наблюдается в области, находящейся вблизи оси симметрии зуба. Однако результаты стендовых испытаний ремней HTD с передачей ими нагрузки свидетельствуют об аналогичном с трапецеидальными зубьями характере усталостного разрушения – трещина зарождается на поверхности зуба ремня и прогрессирует по нормали к радиусу округления до оголения нитей кордшнура [8]. Трещина распространяется под углом 25–30° к оси кордшнура и до достижения поверхности кордшнура проходит достаточно протяженный участок резинового массива зуба ремня, составляющий 0,2–0,3 от его ширины, измеренной вдоль ремня. Примерно 1/3 часть испытанных ремней продемонстрировала видоизмененное усталостное разрушение зубьев. Его особенность заключается в распространении трещины на некотором удалении от поверхности кордшнура. Аналогичные виды отказов имеют место и у ремней с трапецеидальными зубьями [8, 9].

Таким образом, усталостное разрушение зубьев ремня в общем случае является когезионно-адгезионным с превалированием первого фактора и отсутствием в ряде случаев второго. Незначительное влияние адгезионного фактора следует также из того обстоятельства, что период времени от появления трещины с достаточной для инструментальных наблюдений длиной и до ее распространения на определенную длину, соответствующую потере несущей способности зубьев, весьма невелик и составляет 5–8 % от $N_у$. Прежде всего это связано с резким увеличением концентрации напряжений в вершине трещины по сравнению со скругленным участком перехода от межзубой впадины к боковой поверхности зуба. Следовательно,

$$N_у = N_{зу} + N_{ру}, \qquad (1)$$

где $N_{зу}$, $N_{ру}$ – время (в циклах воздействия нагрузки) до зарождения трещины и ее распространения до предельного состояния зубьев соответственно.

С учетом этого выражение (1) примет вид: $N_у \approx (1{,}05 \div 1{,}08)N_{зу}$. В то же время разрушение адгезионного слоя между эластомером зуба и кордшнуром наблюдается на стадии, соответствующей $N_{ру}$, когда трещина распространяется вдоль адгезионного слоя. Следовательно, учет адгезионного фактора деструкции зуба не внесет существенной прибавки в точность прогнозирования величины $N_у$ в целом. Наибольший интерес с точки зрения практического использования представляет собой стадия $N_{зу}$, долговечность зуба в которой должна определяться на основании известных уравнений прочности твердых тел.

Рассмотрим вопрос образования усталостной трещины со стороны зуба, взаимодействующей с ведомым шкивом, поскольку существующие методики прогнозирования долговечности не позволяли объяснить этот факт.

При входе зубьев в зацепление с ведущим шкивом (рис. 1) сила трения $F_{тр11}$ способствует сжатию боковой поверхности зуба ремня, контактирующей со шкивом. Противоположная сторона зуба ремня растягивается. Она также растягивается при выходе из зацепления с ведомым шкивом, так как сила трения $F_{тр12} = P_{12}\mu$, приложенная к зубу ремня, при выходе из зацепления имеет противоположное направление. Силы трения в зацеплении зубьев, расположенных у ведомой ветви, ввиду $F_2 < F_1$, $U > 1$ и $\psi \geqslant 1$ вызывают меньшие деформации растяжения-сжатия зубьев.

Помимо разницы по величине сил трения в зацеплениях у ведомой и ведущей ветвей, эти силы создают различные изгибающие моменты, действующие на зуб ремня. Значения плеч действия сил трения $F_{11}(F_{12})$ и $F_{21}(F_{22})$ соответственно равны:

$$L_{тр11} = L_{тр12} \approx h_р \cos^2 \beta_р / \sin\left[\operatorname{arctg}\frac{h_р / \cos\beta_р - S_р}{h_р / \cos\beta_р + S_р} \times\right.$$

$$\left.\times \operatorname{ctg}\left(\frac{90° + \beta_р}{2}\right) + 90° - \left(\frac{90° - \beta_р}{2}\right)\right]; \quad (2)$$

$$L_{тр21} = L_{тр22} \approx S_р + h_р \operatorname{tg}\beta_р. \quad (3)$$

В соответствии с (2), (3) для ремней $m = 7$ мм получим $L_{тр11} = 12{,}25$ мм; $L_{тр21} = 12{,}85$ мм, т. е. $L_{тр21} \approx L_{тр11}$. Таким образом, ввиду примерного равенства плеч при $P_{11} > P_{22}$ изгибающие моменты от сил трения у ведущей ветви будут больше по величине.

Располагая значениями нагрузок, действующих на входящие в зацепление зубья и выходящие из него, а также учитывая сложное напряженно-деформированное состояние зубьев, получаем величины основных напряжений, действующих в их материале. При этом в отличие от [10] усилие, действующее на входящий в зацепление зуб ремня, приложим не в средней части

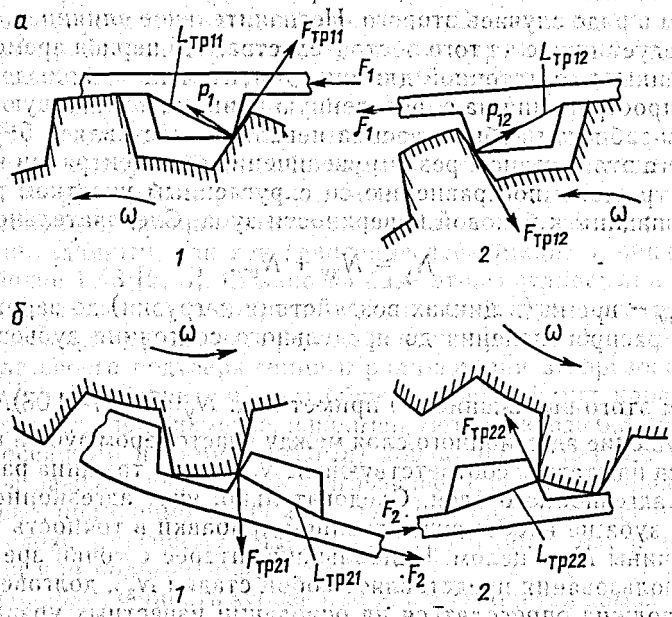

Рис. 1. Направление сил трения в зубчато-ременной передаче: *1* – ведущий шкив; *2* – ведомый шкив; *а* – ведущая ветвь; *б* – ведомая ветвь

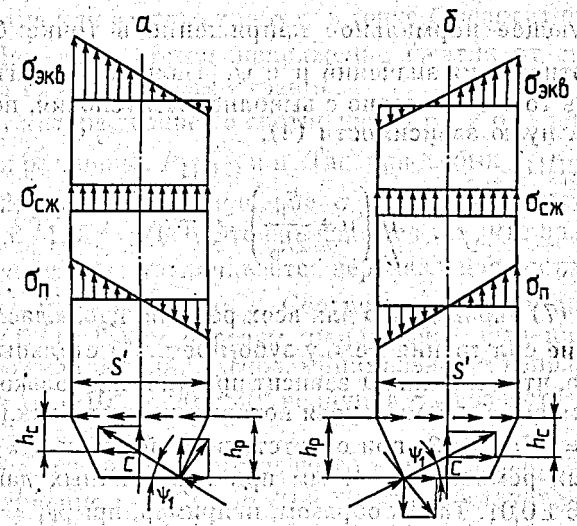

Рис. 2. Распределение напряжений в материале зубьев ремня при входе в зацепление (*а*) и выходе из него (*б*)

его боковой грани, а в вершине (рис. 2, *а*), что соответствует кинематическим особенностям входной траектории (первоначальный контакт зубьев происходит в точке, расположенной на скругленном участке перехода от вершины зуба ремня к его боковой грани).

Результаты исследований позволяют сделать вывод о том, что расцепление зубьев при выходе из зацепления с ведомым шкивом происходит в точке, лежащей на высоте $(0{,}3-0{,}4)h_р$ от дна межзубой впадины. Следовательно, для случая выхода из зацепления с ведущим шкивом приложение нагрузки на высоте $0{,}5h_р$ можно считать оправданным.

С учетом аналогии кинематических особенностей зацепления на входе на ведущий шкив и выходе с ведомого составим расчетную схему для выходящего из зацепления зуба (рис. 2, *б*). В соответствии с рис. 2,*а* для входящего зуба имеем следующие значения напряжений:

а) напряжение изгиба

$$\sigma_и = \sigma_и^р - \sigma_и^{тр} = \frac{6P_{11}\cos\psi_1 h_c}{(S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р)^2} - \frac{6P_{11}\mu\sin\psi_1 h_р}{(S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р)^2} =$$

$$= \frac{6P_{11}}{(S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р)^2}\left[\cos\psi_1 h_р - \sin\psi_1\left(\frac{S_р}{2} + \mu h_р\right)\right]; \qquad (4)$$

б) напряжение сжатия

$$\sigma_{сж} = \sigma_{сж}^р - \sigma_{сж}^{тр} = \frac{P_{11}\sin\psi_1}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р} + \frac{P_{11}\mu\cos\psi_1}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р} =$$

$$= \frac{P_{11}}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р}[\sin\psi_1 + \mu\cos\psi_1]; \qquad (5)$$

в) напряжение сдвига

$$\tau = \tau^р - \tau^{тр} = \frac{P_{11}\cos\psi_1}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р} - \frac{P_{11}\mu\sin\psi_1}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р} =$$

$$= \frac{P_{11}}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р}[\cos\psi_1 - \mu\sin\psi_1] \qquad (6)$$

Результирующее нормальное напряжение в точке C $\sigma_р = \sigma_и + \sigma_{сж}$ зависит от соотношения значений μ и ψ_1. Наличие растягивающих напряжений изгиба в точке C связано с выполнением условия, полученного приравниванием к нулю зависимости (4):

$$1\Big/\left(\mu + \frac{S_р}{2h_р}\right) \geqslant \operatorname{tg}\psi_1, \tag{7}$$

Выражение (7) справедливо для всех реально наблюдаемых значений μ и ψ_1. Измерение сил трения между зубом ремня и стальным контртелом с R_a 3,2 показало, что величина μ зависит практически только от конструкции ремня. Для ремней $m = 7$ мм, зубья которых покрыты обкладочной тканью арт. 56320, $\mu = 0{,}25 \pm 0{,}03$, при отсутствии этой ткани $\mu = 0{,}38 \pm 0{,}05$. Для полиуретановых ремней $m = 4$ мм при аналогичных давлениях в зоне трения $\mu = 0{,}16 \pm 0{,}01$. Таким образом, например, при $\psi_1 = 10°$; $m = 7$ мм и $\mu = 0{,}1$ и 0,4 в соответствии с (7) получим: 1,304 > 0,176; 0,937 > 0,176. Следовательно, объяснить с учетом $\sigma_{сж}$ появление растягивающих напряжений в точке C при входе в зацепление практически невозможно.

Сдвиг зуба ремня в направлении действия силы P_{11} будет преобладать над сдвигом от сил трения в случае выполнения условия:

$$1 / \mu \geqslant \operatorname{tg}\psi_1. \tag{8}$$

Неравенство (8) также справедливо для реальных конструкций зубчато-ременных передач, так как даже при $\mu = 0{,}5$ угол ψ_1 больше 63,4°.

Для выхода из зацепления в соответствии с рис. 2,*б* получим следующие значения напряжений:

а) напряжение изгиба

$$\sigma_и = \sigma_и^р + \sigma_и^{тр} = -\left[\frac{6P_{12}\cos\psi_1 h_c}{(S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р)^2} + \frac{6P_{12}\mu\sin\psi_1 h_р}{(S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р)^2}\right] =$$

$$= -\frac{6P_{12}}{(S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р)^2}\left[h_р\cos\psi_1 - \sin\psi_1\left(\frac{S_р}{2} + \mu h_р\right)\right]; \tag{9}$$

б) напряжение сжатия

$$\sigma_{сж} = \sigma_{сж}^р - \sigma_{сж}^{тр} = \frac{P_{12}\sin\psi_1}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р} - \frac{P_{12}\mu\cos\psi_1}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р} =$$

$$= \frac{P_{12}}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р}[\sin\psi_1 - \mu\cos\psi_1]; \tag{10}$$

в) напряжение сдвига

$$\tau = \tau^р - \tau^{тр} = \frac{P_{12}\cos\psi_1}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р} + \frac{P_{12}\mu\sin\psi_1}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р} =$$

$$= \frac{P_{12}}{S_р + 2h_р \operatorname{tg}\beta_р}[\cos\psi_1 + \mu\sin\psi_1] \tag{11}$$

Наличие сжатия или растяжения $\sigma_{сж}$ в точке C зависит от соотношения ψ_1 и $\mathrm{arctg}\mu$. При $\psi_1 > \mathrm{arctg}\mu$ напряжение сжатия от силы P_{12} будет преобладать над сжатием силами трения.

Представляет интерес вопрос о соотношении $\sigma_и$ и $\sigma_{сж}$ в общем балансе величины $\sigma_р$ при различных $P_{11(12)}$ и μ. Так, при любых $P_{11(12)}$ и увеличении μ от 0,1 до 0,2; 0,3; 0,4 соотношение $\sigma_и / \sigma_{сж}$ изменяется следующим образом: 9/1; 6,6/1; 5/1; 4/1. Это объясняется тем, что при относительно постоянных значениях $\sigma_и$ увеличивается вертикальная составляющая силы трения $P_{11}\mu\cos\psi_1$ и возрастает $\sigma_{сж}$. Соотношение $\sigma_и / \tau$ примерно постоянно и равно 2,5/1. Таким образом, наибольшее значение при входе в зацепление имеют напряжения изгиба, минимальное – напряжение сжатия. При увеличении ψ_1 с 10° до 20 и 30° величина $\sigma_р$ возрастает в 1,17 и 1,44 раза.

Аналогичные соотношения наблюдаются и при выходе зубьев из зацепления. Так, увеличение ψ_1 с 10° до 20 и 30° способствует росту $\sigma_р$ в 1,25 и 1,76 раза соответственно. Более интенсивный рост $\sigma_р$ с увеличением ψ_1 связан с противоположным направлением $\sigma_и$ и $\sigma_{сж}$. При этом ввиду $\sigma_и \gg \sigma_{сж}$ величина $\sigma_р = -\sigma_и + \sigma_{сж}$.

В соответствии с энергетической теорией прочности эквивалентное напряжение в основании зуба ремня равно:

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma_р^2 + 3\tau^2}. \qquad (12)$$

Анализ зависимости (12) для точки C при входе в зацепление и выходе из него показывает, что значения $\sigma_{экв}$ в этих случаях практически одинаковы по модулю. Выявлено 2–5%-ное увеличение $\sigma_{экв}^{вх}$ над $\sigma_{экв}^{вых}$. Однако эти величины имеют различные знаки: $\sigma_{экв}^{вх}$ является напряжением сжатия, $\sigma_{экв}^{вых}$ – напряжением растяжения. Известно также, что усталостная трещина у большинства машиностроительных деталей появляется со стороны, на которой преобладают растягивающие напряжения. Это справедливо для зубчатых колес, крепежных деталей и т. д. [11]. С распространением этой аналогии на зубчатые ремни становится очевидным появление трещины со стороны зуба ремня, взаимодействующей с ведомым шкивом. При выходе из зацепления с этим шкивом в окрестности точки C зуба ремня действуют максимальные растягивающие усилия.

Учет сил трения в расчетах напряженно-деформированного состояния зубьев существенно влияет на конечный результат – значение $\sigma_{экв}$. При этом влияние трения сказывается больше на величине $\sigma_{экв}^{вх}$: возрастание μ от 0 до 0,5 приводит к повышению $\sigma_{экв}^{вх}$ на $[(\mu/0{,}1)\cdot 6]$%, т. е. на 6% на каждые 0,1 увеличения μ. Аналогичный рост μ при входе в зацепление обеспечивает меньшее возрастание $\sigma_{экв}^{вх}$: по 1,5% на каждые 0,1 увеличения μ.

Следует отметить, что выражения (4)–(12) пригодны и для передач с полукруглыми зубьями. В этом случае вместо знаменателя $S_р + 2h_р\mathrm{tg}\beta_р$ подставляется $2R_2$; вместо h_c – величина $(h_р - R_2)$; вместо $h_р$ – значение $[h_р + R_2(\sin\psi_1 - 1)]$.

Поскольку все силовые факторы, к числу которых относятся изгибающая, сдвигающая и сжимающая нагрузки, действуют на зуб ремня совместно, нет необходимости выделять критерии разрушения, соответствующие каждому

Значения $P_{11разр}$ ремней различных типоразмеров

Тип ремня m, мм	Твердость зубьев	$P_{11разр}$, Н/мм
m = 1 (СБ 1-112)	77,2	17,4
m = 1,5 (СБ 1,5-53)	64,1	30,7
m = 2 (СБ 2-68)	75,0	33,5
m = 3 (СБ 3-48)	58,6	53,0
m = 3 (СБ 3-48)	68,2	50,0
m = 3 (СБ 3-48)	74,3	44,9
m = 3 (СБ 3-48)	85,2	39,9
m = 4 (СБ 4-48)	73,7	56,5
m = 5 (СБ 5-100)	70,8	81,8
m = 7 (СБ 7-71)	70,5	142,0
m = 10 (СБ 10-96)	67,0	218,5
XL(130XL)	69,3	30,8
XL(210XL)*	90,0	24,8
L(300L)	71,6	43,9
L(210L)*	88,5	36,3
H(300H)	71,9	52,9
H(300H)*	90,5	43,8

* Импортные ремни.

из видов нагрузки. С учетом действия этих нагрузок в комплексе уравнение долговечности зубьев ремня в общем виде запишется следующим образом:

$$(\sigma_{экв} / [\sigma_{экв}])^{m_N} = N_Б / N_у, \qquad (13)$$

где $[\sigma_{экв}]$ – напряжение в материале зуба ремня, соответствующее базовому уровню долговечности $N_Б$; m_N – показатель степени кривой усталости зубьев.

Если принять $m_N < 1$, то $[\sigma_{экв}]_1$ будет соответствовать напряжению в материале зуба ремня при однократном нагружении. Таким образом, для определения $N_у$ необходимо наличие данных о пределе прочности зубьев $\sigma_1 = [\sigma_{экв}]_1$. Значения σ_1 находятся по зависимости (12) путем подстановки в формулы (9)–(11) величины $P_{12р}$, соответствующей минимальному усилию, вызывающему отрыв зуба ремня от каркаса при однократном нагружении (таблица).

С учетом приведенных рассуждений величина усталостной долговечности ремня в циклах нагружения запишется в виде

$$N_у = (\sigma_1 / \sigma_{экв})^{m_N}, \qquad (14)$$

Значение m_N в (14) рекомендуется принимать равным 5.

Таким образом, рассмотрено сложное напряженно-деформированное состояние зацепляющихся зубьев и получена зависимость усталостной долговечности от ряда основных параметров, реально описывающая силовые и кинематические особенности взаимодействия ремня со шкивом.

Summary

On the basis of existing prognosys methods for determining fatigue durability of cogged belts, a new, precised technology, was suggested, that is taking into consideration interaction peculiarities of the belt and the pulley. It is considered, that the commonly used calculations, based on empiric results, do not reflect adequately the pfenomenon observed in reality. Preference should be given to the calculation of the fatigue durability on the basis of the analysis of the complicated stressed-deformed-condition of cogges of the belt and on the basis of design of the output loss model, that is considering basis fatigue principles of these coggs.

Литература

1. Наталевич А. Н. Исследование условий повышения работоспособности зубчато-ременных передач: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Мн., 1982.
2. Гуревич Ю. Е. Исследование зубчато-ременной передачи: Дис. канд. техн. наук. М., 1972.
3. Кожевников С. Н., Погребняк А. П. Конструирование и расчет механизмов с зубчатыми ременными передачами. Киев, 1984.
4. Никончук А. Н., Шпилевский В. И. Усталостная прочность зубьев зубчатых ремней. Мн., 1989. Деп. в ВНИИТЭМР 19.10.89 № 296-МШ.
5. Бойков В. П., Городничев Ю. Н., Козачевский Г. Г. Зубчатые ремни. М., 1989.
6. Кравцов Э. Д., Клименко А. А. // Детали машин. 1983. № 37. С. 19–22.
7. KE Konstruktion, Enwich. und Design. 1984. N 3. P. 46–47.
8. Amijima Sadao, Fujii Toru, Kitabayashi Masayuk. //Нихон кикай гаккай ромбунсю. 1989. Т. 55, № 514. С. 1477–1487.
9. Kugo Kunio. // Пуранто эндзин (Plant. Engin.). 1985. Т. 17, № 9. С. 19–25.
10. Кравцов Э. Д. // Детали машин. Киев, 1990. № 50. С. 11–14.
11. Решетов Д. Н. Детали машин. М., 1989.

Белорусская государственная политехническая академия

Поступила в редакцию 14.06.96