МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра высшей математики

Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в анализ.

Методические указания и задания аттестационных работ
по курсу «Высшая математика»
для студентов строительного факультета.

Брест 2007

УДК 517.9

Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в анализ.

Методические указания аттестационных работ по курсу «Высшая математика для студентов строительного факультета», Брест, УО «БГТУ», 2007.

В соответствии с действующей программой для студентов строительного факультета составлены две аттестационные работы с индивидуальными заданиями и даны образцы их решения.

Составители: Пархимович И.В., к.ф.-м.н., доцент
Гоголинская Р.А., ассистент
Остапчук Е.М., ассистент

Рецензент: доцент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина» к.ф.-м.н. Дежурко Ю.И.

Вопросы учебной программы по темам «Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в анализ»

1. Определители различных порядков, их определение, вычисление, свойства.
2. Матрицы и действия над ними.
3. Системы линейных алгебраических уравнений.
4. Векторы, линейные операции. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.
5. Прямая на плоскости, виды уравнений прямой на плоскости.
6. Кривые второго порядка - окружность, эллипс, гипербола, парабола.
7. Плоскость. Виды уравнений плоскости.
8. Прямая в пространстве, виды уравнений прямой в пространстве.
9. Поверхности второго порядка – эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры, конус.
10. Функция, способ ее задания. Основные элементарные функции.
11. Предел последовательности.
12. предел функции, основные теоремы о пределах.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
14. Непрерывность функции в точке и на отрезке.
15. Производная функции. Таблица производных.
16. Производная сложной и обратной функции.
17. Дифференциал функции.
18. Теоремы о среднем. Правило Лопиталя.
19. Монотонность функции. Экстремум функции.
20. Выпуклость, вогнутость графика функции. Точки перегиба.
21. Асимптоты графика функции.
22. Общая схема исследования функции и построение графика.
23. Векторная функция скалярного аргумента.

Основные формулы и теоремы

1. Определитель квадратной матрицы – число, составленное по определенному правилу из элементов матрицы.
2. Матрица – таблица из чисел (или функций).

3. Обратная матрица к матрице

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

имеет вид:

$$A^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{A_{11}}{\Delta(A)} & \frac{A_{21}}{\Delta(A)} & \frac{A_{31}}{\Delta(A)} \\ \frac{A_{12}}{\Delta(A)} & \frac{A_{22}}{\Delta(A)} & \frac{A_{32}}{\Delta(A)} \\ \frac{A_{13}}{\Delta(A)} & \frac{A_{23}}{\Delta(A)} & \frac{A_{33}}{\Delta(A)} \end{bmatrix}$$

где $\Delta(A)$ - величина определителя матрицы A, и A_{ik} $(i,k=1;3)$ алгебраические дополнения элементов матрицы А.

4. Скалярное произведения векторов $\bar{a}, \bar{b}$ равно: $\bar{a}\cdot\bar{b}=|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cdot\cos\alpha$

Если $\bar{a}=x_1i+y_1j+z_1k$, $\bar{b}=x_2i+y_2j+z_2k$, то

$\bar{a}\cdot\bar{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$

5. Векторное произведение векторов $\bar{a}=x_1i+y_1j+z_1k$,

$\bar{b}=x_2i+y_2j+z_2k$ равно:

$$\bar{a}\times\bar{b}=\begin{bmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{bmatrix}$$

6. Смешанное произведение векторов

$\bar{a}=x_1i+y_1j+z_1k$, $\bar{b}=x_2i+y_2j+z_2k$,

$\bar{n}=x_3i+y_3j+z_3k$ равно:

$$\bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}=\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}$$

7. *а)* $Ax+By+C=0$ – общее уравнение прямой;

б) $y=kx+b$ – уравнение прямой с угловым коэффициентом;

в) $y-y_0=k(x-x_0)$ - уравнение прямой с угловым коэффициентом, проходящей через данную точку $(x_0;y_0)$;

г) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ - уравнение прямой, проходящей через точки $(x_1;y_1),(x_2;y_2)$;

д) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ - уравнение прямой в отрезках.

8. $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ - расстояние от точки $(x_0;y_0)$ до прямой $Ax+By+C=0$

а) $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ - уравнение окружности с центром $(a;b)$ и радиусом R;

б) $x^2+y^2=R^2$ - уравнение окружности с центром в начале координат;

в) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ - каноническое уравнение эллипса;

г) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ - каноническое уравнение гиперболы;

д) $y^2=2px$ - каноническое уравнение параболы;

9. *а)* $Ax+By+Cz+D=0$ - общее уравнение плоскости;

б) $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ - уравнение плоскости, проходящей через точку (x_0,y_0,z_0) и имеющий нормальный вектор $\overline{n}=(A;B;C)$;

в) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ - уравнение плоскости в отрезках;

10. *а)* $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ - общие уравнения прямой в пространстве;

б) $\dfrac{x - x_0}{l} = \dfrac{y - y_0}{m} = \dfrac{z - z_0}{n}$ - уравнение прямой, проходящей через точки;

в) $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{z - z_1}{z_2 - z_1}$ - уравнение прямой, проходящей через точки;

$(x_1; y_1; z_1)$ и $x_2; y_2; z_2)$

г) $\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases}$ - параметрические уравнения прямой в пространстве.

11. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$, что $|f(x) - A| < \varepsilon$ для $\forall x$, удовлетворяющих условию $0 < |x - x_0| < \delta$

12. *а)* $\lim\limits_{x \to x_0} (f(x) \pm \varphi(x)) = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) \pm \lim\limits_{x \to x_0} \varphi(x);$

б) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)\varphi(x) = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to x_0} \varphi(x);$

в) $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{\varphi(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x \to x_0} \varphi(x)}, \left(\lim\limits_{x \to x_0} \varphi(x) \neq 0 \right);$

13. *а)* $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{\sin(x)}{x} = 1$ - первый замечательный предел;

б) $\lim\limits_{x \to x_0} (1 + \dfrac{1}{x})^x = e$ - второй замечательный предел;

14. $f'(x) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x};$

15. $(f(\varphi(x))' = f'_\varphi \cdot \varphi'(x)$ - производная сложной функции;

$(\ln\sin x)'_x = (\ln\sin)'_{\sin x}\cdot(\sin x)'_x = \frac{1}{\sin x}\cdot\cos x = ctgx;$

16. $dy = f'(x)dx$ - дифференциал функции

17. Пусть $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0}\varphi(x) = \infty,$

Тогда если $\exists \lim\limits_{x\to x_0}\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$, то $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim\limits_{x\to x_0}\frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$ - правило Лопиталя

18. *а)* Если $f'(x) > 0$ на X, то $f(x)$ возрастает на X

б) Если $f'(x) < 0$ на X, то $f(x)$ убывает на X

19. Если при переходе через критическую точку $x_0 = (f'(x_0) = 0$ или $f'(x_0)$ не существует, $f'(x)$ меняет знак с + на -, то в точке x_0 функция $f(x)$ имеет максимум, если $f''(x)$ меняет знак с – на +, то в точке x_0 функция $f(x)$ имеет минимум.

Перечень основных задач.

1. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$, $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 5 & 6 \\ 3 & 7 & 2 & -2 \\ 4 & 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$

2. Даны матрицы $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 4 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$. Найти их произведение AB

3. Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$

4. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

5. Решить систему уравнений $\begin{cases} x-2y+z=-2 \\ 2x-y+2z=-1 \\ 3x+y-z=5 \end{cases}$

а) по формулам Крамера; б) матричным способом; в) методом Гаусса.

6. Дана прямая $3x-y+5=0$. Через точку $A(1;2)$ провести прямую: а) параллельную данной прямой: б) перпендикулярно данной прямой

7. Найти проекцию точки $A(1;2)$ на прямую $2x-3y+7=0$

8. Определить угол φ между прямыми $5x-y+10=0$ и $3x+2y+1=0$

9. Вычислить площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x-4y-12=0$ от координатного угла.

10. Вычислить расстояние между параллельными прямыми $3x-4y+5=0$ и $3x-4y-15=0$

11. Найти каноническое уравнение эллипса, зная:

а) расстояние между фокусами $2c=10$ и большая ось $2a=18$

б) большая ось $2a=24$ и эксцентриситет $E=0.5$

в) расстояние между фокусами $2c=6$ и расстояние между директрисами равно $16\frac{2}{3}$

12. Привести к простейшему виду уравнение $x^2+2y^2-4x-12y+18=0$

13. Составить уравнение плоскости, параллельной оси OZ и проходящей через точки $A(1;2;-1)$ и $B(-3;-2;3)$

14. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;-1;1)$ перпендикулярно к двум плоскостям $x-y+z-1=0$ и $2x+y-3z+5=0$

15. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1;2;3), M_2(-1;3;-5), M_3(3;1;-2)$

16. Вычислить объем тетраэдра с вершинами $A(2;-1;1), B(5;5;4), C(3;2;-1), D(4;1;3)$

17. На плоскости даны векторы $\overline{p}=(2;-3)$ и $\overline{q}=(1;2)$. Найти

разложение вектора $\overline{a} = (4;1)$ по базису $(\overline{p};\overline{q})$.

18. Вычислить косинус угла, образованного векторами $\overline{a} = (2;-4;4), \overline{b} = (-3;2;6)$

19. Составить канонические уравнения прямой:

$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}$$

20. Составить уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4;-5;3)$ и пересекающей прямые $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$,

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}$$

21. Найти пределы:

а) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2 - 3x + 5}{3x^2 - 7x + 1}$, б) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$, в) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+1} - 2}{x}$,

г) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 5x}{\sin 7x}$, д) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x-1}{x+3} \right)^{2x-1}$

22. Найти производные функций:

а) $y = \dfrac{2}{3} x \sqrt{x}$, б) $y = 3x^2 \ln x - \sqrt[5]{x}$,

в) $y = \sqrt{x} \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$

г) $y = \sin^3 \sqrt{x}$, д) $y = \ln^2 \sin x$, е) $y = 2^{arctg \sqrt{x}}$,

ж) $y = x \cdot e^{x \ln \frac{1}{x}}$

23. Найти производную y'_x

а) из уравнения $x^2 + y^2 = 4$

б) из уравнения $x \sin y + y \cos x = 0$

в) $xy^2 + y^2 \ln x - 4 = 0$

24. Найти производную функции, заданной параметрически:

а) $\begin{cases} x = \sin t^3 \\ y = \ln^2 t \end{cases}$, б) $\begin{cases} x = \dfrac{t^2+1}{t-1} \\ y = e^{t^3} \end{cases}$

25. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1+\ln x}{e^x-e}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x^3}$, в) $\lim\limits_{x\to 0}(x^2\ln x)$,

г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{tg(\frac{\pi x}{2})}{\ln(1-x)}$

26. Найти интервалы возрастания и убывания функции:

а) $y = xe^{-x}$, б) $y=(2-x)(x+1)^2$

27. Найти экстремумы функции:

а) $y=x^2(1-x\sqrt{x})$, б) $y=\dfrac{x}{\ln x}$, в) $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$

28. Найти интервалы выпуклости исследования функции и построить график:

а) $y=(x-4)^5+4x+4$, б) $y=x^4-8x^3+24x^2$

29. Провести исследования и построить график:

а) $y=\ln x-\ln(x-1)$, б) $y=\dfrac{x^3}{x^2-4}$

Аттестационная работа по теме: «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Задание №1

Вычислить определитель четвертого порядка.

В.1 $\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$ В.2 $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$ В.3 $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$

B.4 $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$ B.5 $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$ B.6 $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

B.7 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 8 \\ 3 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$ B.8 $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ B.9 $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$

B.10 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ B.11 $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ B.12 $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 5 & -2 \\ -4 & 0 & 13 & 1 \\ -2 & 3 & -3 & -4 \\ 2 & -4 & 3 & 5 \end{vmatrix}$

B.13 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -1 & 4 \\ 9 & 3 & 5 & -2 \\ -9 & 0 & -4 & 7 \end{vmatrix}$ B.14 $\begin{vmatrix} 2 & 6 & -2 & -4 \\ -5 & -2 & -1 & 5 \\ -4 & 14 & -8 & -2 \\ -1 & 10 & -5 & -3 \end{vmatrix}$ B.15 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

B.16 $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ -2 & 3 & 0 & -1 \\ 7 & -3 & 2 & 4 \\ -1 & -2 & 4 & 7 \end{vmatrix}$ B.17 $\begin{vmatrix} 1 & 5 & -3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & 5 & 2 \\ 5 & -1 & 6 & -2 \end{vmatrix}$ B.18 $\begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & -4 & 3 \\ -5 & -5 & -10 & 4 \end{vmatrix}$

B.19 $\begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & -4 & -12 \\ -5 & -5 & -10 & -19 \end{vmatrix}$ B.20 $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 10 \\ -3 & 3 & 2 & 8 \\ 5 & 2 & 8 & -1 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ B.21 $\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$

B.22 $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ B.23 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ B.24 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$

B.25 $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ B.26 $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ B.27 $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

B.28 $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}$ B.29 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ B.30 $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

Задание №2

Найти собственные числа и собственные векторы матрицы.

B.1 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ B.2 $A=\begin{pmatrix} 1 & 27 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ B.3 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ B.4 $A=\begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

B.5 $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ B.6 $A=\begin{pmatrix} 2 & 16 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ B.7 $A=\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ B.8 $A=\begin{pmatrix} 5 & 50 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$

B.9 $A=\begin{pmatrix} 5 & 150 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}$ B.10 $A=\begin{pmatrix} 5 & 30 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$ B.11 $A=\begin{pmatrix} 5 & 25 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$ B.12 $A=\begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 10 & 10 \end{pmatrix}$

B.13 $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ B.14 $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$ B.15 $A=\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

B.16 $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

B.17 $A=\begin{pmatrix} 8 & 66 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$ B.18 $A=\begin{pmatrix} 8 & 132 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$ B.19 $A=\begin{pmatrix} 8 & 33 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$

B.20 $A=\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 44 & 9 \end{pmatrix}$

B.21 $A=\begin{pmatrix}12 & 3\\ 4 & 1\end{pmatrix}$ B.22 $A=\begin{pmatrix}11 & -8\\ 3 & 0\end{pmatrix}$ B.23 $A=\begin{pmatrix}11 & -3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ B.24 $A=\begin{pmatrix}11 & -9\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

B.25 $A=\begin{pmatrix}7 & 14\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ B.26 $A=\begin{pmatrix}7 & 2\\ 7 & 2\end{pmatrix}$ B.27 $A=\begin{pmatrix}10 & 200\\ 2 & 10\end{pmatrix}$ B.28 $A=\begin{pmatrix}10 & 400\\ 1 & 10\end{pmatrix}$

B.29 $A=\begin{pmatrix}10 & 25\\ 16 & 10\end{pmatrix}$ B.30 $A=\begin{pmatrix}-3 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$

Задание №3

Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить её а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса;

B.1 $\begin{cases}2x_1-3x_2+4x_3=8,\\ 3x_1+5x_2+4x_3=25,\\ x_1+7x_2-3x_3=6.\end{cases}$ B.2 $\begin{cases}3x_1+4x_2+5x_3=7,\\ 4x_1+5x_2+3x_3=6,\\ 2x_1-3x_2+4x_3=11.\end{cases}$

B.3 $\begin{cases}7x_1-2x_2-3x_3=-7,\\ 8x_1+3x_2-4x_3=2,\\ 3x_1-5x_2+3x_3=-7.\end{cases}$

B.4 $\begin{cases}2x_1-3x_2+4x_3=-5,\\ x_1+4x_2-3x_3=10,\\ 5x_1-5x_2+4x_3=-18.\end{cases}$ B.5 $\begin{cases}3x_1-4x_2+2x_3=9,\\ 10x_1+5x_2-4x_3=27,\\ 6x_1-7x_2+4x_3=19.\end{cases}$

B.6 $\begin{cases}x_1+3x_2+4x_3=-5,\\ 2x_1-4x_2-5x_3=26,\\ 4x_1+5x_2-2x_3=23.\end{cases}$

B.7 $\begin{cases}2x_1-3x_2+4x_3=-26,\\ x_1+2x_2+3x_3=-16,\\ 3x_1-10x_2-x_3=20.\end{cases}$ B.8 $\begin{cases}6x_1-5x_2+3x_3=11,\\ 12x_1-15x_2+4x_3=10,\\ 9x_1+3x_2-5x_3=28.\end{cases}$

B.9 $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4, \\ -5x_1 - 18x_2 + 2x_3 = -23, \\ 6x_1 + 20x_2 + 7x_3 = 1. \end{cases}$

B.10 $\begin{cases} 6x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 5, \\ 5x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 5, \\ 8x_1 + 9x_2 - 5x_3 = 11. \end{cases}$ B.11 $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -11, \\ 5x_1 - 3x_2 + 10x_3 = -6, \\ 7x_1 + 4x_2 + 15x_3 = -18. \end{cases}$

B.12 $\begin{cases} 11x_1 - 12x_2 + 4x_3 = 3, \\ 15x_1 + 13x_2 - 28x_3 = 0, \\ 3x_1 + 7x_2 - 4x_3 = 6. \end{cases}$

B.13 $\begin{cases} 17x_1 + 14x_2 + 5x_3 = -36, \\ 13x_1 - 14x_2 + 3x_3 = -2, \\ 8x_1 + 10x_2 + 2x_3 = -20. \end{cases}$ B.14 $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 39, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$

B.15 $\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 = -9, \\ 5x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11, \\ 6x_1 + 4x_2 - 12x_3 = 0. \end{cases}$ B.16 $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -15, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 31, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 31. \end{cases}$

B.17 $\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 - 3x_3 = -20, \\ 8x_1 + 12x_2 - 3x_3 = -14, \\ 7x_1 + 15x_2 - 4x_3 = -5. \end{cases}$ B.18 $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$

B.19 $\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -9, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -28, \\ 3x_1 + 8x_2 - 4x_3 = 29. \end{cases}$ B.20 $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -15, \\ 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 22, \\ 6x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -15. \end{cases}$

B.21 $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 90, \\ 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -10, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 60. \end{cases}$

B.22 $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 20, \\ 7x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 13, \\ 5x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 21. \end{cases}$ B.23 $\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = -10, \\ 8x_1 + 15x_2 + 10x_3 = -5, \\ 3x_1 + 14x_2 - 3x_3 = -7. \end{cases}$

$$\text{В.24}\begin{cases}3x_1-5x_2+6x_3=8,\\7x_1+3x_2-4x_3=12,\\10x_1-5x_2+7x_3=24.\end{cases}$$

$$\text{В.25}\begin{cases}3x_1-4x_2+5x_3=12,\\x_1+4x_2-7x_3=-6,\\2x_1-8x_2+9x_3=9.\end{cases}\qquad \text{В.26}\begin{cases}x_1-2x_2-3x_3=-16,\\2x_1+3x_2+6x_3=44,\\3x_1-5x_2+3x_3=4.\end{cases}$$

$$\text{В.27}\begin{cases}x_1+6x_2+3x_3=7,\\2x_1-10x_2+4x_3=8,\\3x_1+5x_2-7x_3=-27.\end{cases}$$

$$\text{В.28}\begin{cases}2x_1+5x_2+6x_3=18,\\5x_1+6x_2-3x_3=-27,\\7x_1+5x_2+4x_3=-5.\end{cases}\qquad \text{В.29}\begin{cases}6x_1-7x_2+5x_3=3,\\8x_1+3x_2-4x_3=-5,\\5x_1+7x_2-5x_3=-3.\end{cases}$$

$$\text{В.30}\begin{cases}8x_1-3x_2+15x_3=13,\\3x_1+4x_2-30x_3=10,\\x_1+5x_2+40x_3=7.\end{cases}$$

Задание №4

Даны вершины треугольника А, В и С.

Найти: 1) проекцию вектора АВ на вектор ВС; 2) площадь треугольника АВС; 3) уравнение стороны АВ; 4) уравнение высоты СН; 5) уравнение медианы АМ; 6) уравнение прямой, проходящей через вершину С параллельно стороне АВ; 7) расстояние от точки С до прямой АВ; 8) сделать чертеж.

В.1	*A(1;1), B(2;3), C(-1;-2)*
В.2	*A(2;2), B(4;5), C(2;1)*
В.3	*A(3;3), B(6;7), C(5;4)*
В.4	*A(1;2), B(0;1), C(1;-2)*
В.5	*A(-1;2),B(2;0), C(0;4)*
В.6	*A(-3;1), B(0;3), C(-1;-1)*
В.7	*A(3;1), B(1;4), C(0; 0)*
В.8	*A(4;3),B(-1;2), C(1;0)*
В.9	*A(0;6), B(3;2), C(-1;2)*

B.10	A(-2;4), B(0;-2), C(2;3)
B.11	A(1;5), B(3;2), C(0;0)
B.12	A(-4;2), B(1;-2), C(-1;4)
B.13	A(-6;2), B(-1;4), C(1;-2)
B.14	A(4;7), B(2;1), C(5;2)
B.15	A(0;7), B(-3;1), C(2;3)
B.16	A(-8;3), B(-3;6), C(0;-2)
B.17	A(-2;5), B(0;3), C(-2;0)
B.18	A(-1;8), B(4;2), C(1;-3)
B.19	A(0;0), B(1;7), C(4;2)
B.20	A(-5;1), B(-2;6), C(1;0)
B.21	A(1;8), B(4;5), C(-2;0)
B.22	A(-3;3), B(1;-2), C(4;6)
B.23	A(3;1), B(0;4), C(1;-3)
B.24	A(-6;0), B(0;6), C(-1;-1)
B.25	A(-5;2), B(-1;6), C(1;-2)
B.26	A(-3;7), B(-1;-2), C(3;4)
B.27	A(-1;5), B(2;4), C(0;-2)
B.28	A(5;1), B(4;5), C(7;3)
B.29	A(-3;2), B(0;6), C(1;-4)
B.30	A(-8;-2), B(-2;4), C(2;-5)

Задание №5

Установить, какая линия определяется уравнением.

B.1	$4x^2+9y^2-40x+36y+100=0$
B.2	$x^2-4y^2+8x-24y=24$
B.3	$16x^2-9y^2-64x-18y+199=0$
B.4	$x-2y^2+12y-14=0$
B.5	$5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$
B.6	$2x^2-8x+y^2-6y+1=0$
B.7	$y^2-6y-x^2+2x=0$
B.8	$3x^2-4y^2-12x+24=0$
B.9	$9x^2+4y^2-54x-32y+109=0$

В.10	$x^2+6x+5=2y$
В.11	$y^2+2y+4x-11=0$
В.12	$y^2+8y-2x+12=0$
В.13	$4x^2+4x+2y-1=0$
В.14	$x^2-y^2-6x+10=0$
В.15	$4x^2-8x-y+7=0$
В.16	$2y^2-12y-x+14=0$
В.17	$x^2+y^2-2x+4y=0$
В.18	$3x^2+3y^2-2x+7y+1=0$
В.19	$9x^2-16y^2-36x-32y-124=0$
В.20	$4x^2+12x+6=y$
В.21	$y^2+x^2-2y-2x+10=0$
В.22	$x^2+2x-y^2-3=0$
В.23	$y^2+2y-x^2+4=0$
В.24	$x^2+y^2+3x-4y=6$
В.25	$x^2+y-2x+4=0$
В.26	$5x^2+9y^2-10x+18y=10$
В.27	$3y^2+5x=6$
В.28	$4x^2+2x-3y^2=0$
В.29	$19y^2-3x^2=57$
В.30	$6x^2+3y^2-11x+12y=0$

Задание №6

Линия задана уравнением $\rho=\rho(\varphi)$ в полярной системе координат. Требуется: 1) построить график кривой по точкам начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$ давая φ значения через промежуток $\frac{\pi}{8}$; 2) найти уравнение полученной линии в прямоугольной декартовой системе координат, начало которой совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью и по уравнению определить, какая это будет линия.

B.1	$\rho = \dfrac{12}{1-\cos\varphi}$
B.2	$\rho = \dfrac{6}{2-\cos\varphi}$
B.3	$\rho = \dfrac{2}{1-\frac{1}{2}\cos\varphi}$
B.4	$\rho = \dfrac{2}{1-\frac{3}{2}\cos\varphi}$
B.5	$\rho = \dfrac{1}{1+\cos\varphi}$
B.6	$\rho = \dfrac{1}{3+\cos\varphi}$
B.7	$\rho = \dfrac{4}{2-3\cos\varphi}$
B.8	$\rho = \dfrac{2}{3-\cos\varphi}$
B.9	$\rho = \dfrac{1}{3(1-\cos\varphi)}$
B.10	$\rho = \dfrac{2}{1+\sin\varphi}$
B.11	$\rho = \dfrac{1}{2+\sin\varphi}$
B.12	$\rho = \dfrac{10}{2+\cos\varphi}$
B.13	$\rho = \dfrac{9}{2(1-\sin\varphi)}$
B.14	$\rho = \dfrac{21}{5-2\cos\varphi}$
B.15	$\rho = \dfrac{1}{3-\sin\varphi}$
B.16	$\rho = \dfrac{6}{1+\cos\varphi}$

В.17	$\rho = \dfrac{1}{1-2\cos\varphi}$
В.18	$\rho = \dfrac{2}{3+\cos\varphi}$
В.19	$\rho = \dfrac{1}{2-\cos\varphi}$
В.20	$\rho = \dfrac{1}{4(1-\cos\varphi)}$
В.21	$\rho = \dfrac{4}{1+\sin\varphi}$
В.22	$\rho = \dfrac{5}{2+\cos\varphi}$
В.23	$\rho = \dfrac{5}{1-\sin\varphi}$
В.24	$\rho = 2-\cos\varphi$
В.25	$\rho = 3-2\sin 2\varphi$
В.26	$\rho = 2-\sin 3\varphi$
В.27	$\rho = 2(1-\sin 2\varphi)$
В.28	$\rho = 2\cos 6\varphi$
В.29	$\rho = 4\sin 3\varphi$
В.30	$\rho = 2\sin 2\varphi$

Задание №7

По данным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, числам α и β найти: 1) вектор $\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$; 2) векторное произведение $\vec{a}\times\vec{b}$; 3) синус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

В.1	$\vec{a} = (1;2;3), \vec{b} = (0;3;-2), \alpha = 2, \beta = 3$
В.2	$\vec{a} = (4;0;-1), \vec{b} = (3;2;1), \alpha = -1, \beta = 2$
В.3	$\vec{a} = (-2;3;1), \vec{b} = (1;-2;-5), \alpha = -4, \beta = -5$
В.4	$\vec{a} = (-6;5;2), \vec{b} = (3;7;8), \alpha = -3, \beta = -4$
В.5	$\vec{a} = (-1;2;4), \vec{b} = (3;1;2), \alpha = -6, \beta = 2$

B.6	$\vec{a}=(4;5;2),\vec{b}=(-1;0;2),\alpha=-10,\beta=-3$
B.7	$\vec{a}=(1;4;6),\vec{b}=(-2;1;3),\alpha=-3,\beta=10$
B.8	$\vec{a}=(2;5;3),\vec{b}=(-4;-2;1),\alpha=4,\beta=1$
B.9	$\vec{a}=(7;-1;1),\vec{b}=(1;5;-1),\alpha=6,\beta=0$
B.10	$\vec{a}=(4;-3;0),\vec{b}=(-3;1;-2),\alpha=-5,\beta=4$
B.11	$\vec{a}=(-6;3;1),\vec{b}=(-1;3;1),\alpha=0,\beta=5$
B.12	$\vec{a}=(3;6;3),\vec{b}=(0;2;1),\alpha=4,\beta=-6$
B.13	$\vec{a}=(-5;-1;2),\vec{b}=(-1;6;2),\alpha=-7,\beta=8$
B.14	$\vec{a}=(-3;5;1),\vec{b}=(1;0;7),\alpha=8,\beta=10$
B.15	$\vec{a}=(1;8;2),\vec{b}=(-3;1;-4),\alpha=-8,\beta=-12$
B.16	$\vec{a}=(3;4;6),\vec{b}=(1;2;1),\alpha=4,\beta=7$
B.17	$\vec{a}=(-5;-2;1),\vec{b}=(-1;-4;1),\alpha=3,\beta=5$
B.18	$\vec{a}=(1;4;8),\vec{b}=(3;1;1),\alpha=-1,\beta=-5$
B.19	$\vec{a}=(-7;0;1),\vec{b}=(-1;3;2),\alpha=-9,\beta=0$
B.20	$\vec{a}=(-3;1;4),\vec{b}=(-1;2;1),\alpha=4,\beta=7$
B.21	$\vec{a}=(3;5;6),\vec{b}=(-2;-1;2),\alpha=10,\beta=-2$
B.22	$\vec{a}=(4;2;5),\vec{b}=(-3;2;-4),\alpha=11,\beta=-6$
B.23	$\vec{a}=(1;7;2),\vec{b}=(-1;6;2),\alpha=-13,\beta=6$
B.24	$\vec{a}=(-6;3;1),\vec{b}=(2;3;0),\alpha=-4,\beta=5$
B.25	$\vec{a}=(8;-1;2),\vec{b}=(0;4;2),\alpha=6,\beta=-1$
B.26	$\vec{a}=(6;-3;0),\vec{b}=(-2;0;5),\alpha=-4,\beta=6$
B.27	$\vec{a}=(-1;4;-3),\vec{b}=(1;2;3),\alpha=-5,\beta=2$
B.28	$\vec{a}=(-1;-4;-5),\vec{b}=(4;1;2),\alpha=-7,\beta=-5$
B.29	$\vec{a}=(-3;0;6),\vec{b}=(2;1;-2),\alpha=0,\beta=5$
B.30	$\vec{a}=(1;8;7),\vec{b}=(-1;-1;2),\alpha=1,\beta=3$

Задание №8

Даны четыре точки A_1, A_2, A_3, A_4. Найти: 1) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$; 2) угол между прямыми A_1A_2 и A_1A_4; 3) длину ребра пирамиды A_1A_2; 4) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$.

Составить уравнения: 5) плоскости $A_1A_2A_3$; 6) прямой A_4M, перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$; 7) плоскости, проходящей через ребро A_1A_2 пирамиды и середину противоположного ребра A_3A_4.

B.1	$A_1(3;4;5), A_2(1;2;1), A_3(-2;-3;6), A_4(3;-6;-3)$
B.2	$A_1(-7;-5;6), A_2(-2;5;-3), A_3(3;-2;4), A_4(1;2;2)$
B.3	$A_1(1;3;1), A_2(-1;4;6), A_3(-2;-3;4), A_4(3;4;-4)$
B.4	$A_1(2;4;1), A_2(-3;-2;4), A_3(3;5;-2), A_4(4;2;-3)$
B.5	$A_1(-5;-3;-4), A_2(1;4;6), A_3(3;2;-2), A_4(8;-2;4)$
B.6	$A_1(3;4;2), A_2(-2;3;-5), A_3(4;-3;6), A_4(6;-5;3)$
B.7	$A_1(-4;6;3), A_2(3;-5;1), A_3(2;6;-4), A_4(2;4;-5)$
B.8	$A_1(7;5;8), A_2(-4;-5;3), A_3(2;-3;5), A_4(5;1;-4)$
B.9	$A_1(3;-2;6), A_2(-6;-2;3), A_3(1;1;-4), A_4(4;6;-7)$
B.10	$A_1(-5;-4;-3), A_2(7;3;-1), A_3(6;-2;0), A_4(3;2;-7)$
B.11	$A_1(3;-5;-2), A_2(-4;2;3), A_3(1;5;7), A_4(-2;-4;5)$
B.12	$A_1(7;4;9), A_2(1;-2;-3), A_3(-5;-3;0), A_4(1;-3;4)$
B.13	$A_1(-4;-7;-3), A_2(-4;-5;7), A_3(2;-3;3), A_4(3;2;1)$
B.14	$A_1(-4;-5;-3), A_2(3;1;2), A_3(5;7;-6), A_4(6;-1;5)$
B.15	$A_1(5;2;4), A_2(-3;5;-7), A_3(1;-5;8), A_4(9;-3;5)$
B.16	$A_1(-6;4;5), A_2(5;-7;3), A_3(4;2;-8), A_4(2;8;-3)$
B.17	$A_1(5;3;6), A_2(-3;-4;4), A_3(5;-6;8), A_4(4;0;-3)$
B.18	$A_1(5;-4;4), A_2(-4;-6;5), A_3(3;2;-7), A_4(6;2;-9)$
B.19	$A_1(-7;-6;-5), A_2(5;1;-3), A_3(8;-4;0), A_4(3;4;-7)$
B.20	$A_1(7;-1;-2), A_2(1;7;8), A_3(3;7;9), A_4(-3;-5;2)$
B.21	$A_1(5;2;7), A_2(7;-6;-9), A_3(-7;-6;3), A_4(1;-5;2)$
B.22	$A_1(-2;-5;-1), A_2(-6;-7;9), A_3(4;-5;1), A_4(2;1;4)$
B.23	$A_1(-6;-3;-5), A_2(5;1;7), A_3(3;5;-1), A_4(4;-2;9)$
B.24	$A_1(7;4;2), A_2(-5;3;-9), A_3(1;-5;3), A_4(7;-9;1)$
B.25	$A_1(-8;2;7), A_2(3;-5;9), A_3(2;4;-6), A_4(4;6;-5)$
B.26	$A_1(4;3;1), A_2(2;7;5), A_3(-4;-2;4), A_4(2;-3;-5)$
B.27	$A_1(-9;-7;4), A_2(-4;3;-1), A_3(5;-4;2), A_4(3;4;4)$

B.28	$A_1(3;5;3), A_2(-3;2;8), A_3(-3;-2;6), A_4(7;8;-2)$
B.29	$A_1(4;2;3), A_2(-5;-4;2), A_3(5;7;-4), A_4(6;4;-7)$
B.30	$A_1(-4;-2;-3), A_2(2;5;7), A_3(6;3;-1), A_4(6;-4;1)$

Задание №9

Известны уравнения: стороны AB треугольника ABC $x+y-\alpha=0$, его высот BH $3x-2y+\beta=0$, и AM $4x-3y-\gamma=0$. Найти уравнения двух других сторон треугольника.

B.1	$\alpha=1, \beta=2, \gamma=-2$
B.2	$\alpha=-1, \beta=3, \gamma=-2$
B.3	$\alpha=0, \beta=1, \gamma=4$
B.4	$\alpha=4, \beta=1, \gamma=-1$
B.5	$\alpha=3, \beta=0, \gamma=-1$
B.6	$\alpha=5, \beta=2, \gamma=5$
B.7	$\alpha=-3, \beta=4, \gamma=7$
B.8	$\alpha=3, \beta=-2, \gamma=3$
B.9	$\alpha=-2, \beta=-1, \gamma=2$
B.10	$\alpha=5, \beta=2, \gamma=-1$
B.11	$\alpha=-1, \beta=2, \gamma=4$
B.12	$\alpha=1, \beta=0, \gamma=0$
B.13	$\alpha=-4, \beta=-1, \gamma=1$
B.14	$\alpha=-1, \beta=-4, \gamma=2$
B.15	$\alpha=2, \beta=3, \gamma=1$
B.16	$\alpha=2, \beta=1, \gamma=3$
B.17	$\alpha=1, \beta=2, \gamma=3$
B.18	$\alpha=-5, \beta=-4, \gamma=-1$
B.19	$\alpha=0, \beta=0, \gamma=3$
B.20	$\alpha=-4, \beta=-2, \gamma=3$
B.21	$\alpha=7, \beta=-4, \gamma=-1$
B.22	$\alpha=-6, \beta=-3, \gamma=-3$
B.23	$\alpha=-4, \beta=5, \gamma=6$
B.24	$\alpha=10, \beta=-3, \gamma=0$
B.25	$\alpha=7, \beta=5, \gamma=-4$
B.26	$\alpha=-2, \beta=-4, \gamma=3$

B.27	$\alpha=4,\beta=1,\gamma=1$
B.28	$\alpha=5,\beta=8,\gamma=3$
B.29	$\alpha=8,\beta=-3,\gamma=-1$
B.30	$\alpha=0,\beta=0,\gamma=0$

Решение типового варианта аттестационной работы «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Задание №1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 4 & 2 \\ 7 & 7 & 8 & 5 \end{vmatrix}$$

Решение. Вычтем из элементов второго столбца элементы третьего. Получим:

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 4 & 2 \\ 7 & 7 & 8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 7 & -1 & 8 & 5 \end{vmatrix} =$$

Теперь вычтем из элементов третьего столбца элементы четвертого, умноженные на 2 $=$

$$= \begin{vmatrix} 6 & 3 & -6 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 7 & -1 & -2 & 5 \end{vmatrix} =$$

Разлагаем по элементам третьей строки $=$

$$= -2\begin{vmatrix} 6 & 3 & -6 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & -1 & -2 \end{vmatrix} =$$

К первой строке прибавим третью строку умноженную на -3 $=$

$$= -2\begin{vmatrix} -15 & 6 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & -1 & -2 \end{vmatrix} =$$

Разлагаем по элементам третьего столб- $=$

$$= -2(-2)\begin{vmatrix} -15 & 6 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 4(-30-24) = -216$$

Задание №2.

Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Решение. Составим характеристическое уравнение

$\det(A-\lambda E)=\begin{vmatrix} 2-\lambda & 4 \\ -1 & -3-\lambda \end{vmatrix}=0,\ \lambda^2+\lambda-2=0$, откуда $\lambda_1=1, \lambda_2=-2$ - собственные числа матрицы.

Для определения координат собственных векторов составим две системы линейных уравнений:

$$\begin{cases}(2-\lambda_1)x_1+4x_2=0 \\ -x_1+(-3-\lambda_1)x_2=0\end{cases} \text{ и } \begin{cases}(2-\lambda_2)x_1+4x_2=0 \\ -x_1+(-3-\lambda_2)x_2=0\end{cases}$$

Поскольку $\lambda_1=1$, то первая система имеет вид:

$\begin{cases}x_1+4x_2=0 \\ -x_1-4x_2=0\end{cases}$. Таким образом, значения x_1 и x_2 должны удовлетворять уравнению $x_1=-4x_2$. Пусть $x_2=t$, $t\in R$. Тогда собственному числу $\lambda_1=1$ соответствуют собственные векторы

$X^{(1)}=(t;-4t), t\neq 0, t\in R.$

Значение $\lambda_2=-2$ приводит к системе линейных уравнений:

$\begin{cases}4x_1+4x_2=0 \\ -x_1-x_2=0\end{cases}$, решая которую получим:

$x_2=t$, $x_1=-t$.

Следовательно, собственному числу $\lambda_2=-2$ соответствуют собственные векторы $X^{(2)}=(t;-t), t\neq 0, t\in R.$

Задание №3.

Решить систему а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса, предварительно исследовав её на совместность:

$$\begin{cases}7x_1+8x_2+6x_3=6 \\ 7x_1+9x_2+9x_3=7 \\ 6x_1+10x_2+4x_3=5\end{cases}$$

Решение

Совместность системы проверим с помощью теоремы Кронекера-Капелли. Найдем ранг матрицы исходной системы:

$$A=\begin{pmatrix}7 & 8 & 6\\ 7 & 9 & 9\\ 6 & 10 & 4\end{pmatrix},\ \Delta(A)=\begin{vmatrix}7 & 8 & 6\\ 7 & 9 & 9\\ 6 & 10 & 4\end{vmatrix}=-74\neq 0, rangA=3$$

Следовательно, ранг расширенной матрицы:

$$\widetilde{A}=\left(\begin{array}{ccc|c}7 & 8 & 6 & 6\\ 7 & 9 & 9 & 7\\ 6 & 10 & 4 & 5\end{array}\right)$$ также равен 3. По теореме Кронекера-Капелли система совместна.

а) Решим систему по формулам Крамера:

$$x_1=\frac{\Delta x_1}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}6 & 8 & 6\\ 7 & 9 & 9\\ 5 & 10 & 4\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}7 & 8 & 6\\ 7 & 9 & 9\\ 6 & 10 & 4\end{vmatrix}}=\frac{-38}{-74}=\frac{19}{37},$$

$$x_2=\frac{\Delta x_2}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}7 & 6 & 6\\ 7 & 7 & 9\\ 6 & 5 & 4\end{vmatrix}}{-74}=\frac{-5}{-74}=\frac{5}{74},$$

$$x_3=\frac{\Delta x_3}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}7 & 8 & 6\\ 7 & 9 & 7\\ 6 & 10 & 5\end{vmatrix}}{-74}=\frac{-23}{-74}=\frac{23}{74},$$

б) Решим систему матричным способом. Для этого найдем матрицу A^{-1}, обратную к матрице A по формуле $A^{-1}=\frac{1}{\Delta(A)}\begin{pmatrix}A_{11} & A_{21} & A_{31}\\ A_{12} & A_{22} & A_{32}\\ A_{13} & A_{23} & A_{33}\end{pmatrix}$, где A_{ik}-алгебраические дополнения элементов a_{ik} матрицы А. В результате вычислений находим:

$\Delta(A)=-74$, $A_{21}=28$, $A_{22}=-8$, $A_{12}=26$, $A_{13}=16$, $A_{32}=-21$, $A_{33}=7$, $A_{23}=-22$, $A_{11}=-54$, $A_{31}=18$ и, следовательно,

$$A^{-1}=-\frac{1}{74}\begin{pmatrix}-54 & 28 & 18\\ 26 & -8 & -21\\ 16 & -22 & 7\end{pmatrix}.$$ Тогда

$$x=A^{-1}B=-\frac{1}{74}\begin{pmatrix}-54 & 28 & 18\\ 26 & -8 & -21\\ 16 & -22 & 7\end{pmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{pmatrix}6\\7\\5\end{pmatrix}=-\frac{1}{74}\begin{pmatrix}-324+196+90\\156-56-105\\96-154+35\end{pmatrix}=-\frac{1}{74}\begin{pmatrix}-38\\-5\\-23\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{19}{37}\\ \frac{5}{74}\\ \frac{23}{74}\end{pmatrix}$$ т.е.

$$x_1=\frac{19}{37},x_2=\frac{5}{74},x_3=\frac{23}{74}.$$

в) Решим систему методом Гаусса или методом последовательного исключения неизвестных. Проведем метод через матрицу:

$$\widetilde{A}=\left(\begin{array}{ccc|c}7 & 8 & 6 & 6\\ 7 & 9 & 9 & 7\\ 6 & 10 & 4 & 5\end{array}\right)=$$ Первую строку умножим на -6, а третью на 7 и сложим их; кроме этого из второй строки вычтем пер- $=$

$$=\left(\begin{array}{ccc|c}7 & 8 & 6 & 6\\ 0 & 1 & 3 & 1\\ 0 & 22 & -8 & -1\end{array}\right)=$$ Вторую строку умножим на -22 и сложим с третьей $=$

$$=\left(\begin{array}{ccc|c}7 & 8 & 6 & 6\\ 0 & 1 & 3 & 1\\ 0 & 0 & -74 & -23\end{array}\right).$$ Эта матрица соответствует системе

$$\begin{cases}7x_1+8x_2+6x_3=6\\ \qquad x_2+3x_3=1\\ \qquad\quad -74x_3=-23\end{cases}$$, которая называется треугольной.

В результате вычислений получаем $x_1 = \frac{19}{37}, x_2 = \frac{5}{74}, x_3 = \frac{23}{74}$.

Задание №4.

Даны вершины треугольника: A(7;7), B(14;15), C(17;16).

Найти:

1) проекцию вектора AB на вектор BC.

Решение

Имеем $\overrightarrow{AB} = (7;8), \overrightarrow{BC} = (3;1), \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \left|\overrightarrow{BC}\right| np_{\overrightarrow{BC}} \overrightarrow{AB}.$

Откуда $np_{\overrightarrow{BC}} \overrightarrow{AB} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BC}\right|}$. Так как $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 7 \cdot 3 + 8 \cdot 1 = 29$;

$\left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$, то $np_{\overrightarrow{BC}} \overrightarrow{AB} = \frac{29}{\sqrt{10}} = \frac{29\sqrt{10}}{10}$.

2) Найти площадь треугольника ABC.

Решение. Площадь треугольника вычислим по формуле

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}\right|$, где $\overrightarrow{BA} = (-7;-8), \overrightarrow{BC} = (3;1)$. Тогда

$$\left|\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}\right| = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -7 & -8 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -7 & -8 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} \vec{k} = (-7 + 24)\vec{k} = 17\vec{k},$$

$\left|\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}\right| = \left|17\vec{k}\right| = 17\left|\vec{k}\right| = 17$;

$\left|\vec{k}\right| = 1$. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}17 = 8.5$.

3) Найти уравнение стороны AB, где A(7;7), B(14;15)

Решение Используем формулу $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$. Имеем:

$\frac{x-7}{7} = \frac{y-7}{8}$; $8x - 56 = 7y - 49$, $8x - 7y - 7 = 0$ - уравнение прямой AB.

4) Найти уравнение высоты CH.

Решение

Находим угловой коэффициент прямой AB: $8x - 7y - 7 = 0$,

$y=\frac{8}{7}x-1$, $k_{AB}=\frac{8}{7}$. Тогда угловой коэффициент перпендикулярной к AB прямой, т.е. прямой CH равен: $k_{CH}=-\frac{1}{k_{AB}}=-\frac{7}{8}$, а поскольку уравнение прямой, проходящей через точку (x_0;y_0) с угловым коэффициентом K имеет вид $y-16=-\frac{7}{8}(x-17)$.

(Точка C(17;16)) т.е. $8y-128=-7x+119$ или $7x+8y-247=0$.

5) Найти уравнение медианы AM, где M-середина стороны BC.

Решение. Найдем координаты точки M по формулам:

$x=\frac{x_1+x_2}{2}$, $y=\frac{y_1+y_2}{2}$ т.е. $x=\frac{14+17}{2}=\frac{31}{2}$, $y=\frac{15+16}{2}=\frac{31}{2}$,

$M\left(\frac{31}{2};\frac{31}{2}\right)$.

Координаты точки A(7;7). Используя формулу $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$,

получим: $\frac{x-7}{\frac{31}{2}-7}=\frac{y-7}{\frac{31}{2}-7}$, x-y=0 – уравнение медианы AM.

6) Найдем уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB.

Решение

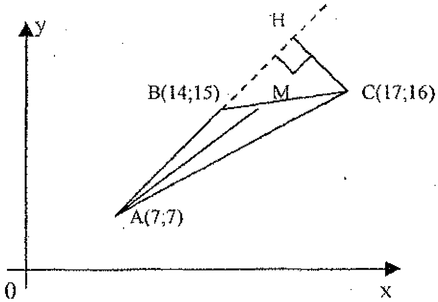
Угловые коэффициенты параллельных прямых равны, т.е.

$K_{CH_1}=K_{AB}$. Поскольку $K_{AB}=\frac{8}{7}$ (см. п.4), то $K_{CH_1}=\frac{8}{7}$ и уравнение прямой CH_1 примет вид $y-16=\frac{8}{7}(x-17)$ или $8x-7y-24=0$.

7) Найти расстояние от точки C до прямой AB.

Решение

Используем формулу $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$. Т.к уравнение прямой AB: $8x-7y-7=0$ (см. п.3), то $d=\frac{|8\cdot17-7\cdot16-7|}{\sqrt{64+49}}=\frac{17}{\sqrt{113}}\approx1,6$



Задание №5

Установить вид линии определяемой уравнением
$x^2-30x+y^2+4=0$

Решение. Приведем данное уравнение к каноническому виду с помощью введения полных квадратов:

$(x^2-30x)+y^2=-4$, $(x^2-30x+225-225)+y^2=-4$,

$(x-15)^2+y^2=221$. Это уравнение окружности с центром в точке (15;0) и радиусом $R=\sqrt{221}$.

Задание №6

Линия задана в полярной системе координат $\rho=\dfrac{6}{7+5\cos x}$.

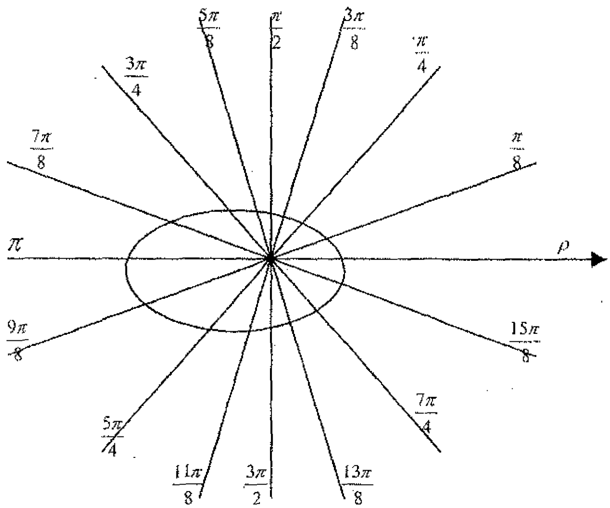
Построить по точкам, начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$, придавая φ значения через промежуток $\dfrac{\pi}{8}$, график кривой. Найти уравнение полученной линии в прямоугольной декартовой системе координат и определить её вид.

Решение

Составим таблицу значений:

φ_i	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{8}$	π	$\frac{9\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{2}$
ρ_i	0.5	0.52	0.6	0.7	0.9	1.2	1.7	2.5	3	2.5	1.7	1.2	0.9

$\frac{13\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{15\pi}{8}$	2π
0.7	0.6	0.52	0.5



Найдем уравнение линии в декартовой системе координат, стандартно расположенной относительно полярной, т.е. начало декартовой совпадает с полюсом, а ось абсцисс направлена по полярной оси, тогда взаимосвязь их координат определяется формулами:

$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \end{cases}$, $\rho \geq 0$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ и обратно

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \cos\varphi = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \sin\varphi = \dfrac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. Подставляя эти значения в исходные уравнения, получим $\sqrt{x^2+y^2} = \dfrac{6}{7+\dfrac{5x}{\sqrt{x^2+y^2}}}$, откуда $7\sqrt{x^2+y^2}+5x=6$ или $7\sqrt{x^2+y^2}=6-5x$ и, следовательно,

$49x^2+49y^2-25x^2+60x=36$, $24x^2+60x+49y^2=36$,

$$24\left(x^2+2\cdot\frac{15}{12}x+\frac{225}{144}\right)+49y^2=36+\frac{225}{144}\cdot 24,\ 24\left(x+\frac{15}{12}\right)^2+49y^2=\frac{147}{2},$$

$$24\left(x+\frac{5}{4}\right)^2+49y^2=\frac{147}{2},\quad \frac{\left(x+\frac{5}{4}\right)^2}{\frac{147}{48}}+\frac{y^2}{\frac{147}{98}}=1.$$ Это эллипс с центром в точке $C\left(-\frac{5}{4};0\right)$.

Задание №7.

По данным векторам $\vec{a}=(7;9;6),\vec{b}=(6;10;4)$ и числам $\alpha=2,\beta=5$ найти:

1) вектор $\vec{c}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}$

Решение.

$\vec{c}=2\vec{a}+5\vec{b}=2(7;9;6)+5(6;10;4)=(14;18;12)+(30;50;20)=(44;68;32)$

2) Найти векторное произведение $\vec{a}\times\vec{b}$

Решение.

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\7&9&6\\6&10&4\end{vmatrix}=(36-60)\vec{i}-(28-36)\vec{j}+(70-54)\vec{k}=-24\vec{i}+8\vec{j}+16\vec{k}$$

3) Найти синус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Решение.

$S=\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\sqrt{(-24)^2+8^2+16^2}=\sqrt{576+64+256}=8\sqrt{14}$

Т.к. $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\sin\varphi$, то

$$\sin\varphi=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}=\frac{8\sqrt{14}}{\sqrt{49+81+36}\cdot\sqrt{36+100+16}}=\frac{8\sqrt{14}}{\sqrt{166}*2\sqrt{38}}=\frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{1577}}.$$

Итак $\sin\varphi=\frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{1577}}$

Задание №8.

Даны четыре точки $A_1(6;5;7)$, $A_2(15;13;4)$, $A_3(12;14;16)$, $A_4(14;17;14)$. Найти:

1) Объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$.

Решение. Объем пирамиды определяется по формуле

$V_{A_1A_2A_3A_4}=\frac{1}{6}\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}\right|$, где $\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}$ смешанное произведение векторов.

Найдем координаты векторов

$\overline{A_1A_2}=(9;8;-3),\ \overline{A_1A_3}=(6;9;9),\ \overline{A_1A_4}=(8;12;7)$

$$V_{A_1A_2A_3A_4}=\frac{1}{6}\left|\overline{A_1A_2}\cdot\overline{A_1A_3}\cdot\overline{A_1A_4}\right|=\frac{1}{6}\mathrm{mod}\begin{vmatrix}9&8&-3\\6&9&9\\8&12&7\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\mathrm{mod}\begin{vmatrix}9&8&-3\\2&3&3\\8&12&7\end{vmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\mathrm{mod}\begin{vmatrix}1&8&-3\\0&11&0\\-4&12&7\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\cdot 11\mathrm{mod}\begin{vmatrix}1&-3\\-4&7\end{vmatrix}=\frac{11}{2}|7-12|=\frac{11}{2}\cdot 5=\frac{55}{2}=27.5$$

2) Найти косинус угла между прямыми A_1A_2 и A_1A_4

Решение.

$$\cos\varphi=\cos(\overline{A_1A_2},\overline{A_1A_4})=\frac{\overline{A_1A_2}\cdot\overline{A_1A_4}}{\left|\overline{A_1A_2}\right|\cdot\left|\overline{A_1A_4}\right|}=\frac{9\cdot 8+8\cdot 12+(-3)\cdot 7}{\sqrt{81+64+9}\sqrt{64+144+49}}\approx\frac{147}{12.4\cdot 16.03}\approx 0.7$$

3) Найти длину ребра A_1A_2

Решение.

$$\left|\overline{A_1A_2}\right|=\sqrt{9^2+8^2+(-3)^2}=\sqrt{154}$$

4) Найти угол между ребром A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$.

Решение. Как известно, острый угол φ между плоскостью $Ax+By+Cz+D=0$ и прямой с направляющим вектором $\vec{a}=(l;m;n)$ определяется формулой:

$$\sin\varphi=\frac{|Al+Bm+Cn|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{l^2+m^2+n^2}}$$

В нашем случае $\vec{n}=(3;-3;1)$ - нормальный вектор плоскости $A_1A_2A_3$ и $\vec{a}=(8;12;7)$ - направляющий вектор ребра A_1A_4.

Поэтому

$$\sin\varphi=\frac{|3\cdot 8-3\cdot 12+7\cdot 1|}{\sqrt{9+9+1}\sqrt{64+144+49}}=\frac{5}{\sqrt{10}\sqrt{257}}=0.09863,$$ откуда $\varphi=5°40'$

5) Найти уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.

Решение. Уравнение плоскости, проходящей через три точки $(x_1;y_1;z_1)$, $(x_2;y_2;z_2)$, $(x_3;y_3;z_3)$ имеет вид:

$$\begin{vmatrix}x-x_1&y-y_1&z-z_1\\x_2-x_1&y_2-y_1&z_2-z_1\\x_3-x_2&y_3-y_2&z_3-z_2\end{vmatrix}=0 \quad (1)$$

В нашем случае $A_1(6;5;7)$, $A_2(15;13;4)$, $A_3(12;14;16)$ и уравнение плоскости проходящей через эти точки имеет вид:

$$\begin{vmatrix} x-6 & y-5 & z-7 \\ 9 & 8 & -3 \\ 6 & 9 & 9 \end{vmatrix} = 0,$$ т.е. (x-6)(72+27)-(y-5)(81+18)+(z-7)(81+48)=

=0; 3x-3y+z-10=0

6) Найти уравнение прямой A_4M перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$.

Решение. Нормальный вектор $\vec{n} = (3;-3;1)$ плоскости $A_1A_2A_3$ является направляющим вектором к искомой прямой A_4M, проведенным через точку $A_{14}(14;17;14)$. Следовательно, каноническое уравнение прямой имеет вид: $\frac{x-14}{3} = \frac{y-17}{-3} = \frac{z-14}{1}$

7) Найти уравнение плоскости, проходящей через ребро A_1A_2 пирамиды и середину противоположного ребра A_3A_4.

Решение. Середина $M(x_M;y_M;z_M)$ ребра A_3A_4 определяется формулами: $x_M = \frac{12+14}{2} = 13, y_M = \frac{14+17}{2} = \frac{31}{2}, z_M = \frac{16+14}{2} = 15.$

Уравнение плоскости, проходящей через три точки $(x_1;y_1;z_1)$, $(x_2;y_2;z_2)$, $(x_3;y_3;z_3)$, определяется уравнением (1) (см. п.5). В нашем случае это уравнение имеет вид:

$$\begin{vmatrix} x-6 & y-5 & z-7 \\ 9 & 8 & -3 \\ 7 & \frac{21}{2} & 8 \end{vmatrix} = 0$$

Раскладывая определитель, получим уравнение искомой плоскости:

191x-186y+77z-755=0

Задание №9.

Известны уравнения: стороны AB треугольника ABC $x+y-\alpha=0$, его высот BH $3x-2y+\beta=0$ и AM $4x-3y-\gamma=0$. Найти уравнения двух других сторон треугольника, если $\alpha=13, \beta=-4, \gamma=10$.

Решение.

Вершина A является пересечением стороны AB и высоты AM, и координаты её удовлетворяют системе:

$$\begin{cases} x+y-13=0, \\ 4x-3y-10=0. \end{cases}$$

Решив систему, получим, что A(7;6). Вершина B является пересечением стороны AB и высоты BH, и её координаты являются решением системы:

$$\begin{cases} x+y-13=0, \\ 3x-2y-4=0. \end{cases}$$

Решив эту систему, получим B(6;7). Поскольку прямые AC и BH перпендикулярны, то $K_{AC}=-\dfrac{1}{K_{BH}}=-\dfrac{1}{\frac{3}{2}}=-\dfrac{2}{3}$

Тогда используя уравнение $y-y_0=k(x-x_0)$, получим уравнение стороны AC: $y-6=-\dfrac{2}{3}(x-7)$, $2x+3y-32=0$.

Т.к. $BC\perp AM$, то $K_{BC}=-\dfrac{1}{K_{AM}}=-\dfrac{1}{\frac{4}{3}}=-\dfrac{3}{4}$ и уравнение прямой BC

имеет вид:

$$y-7=-\frac{3}{4}(x-6),\ 3x+4y-46=0.$$

Аттестационная работа по теме: «Производная и ее приложение».

Задание №1

Найти указанные пределы:

В.1) а) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{4x^2+x-5}{x^2-2x+1}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-6x+2}{3x^3+x^2+1}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2+2x+1}{2x^2+2x+2}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^3+x^2-1}{x^2-4x+1}$

д) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{2x+12}}{x^2+8x+15}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos^2 x-\cos^2 2x}{x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x}\right)^{3x+4}$

В.2) а) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-5x+1}{2x^3+3x^2+2}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+3x+2}{2x^2+x+4}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^3+2x^2-4}{2x^2-5x+2}$

д) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^2 3x-\sin^2 x}{x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{x+2}$

В.3) а) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{4x^2+11x-3}{x^2+2x-3}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^2-7x+1}{3x^3+2x^2+2}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^2+2x}{2x^2+2x+3}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^3+2x^2+5}{2x^2+x}$

д) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos^2 2x}{x\arcsin x}$ ж) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)^{1+2x}$

В.4) а) $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{x^2-5x-14}{2x^2-9x-35}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+5x+3}{4x^3+x}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^2+6x}{x^2+x+1}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^3+3x^2+1}{x^2+4x+1}$

д) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 4x}{x\sin x}$ ж) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x}{1+2x}\right)^{-4x}$

В.5) а) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2-x-1}{3x^2-x-2}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2+7x+2}{5x^3+2x^2-1}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+7x+2}{x^2-x+2}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^3-7x+1}{2x^2-3x+2}$

д) $\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos^2 x}{xtgx}$ ж) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{2x-3}$

В.6) а) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+2x-1}{-x^2+x+2}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7x^2+7x+7}{2x^3+x^2}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^2+5x+2}{3x^2+2x}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^3+3x^2-7}{x^2+3x+2}$

д) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{4ч-3}-3}{x^2-9}$ е) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)tgx$ ж) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1-x}{2-x}\right)^{3x}$

В.7) а) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^2+6x}{x^3+x}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+4x+7}{3x^2+3x}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7x^3-2x-1}{2x^2-3x}$

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{7-x}-\sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{5x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x}{2x-3}\right)^{3x}$

В.8) а) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2+3x-28}{x^2-4x}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x^2+7x+2}{2x^3+2x+1}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7x^2+2x+1}{4x^2+2x+3}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x^3+5x+2}{3x^2+2x+1}$

д) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 5x+\sin x}{\arcsin x}$ ж) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x}\right)^{-2x}$

В.9) а) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+1}{2x^2+7x+5}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+7x}{3x^3+5x}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^2+9x+1}{4x^2+3x+2}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7x^3-7x+6}{3x^2-5x+4}$

д) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 2x-\cos 4x}{3x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{-5x}$

В.10) а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2-4}{3x^2+x-10}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-9x+1}{2x^3+7x+2}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+7x+1}{3x^2+8x-6}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^3+5x}{3x^2+6x}$

д) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{x+4}}{3x^2-4x+1}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 7x+\sin 3x}{x\sin x}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{2-3x}$

В.11) а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{9x^2+17x-2}{x^2+2x}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7x^2-7x+2}{x^3+x}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7x^2+6x+4}{2x^2+5x}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{6x^3-3x+1}{2x^2+7x+2}$ д) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{\sqrt{x+20}-4}{x^3+64}$ е) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{1-\sin 2x}{\pi-4x}$ ж) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{2x-3}$

В.12) а) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x^2-7x+5}{4x^3+4x}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x^2-8x+2}{3x^2+6x+4}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7x^3-2x+5}{3x^2-6x+9}$

д) $\lim\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin 5x}{\sin 3x}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4-2x}{1-2x}\right)^{x+1}$

В.13) а) $\lim\limits_{x\to6}\dfrac{2x^2-11x-6}{3x^2-20x+12}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^2+6x}{3x^3-8x}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7x^2+7x+1}{4x^2+5x+2}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x^3-9x+5}{4x^2-7x+3}$

д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tgx-\sin x}{3x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+5}{2x+1}\right)^{5x}$

В.14) а) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^2+5x+2}{3x^3+7x+1}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^2+6x+1}{8x^2+5x+6}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x^3-10x+2}{7x^2-6x+4}$

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg2x-\sin 2x}{x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+4}\right)^{3x-1}$

В.15) а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{3x^2+11x+10}{x^2-5x-14}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-10x+2}{9x^3+6x}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^2+6x+4}{2x^2+7x+2}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^3+10x}{3x^2+5x}$

д) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin 5x}{x^2-x}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{2-3x}$

В.16) а) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^2+15x-8}{3x^2+25x+8}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^2+x}{9x^3-7x+2}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x^2+5x+1}{2x^2+7x}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x^3-10x+2}{4x^2+7x+6}$

д) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\sqrt{5+x}-2}{\sqrt{8-x}-3}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{tgx}-\dfrac{1}{\sin x}\right)$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x}\right)^{3-2x}$

В.17) а) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{4x^2+19x-5}{2x^2+11x+5}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^2-9x+2}{10x^3-7x+4}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^2+6x+5}{9x^2+6x+1}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^3-11x+2}{5x^2+6x+7}$

д) $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x+2}-3}$ е) $\lim\limits_{x\to1}(1-x)tg\dfrac{\pi x}{2}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x}\right)^{-2x}$

В.18) а) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{2x^2+11x+15}{3x^2+5x-12}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^2+2x+2}{9x^3-6x+4}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^2+7x+6}{3x^2+2x+1}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^3-2x+2}{7x^2+6x+1}$ д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 4x-\cos^3 4x}{3x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-4}{2x}\right)^{-3x}$

В.19) а) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^2-x-2}{4x^2-5x+1}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^2-7x-2}{9x^3-3x+5}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x^2+6x+2}{7x^2+5x+1}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7x^3-8x+2}{3x^2+5x+1}$

д) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 8x}{3x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+4}{x+8}\right)^{-3x}$

В.20) а) $\lim\limits_{x\to6}\dfrac{x^2-8x+12}{x^2-7x+6}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{11x^2-8x+5}{7x^3-5x+4}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{11x^2+7x+5}{11x^2+7x+6}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{11x^3-9x+2}{9x^2+5x+1}$

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$ е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{7x}{\sin x+\sin 7x}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{2x-3}\right)^{3x}$

В.21) а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{11x^2-9x+6}{9x^3-7x+4}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x^2-8x+4}{8x^2+6x+5}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x^3-2x+1}{8x^2+3x+2}$

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-1}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x-\sin x}{5x}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-7}{x}\right)^{2x+1}$

В.22) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-x^2+2x}{x^2+x}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{8x^2-7x+5}{11x^3+2x+1}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{11x^2-7x+6}{7x^2+5x+1}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{12x^3-11x+10}{8x^2+6x+7}$ д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\sqrt{x^2+4}}{3x^2}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg3x}{2\sin x}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+4}\right)^{3x+2}$

В.23) а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-7x+2}{4x^2-5x-6}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{13x^2-12x+11}{2x^3-8x+6}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{13x^2-9x+7}{8x^2-9x+5}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{9x^3-8x+6}{7x^2+2x+1}$ д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+16}-4}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 5x}{2x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-3}\right)^{x-5}$

В.24) а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{6+x-x^2}{x^3-27}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{14x^2+7x+6}{8x^3-9x+2}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{12x^2-8x+5}{7x^2+6x+2}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{14x^3-9x+6}{7x^2+5x+1}$ д) $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}}$ е) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\sin x}{\pi-2x}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{2x}$

В.25) а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{14x^2+9x-8}{5x^3-8x+10}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{14x^2-11x+12}{5x^2+8x+7}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10x^3+7x}{8x^2+x+2}$ д) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x}{2x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-7}{x+1}\right)^{4x-2}$

В.26) а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2+x-6}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{15x^2+8x+9}{8x^3+5x+2}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{11x^2+8x}{4x^2+2x}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^3+11x}{8x^2+5}$ д) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-27}{\sqrt{3x}-x}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg 2x}{tg3x}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+1}\right)^{2x}$

В.27) а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{x-4}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{16x^2+15x}{7x^3-9x}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{16x^2-15}{7x^2+2}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x^3+2x+1}{7x^2-3}$ д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^3+x^2}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 5x-\cos x}{4x^2}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+4}\right)^{-x}$

В.28) а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+5x-3}{3x^2+10x+3}$ б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{7x^2-5x+6}{7x^3+2}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{17x^2-8x+5}{8x^2+6x+1}$

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{16x^3+15x+14}{5x^2+3x+8}$ д) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$ е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{x\sin 3x}$ ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x+5}\right)^{x+1}$

В.29) а) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{2x^2+7x-4}{x^3+64}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{17x^2+8x+1}{5x^3+7x+2}$ в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{18x^2+9x+4}{5x^2+6}$

г) $\lim_{x\to+\infty}\frac{17x^3+8x+6}{4x^2+3}$ д) $\lim_{x\to5}\frac{x^2-25}{2-\sqrt{x-1}}$ е) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin x}{\left(\frac{\pi}{2}-x\right)^2}$ ж) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1+2x}{3+2x}\right)^{-x}$

В.30) а) $\lim_{x\to-5}\frac{x^2-2x-35}{2x^2+11x+5}$ б) $\lim_{x\to+\infty}\frac{18x^2+10x+1}{10x^3+2x+2}$ в) $\lim_{x\to+\infty}\frac{18x^2-9x+2}{4x^2+7x}$

г) $\lim_{x\to+\infty}\frac{18x^3-4x+5}{8x^2+7x-8}$ д) $\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{\sqrt{x+2}-2}$ е) $\lim_{x\to1}\frac{\sin(2(x-1))}{x^2-7x+6}$ ж) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x}{3x+2}\right)^{x-2}$

Задание №2.

Исследовать данные функции на непрерывность и посмотреть их графики:

В.1) а) $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x}, x\le 0\\ 0, 0<x\le 2\\ x-2, x>2\end{cases}$ б) $f(x)=2^{\frac{5}{1-x}}; x_1=0; x_2=1$

В.2) а) $f(x)=\begin{cases}\cos x, x\le\frac{\pi}{2}\\ 0, \frac{\pi}{2}<x<\pi\\ 2, x\ge\pi\end{cases}$ б) $f(x)=4^{\frac{1}{3-x}}+2; x_1=2; x_2=3$

В.3) а) $f(x)=\begin{cases}x+2, x\le 1\\ x^2+1, -1<x\le 1\\ -x+3, x>1\end{cases}$ б) $f(x)=7^{\frac{1}{5-x}}+1; x_1=4; x_2=5$

В.4) а) $f(x)=\begin{cases}-x+1, x<-1\\ x^2+1, -1\le x\le 2\\ 2x, x>2\end{cases}$ б) $f(x)=\frac{3x}{x-4}; x_1=4; x_2=5$

В.5) а) $f(x)=\begin{cases}x-1, x<1\\ x^2+2, 1\le x\le 2\\ -2x, x>2\end{cases}$ б) $f(x)=\frac{2x}{x^2-1}; x_1=1; x_2=2$

В.6) а) $f(x)=\begin{cases}x+3, x\le 0\\ 1, 0<x\le 2\\ x^2-2, x>2\end{cases}$ б) $f(x)=2^{\frac{1}{x-3}}+1; x_1=3; x_2=4$

В.7) а) $f(x)=\begin{cases}0, x\le -1\\ x^2-1, -1<x\le 2\\ 2x, x>2\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x+7}{x-2}; x_1=2; x_2=3$

В.8) а) $f(x)=\begin{cases}x+3, x\le 0\\ -x^2+4, 0<x<2\\ x-2, x\ge 2\end{cases}$ б) $f(x)=8^{\frac{4}{x-2}}-1; x_1=2; x_2=3$

В.9) а) $f(x)=\begin{cases}2, x<-1\\ 1-x, -1\le x\le 1\\ \ln x, x>1\end{cases}$ б) $f(x)=2^{\frac{3}{x+2}}; x_1=-2; x_2=-1$

В.10) а) $f(x)=\begin{cases}-x, x<0\\ x^2+1, 0\le x<2\\ x+1, x\ge 2\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x+5}{x-2}; x_1=3; x_2=2$

В.11) а) $f(x)=\begin{cases}-x+2, x\le -2\\ x^3, -2<x\le 1\\ 2, x>1\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{4x}{x+5}; x_1=-5; x_2=-4$

В.12) а) $f(x)=\begin{cases}1, x\le 0\\ 2^x, 0<x\le 2\\ x+3, x>2\end{cases}$ б) $f(x)=5^{\frac{1}{x-4}}-2; x_1=3; x_2=4$

В.13) а) $f(x)=\begin{cases}x-1, x<0\\ \sin x, 0\le x<\pi\\ 3, x\ge \pi\end{cases}$ б) $f(x)=5^{\frac{2}{x-3}}; x_1=3; x_2=4$

В.14) а) $f(x)=\begin{cases}x, x\le 1\\ (x-2)^2, 1<x<3\\ -x+6, x\ge 3\end{cases}$ б) $f(x)=4^{\frac{3}{x-2}}+2; x_1=2; x_2=3$

В.15) а) $f(x)=\begin{cases}-x, x\le 0\\ x^3, 0<x\le 2\\ x+4, x>2\end{cases}$ б) $f(x)=5^{\frac{1}{x-3}}-1; x_1=3; x_2=4$

В.16) а) $f(x)=\begin{cases}x^3, x<-1\\ x-1, -1\le x\le 3\\ -x+5, x>3\end{cases}$ б) $f(x)=5^{\frac{3}{x+4}}+1; x_1=-5; x_2=-4$

В.17) а) $f(x)=\begin{cases}x-1, x\le 0\\ x^2, 0<x<2\\ 2x, x\ge 2\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x-4}{x+2}; x_1=-2; x_2=-1$

В.18) а) $f(x)=\begin{cases}-1, x<0\\ \cos x, 0\le x\le\pi\\ 1-x, x>\pi\end{cases}$ б) $f(x)=5^{\frac{4}{3-x}}+1; x_1=2; x_2=3$

В.19) а) $f(x)=\begin{cases}x, x<-2\\ -x+1, -2\le x\le 1\\ x^2-1, x>1\end{cases}$ б) $f(x)=4^{\frac{2}{x-1}}-3; x_1=1; x_2=2$

В.20) а) $f(x)=\begin{cases}3x+4, x\le -1\\ x^2-2, -1<x<2\\ x, x\ge 2\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x-5}{x+3}; x_1=-2; x_2=-3$

В.21) а) $f(x)=\begin{cases}x+1, x<0\\ x^2-1, 0\le x<1\\ -x, x\ge 1\end{cases}$ б) $f(x)=9^{\frac{1}{2-x}}; x_1=0; x_2=2$

В.22) а) $f(x)=\begin{cases}\sin x, x<0\\ x, 0\le x\le 2\\ 0, x>2\end{cases}$ б) $f(x)=6^{\frac{1}{x-3}}+3; x_1=3; x_2=4$

В.23) а) $f(x)=\begin{cases}x+4, x<-1\\ x^2+2, -1\le x<1\\ 2x, x\ge 1\end{cases}$ б) $f(x)=(x-3)(x+4); x_1=-5; x_2=-4$

В.24) а) $f(x)=\begin{cases}x+1, x\le 0\\ (x+1)^2, 0<x\le 2\\ -x+4, x>2\end{cases}$ б) $f(x)=3^{\frac{2}{x+1}}-2; x_1=-1; x_2=0$

В.25) а) $f(x)=\begin{cases}-x, x\le 0\\ -(x-1)^2, 0<x<2\\ x-3, x\ge 2\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x-4}{x+3}; x_1=-3; x_2=-2$

В.26) а) $f(x)=\begin{cases}-2(x+1), x\le -1\\ (x+1)^3, -1<x<0\\ x, x\ge 0\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x+5}{x-3}; x_1=3; x_2=4$

В.27) а) $f(x)=\begin{cases}x^2+1, x\le 1\\ 2x, 1<x\le 3\\ x+2, x>3\end{cases}$ б) $f(x)=3^{\frac{4}{1-x}}+1; x_1=1; x_2=2$

В.28) а) $f(x)=\begin{cases}x-3, x<0\\ x+1, 0\le x\le 4\\ 3+x, x>4\end{cases}$ б) $f(x)=6^{\frac{2}{4-x}}; x_1=3; x_2=4$

В.29) а) $f(x)=\begin{cases}2x^2, x\le 0\\ x, 0<x\le 1\\ 2+x, x>1\end{cases}$ б) $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}; x_1=2; x_2=3$

В.30) а) $f(x)=\begin{cases}x^2+1, x<0\\ \sin x, 0\le x<\dfrac{\pi}{2}\\ x-\dfrac{\pi}{2}+1, x\ge\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$ б) $f(x)=3^{\frac{1}{x+1}}+1; x_1=1; x_2=-1$

Задание №3

Продифференцировать данные функции.

В.1) 1) $y=\sqrt[4]{(x-1)^5}-\dfrac{4}{7x^2-3x+2}$; 2) $y=\sin^2 3x\cdot arcctg 3x^3$

3) $y=\dfrac{\sqrt{x^3+4x-5}}{e^{x^3}}$; 4) $y=\sqrt[4]{\dfrac{x+5}{x-5}}\sin(3x^2-x+4)$;

5) $y=(\cos(x+5))^{\arcsin 3x}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[3]{(x-1)^7}}{(x+1)^5(x-5)^3}$

В.2) 1) $y=\dfrac{7}{(x-1)^3}+\sqrt{8x-3+x^2}$; 2) $y=\cos^5 3x\cdot tg(4x+1)^3$;

3) $y=\dfrac{\sqrt{3+2x-x^2}}{e^x}$; 4) $y=\sqrt[9]{\dfrac{x-3}{x+3}}\cos(x^2-3x+2)$;

5) $y=(\cos 5x)^{arctg\sqrt{x}}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[3]{(x-1)^7}}{(x-2)^4(x+5)^6}$

В.3) 1) $y=\sqrt[5]{(x-2)^6}-\dfrac{3}{7x^3-x^2-4}$; 2) $y=arctg^3 4x\cdot 3^{\sin x}$;

3) $y=\dfrac{\sqrt{7x^3-5x+2}}{e^{\cos x}}$; 4) $y=\sqrt[6]{\dfrac{x-7}{x+7}}\arcsin(2x+3)$

5) $y=(\sqrt{x+5})^{\arccos 3x}$; 6) $y=\dfrac{(x+2)(x-7)^4}{\sqrt[3]{(x-1)^4}}$

В.4) 1) $y=\sqrt[5]{3-7x+x^2}-\dfrac{4}{(x-7)^5}$; 2) $y=2^{tgx} arctg^5 3x$;

3) $y=\dfrac{e^{3x}}{\sqrt{3x^2-4x-7}}$; 4) $y=\sqrt[4]{\dfrac{x+6}{x-6}}\sin(3x^2+1)$;

$5)y=(\sin 3x)^{\arccos x}$; $1)y=\dfrac{(x-1)^4(x+2)^5}{\sqrt[3]{(x-4)^2}}$

B.5) $1)y=\dfrac{3}{(x-4)^7}-\sqrt{5x^2-4x+3}$; $2)y=\cos\sqrt[5]{x}\cdot arctgx^4$;

$3)y=\dfrac{\sqrt[3]{2x^2-3x+1}}{e^{-x}}$; $4)y=\sqrt[4]{\dfrac{x+3}{x-3}}\ln(5x^2-2x+1)$

$5)y=(tg7x^5)^{\sqrt{x+2}}$; $6)y=\dfrac{\sqrt[3]{(x-2)^5}(x+3)^2}{(x-7)^3}$

B.6) $1)y=\sqrt{1+5x-2x^2}+\dfrac{3}{(x-3)^4}$; $2)y=ctg^7x\cdot\arccos 2x^3$;

$3)y=\dfrac{e^{-\sin 2x}}{(x+5)^4}$; $4)y=\sqrt[5]{\dfrac{x-7}{x+7}}\cos(2x^3+x)$;

$5)y=(\arcsin 5x)^{tg\sqrt{x}}$; $6)y=\dfrac{(x-3)^5(x+2)^3}{\sqrt{(x-1)^3}}$

B.7) $1)y=\dfrac{3}{(x+4)^2}-\sqrt[3]{4+3x-x^4}$; $2)y=\cos^4 3x\cdot\arcsin 3x^2$;

$3)y=\dfrac{e^{ctg5x}}{(x+4)^3}$; $4)y=\sqrt{\dfrac{2x+3}{2x-3}}\cdot ctg(3x^2+5)$;

$5)y=(tg3x^4)^{\sqrt{x+3}}$; $6)y=\dfrac{(x-3)^2\sqrt{x+4}}{(x+2)^7}$

B.8) $1)y=\sqrt{3x^4-2x^3+x}-\dfrac{4}{(x+2)^3}$; $2)y=\arcsin^3 2x\cdot ctg7x^4$;

$3)y=\dfrac{3x^2-5x+10}{e^{-x^4}}$; $4)y=\sqrt[8]{\dfrac{5x+1}{5x-1}}\ln(3x-x^2)$

$5)y=(\sqrt{3x+2})^{arcctg3x}$; $6)y=\dfrac{\sqrt[3]{(x-2)^4}}{(x-5)(x+1)^7}$

B.9) $1)y=\sqrt[5]{3x^2+4x-5}+\dfrac{4}{(x-4)^4}$; $2)y=\arccos^2 4x\cdot\ln(x-3)$

$3)y=\dfrac{e^{-\sin 4x}}{(2x-5)^6}$; $4)y=\sqrt{\dfrac{3x-2}{3x+2}}\cdot tg(2x^2-9)$;

$5)y=(arctg2x)^{\sin x}$; $6)y=\dfrac{(x+2)^7(x-3)^3}{\sqrt{(x+1)^5}}$

B.10) $1)y=\sqrt{(x-3)^7}+\dfrac{9}{7x^2-5x-8}$; $2)y=e^{\cos x}\cdot ctg8x^3$;

$3)\, y=\dfrac{(2x-3)^7}{e^{-2x}}$; $4)\, y=\sqrt[9]{\dfrac{x+3}{x-3}}\log_5(2x-3)$;

$5)\, y=(ctg(7x+4))^{\sqrt{x+3}}$; $6)\, y=\dfrac{(x-7)^{10}\sqrt{3x-1}}{(x+3)^5}$

B.11) $1)\, y=\sqrt[3]{5+4x-x^2}-\dfrac{5}{(x+1)^3}$; $2)\, y=ctg^3 4x\cdot\arcsin\sqrt{x}$;

$3)\, y=\dfrac{e^{-ctg 5x}}{3x^2-4x+2}$; $4)\, y=\sqrt[7]{\dfrac{x-4}{x+4}}ctg(2x+5)$;

$5)\, y=(\log_2(x+4))^{ctg 7x}$; $6)\, y=\dfrac{(x+1)^8(x-3)^2}{\sqrt{(x+2)^5}}$

B.12) $1)\, y=\sqrt[3]{(x-7)^2}+\dfrac{5}{4x^2+3x-5}$; $2)\, y=\cos^3 4x\cdot arcctg\sqrt{x}$;

$3)\, y=\dfrac{e^{4x}}{(3x+5)^3}$; $4)\, y=\sqrt[7]{\dfrac{x-8}{x+8}}\cdot\arccos(3x-5)$;

$5)\, y=(\arccos 5x)^{\ln x}$; $6)\, y=\dfrac{\sqrt{x+7}(x-3)^4}{(x+2)^5}$

B.13) $1)\, y=\dfrac{2}{(x-1)^3}-\dfrac{8}{6x^2+3x-7}$; $2)\, y=3^{tgx}\cdot\arcsin 7x^4$;

$3)\, y=\dfrac{e^{ctg 5x}}{(3x-5)^4}$; $4)\, y=\sqrt[5]{\dfrac{x-6}{x+6}}\cdot\cos(7x+2)$;

$5)\, y=(\ln(x+7))^{ctg 2x}$; $6)\, y=\dfrac{\sqrt{x+7}(x-3)^4}{(x+2)^5}$

B.14) $1)\, y=\sqrt[3]{5x^4-2x-1}+\dfrac{8}{(x-5)^4}$; $2)\, y=\sin^3 7x\cdot arcctg 5x^2$;

$3)\, y=\dfrac{5x^2+4x-2}{e^{-x}}$; $4)\, y=\sqrt{\dfrac{6x+5}{6x-5}}\lg(4x+7)$;

$5)\, y=(\sin 4x)^{arctg\frac{1}{x}}$; $6)\, y=\dfrac{(x+3)\sqrt[5]{(x-2)^2}}{(x+1)^7}$

B.15) $1)\, y=\sqrt[3]{(x-8)^4}-\dfrac{2}{1+3x-4x^2}$; $2)\, y=e^{-\sin x}\cdot tg7x^6$;

$3)\, y=\dfrac{\sqrt{5x^2-x+1}}{e^{3x}}$; $4)\, y=\sqrt[6]{\dfrac{x-9}{x+9}}tg(3x^2-4x+1)$;

$5)\, y=(ctg2x^3)^{\sin\sqrt{x}}$; 6) $1)\, y=\dfrac{(x-2)^3\sqrt{(x+1)^5}}{(x-4)^2}$

B.16) 1) $y=\sqrt[4]{5x^2-4x+1}-\dfrac{7}{(x-5)^2}$; 2) $y=\cos^5 x\cdot\arccos 4x$

3) $y=\dfrac{e^{\sin x}}{(x-5)^7}$; 4) $y=\sqrt[3]{\dfrac{4x-1}{4x+1}}\ln(2x^3-3)$;

5) $y=(\arccos x)^{\sqrt{\cos x}}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt{(x+2)^3}(x-1)^4}{(x+2)^7}$

B.17) 1) $y=\sqrt[3]{3x^4+2x-5}+\dfrac{4}{(x-2)^5}$; 2) $y=tg\sqrt{x}\cdot arcctg3x^5$

3) $y=\dfrac{e^{-x^3}}{\sqrt{x^2+5x-1}}$; 4) $y=\sqrt[5]{\dfrac{x+1}{x-1}}\log_3(x^2+x+4)$;

5) $y=(\cos(x+2))^{\ln x}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt{x^2+2x-3}}{(x+3)^7(x-4)^2}$

B.18) 1) $y=\sqrt{(x-4)^5}+\dfrac{5}{(2x^2+4x-1)^2}$; 2) $y=tg^4x\cdot\arcsin 4x^5$;

3) $y=\dfrac{e^{\arccos^3 x}}{\sqrt{x+5}}$; 4) $y=\sqrt{\dfrac{2x+1}{2x-1}}\log_2(x-3x^2)$;

5) $y=(\ln(5x-4))^{arcctgx}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[4]{x-8}(x+2)^6}{(x-1)^5}$

B.19) 1) $y=\sqrt[3]{(x-3)^4}-\dfrac{3}{2x^3-3x+1}$; 2) $y=4^{-x}\cdot\ln^5(x+2)$;

3) $y=\dfrac{(2x+5)^3}{e^{\lg x}}$; 4) $y=\sqrt[6]{\dfrac{7x-4}{7x+4}}\log_5(3x^2+2x)$;

5) $y=(\arccos(x+2))^{tg3x}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[5]{x+1}(x-3)^7}{(x+8)^3}$

B.20) 1) $y=\sqrt[3]{4x^2-3x-4}-\dfrac{2}{(x-3)^5}$; 2) $y=ctg3x\cdot\arccos 3x^2$;

3) $y=\dfrac{(x-4)^2}{arcctgx}$; 4) $y=\sqrt[7]{\dfrac{2x-3}{2x+1}}\lg(7x-10)$;

5) $y=(\log_2(6x+5))^{\arcsin 2x}$; 6) $y=\dfrac{(x+7)^2(x-3)^5}{\sqrt{x^2+3x-1}}$

B.21) 1) $y=\dfrac{3}{(x+2)^5}-\sqrt[7]{5x-7x^2-3}$; 2) $y=\sin^4 3x\cdot arctg2x^3$;

3) $y=\dfrac{e^{-x^2}}{(2x-5)^7}$; 4) $y=\sqrt[8]{\dfrac{x-4}{x+4}}arctg(5x+1)$;

5) $y=(\sin(7x+4))^{arcctgx}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x-3}(x+7)^5}{(x-4)^2}$

В.22) 1) $y=\sqrt[5]{(x+4)^6}-\dfrac{2}{2x^2-3x+7}$; 2) $y=tg^3 2x\cdot\arcsin x^5$;

3) $y=\dfrac{e^{\cos 3x}}{(2x+4)^5}$; 4) $y=\sqrt[3]{\dfrac{2x-5}{2x+3}}\lg(4x+7)$;

5) $y=(tg(4x-3))^{\arccos 2x}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[7]{(x-2)^4}}{(x+1)^2(x-6)^5}$

В.23) 1) $y=\sqrt[4]{3x^2-x+5}-\dfrac{3}{(x-5)^4}$; 2) $y=tg^6 2x\cdot\cos 7x^2$;

3) $y=\dfrac{e^{\sin 5x}}{(3x-2)^2}$; 4) $y=\sqrt[4]{\dfrac{2x-5}{2x+5}}arctg(3x+2)$;

5) $y=(\ln(7x+4))^{tgx}$; 6) $y=\dfrac{(x+7^2(x-3)^5}{\sqrt{x^2+3x-1}}$

В.24) 1) $y=\sqrt[3]{(x-1)^5}+\dfrac{5}{2x^2-4x+7}$; 2) $y=\sin^5 3x\cdot arctg\sqrt{x}$;

3) $y=\dfrac{e^{-x}}{(2x^2-x+4)^2}$; 4) $y=\sqrt[8]{\dfrac{x-4}{x+4}}arctg(5x+1)$;

5) $y=(\ln(7x-3))^{arctg 5x}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[4]{(x+1)^3}(x-2)^5}{(x-3)^2}$

В.25) 1) $y=\sqrt{(x-4)^7}-\dfrac{10}{3x^2-5x+1}$; 2) $y=\ln^5 x\cdot arctg7x^4$;

3) $y=\dfrac{e^{tg3x}}{\sqrt{3x^2-x+4}}$; 4) $y=\sqrt[6]{\dfrac{x^2-1}{x^2+1}}\arcsin 2x$;

5) $y=\lg(4x-3))^{\arccos 4x}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[5]{(x+2)^3}}{(x-1)^4(x-3)^5}$

В.26) 1) $y=\dfrac{7}{(x+2)^5}-\sqrt{8-5x+2x^2}$; 2) $y=ctg\dfrac{1}{x}\cdot\arccos x^4$;

3) $y=\dfrac{(3x+1)^4}{e^{4x}}$; 4) $y=\sqrt[9]{\dfrac{x-1}{x+1}}arcctg(7x+2)$;

5) $y=(\log_4(2x+3))^{\arcsin x}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt{x+10}(x-8)^3}{(x-1)^5}$

В.27) 1) $y=\dfrac{3}{4x-3x^2+1}-\sqrt{(x+1)^5}$; 2) $y=tg^3 2x\cdot\arccos 2x^3$;

3) $y=\dfrac{e^{\cos 5x}}{\sqrt{x^2-5x-2}}$; 4) $y=\sqrt{\dfrac{7x-4}{7x+4}}\cdot\arcsin(x^2+1)$;

5) $y=(\log_5(2x+5))^{arctgx}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[5]{(x+1)^2}}{(x-3)^4(x-4)^3}$

В.28) 1) $y=\dfrac{3}{x-4}+\sqrt[6]{(2x^2-3x+1)^5}$; 2) $y=2^{\cos x}\cdot arcctg5x^3$;

3) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-3x-7}}{e^{-x^3}}$; 4) $y=\sqrt{\dfrac{7x-4}{7x+4}}\arcsin(x^2+1)$;

5) $y=(\log_5(3x+2))^{\arccos x}$; 6) $y=\dfrac{(x+4)^3(x-2)^4}{\sqrt[3]{(x-2)^5}}$

В.29) 1) $y=\dfrac{4}{(x-7)^3}-\sqrt[3]{(3x^2-x+1)^4}$; 2) $y=5^{x^2}\cdot\arccos 2x^5$;

3) $y=\dfrac{e^{-tgx}}{4x^2+7x-5}$; 4) $y=\sqrt[7]{\dfrac{x^2+3}{x^2-3}}\cdot\arccos 4x$;

5) $y=(\lg(8x+3))^{tg5x}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[6]{(x-1)^5}}{(x+2)^4(x-5)^7}$

В.30) 1) $y=\sqrt[5]{(x+2)^6}+\dfrac{5}{3x^3-2x+2}$; 2) $y=2^x\ln^6(x+3)$;

3) $y=\dfrac{(3x-4)^3}{e^{tgx}}$; 4) $y=\sqrt[5]{\dfrac{2x-1}{2x+1}}\log_2(4x^2+3x)$;

5) $y=(\sin(x+3))^{\ln x}$; 6) $y=\dfrac{\sqrt[5]{(x-2)^3}(x+5)^3}{(x-7)^4}$

Задание №4.

Найти y' и y''

В.1) а) $x^4+x^2y^2+y=4$ б) $\begin{cases}x=\sqrt{t}\\ y=\sqrt[5]{t}\end{cases}$;

В.2) а) $y^2=\dfrac{(x-y)}{x+y}$ б) $\begin{cases}x=\dfrac{1}{t+2}\\ y=\dfrac{t}{(t+2)^2}\end{cases}$;

B.3) а) $y^2 = x + \ln\frac{y}{x}$ б) $\begin{cases} x = e^{-2t} \\ y = e^{4t} \end{cases}$;

B.4) а) $y = 7x - ctgy$ б) $\begin{cases} x = 2\cos^2 t \\ y = 3\sin^2 t \end{cases}$;

B.5) а) $x^2y^2 + x = 5y$ б) $\begin{cases} x = 6\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases}$;

B.6) а) $xy = ctgy$ б) $\begin{cases} x = (2t+3)\cos t \\ y = 3t^3 \end{cases}$;

B.7) а) $\sin y = 7x + 3y$ б) $\begin{cases} x = te^t \\ y = \frac{t}{e^t} \end{cases}$;

B.8) а) $3y = 7 + xy^3$ б) $\begin{cases} x = 5\sin^3 t \\ y = 3\cos^3 t \end{cases}$;

B.9) а) $\ln y - \frac{y}{x} = 7$ б) $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$;

B.10) а) $tgy = 3x + 5y$ б) $\begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^3} \\ y = \frac{t^2}{1+t^2} \end{cases}$;

B.11) а) $x^3 + y^3 = 5x$ б) $\begin{cases} x = 5\cos^2 t \\ y = 3\sin^2 t \end{cases}$;

B.12) а) $y^2 = 8x$ б) $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \ln t \end{cases}$;

B.13) а) $y = e^y + 4x$ б) $\begin{cases} x = \arccos t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$;

B.14) а) $y = x + arctgy$ б) $\begin{cases} x = 6t^2 - 4 \\ y = 3t^5 \end{cases}$;

B.15) а) $tgy = 4y - 5x$ б) $\begin{cases} x = e^{-3t} \\ y = e^{8t} \end{cases}$;

B.16) а) $4\sin^2(x+y) = x$ б) $\begin{cases} x = \frac{\ln t}{t} \\ y = t^2 \ln t \end{cases}$;

B.17) а) $xy - 6 = \cos y$ б) $\begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$;

В.18) а) $y^2 = 25x - 4$ б) $\begin{cases} x = 5\cos t \\ y = 4\sin t \end{cases}$;

В.19) а) $y^2 + x^2 = \sin y$ б) $\begin{cases} x = \ln^2 t \\ y = t + \ln t \end{cases}$;

В.20) а) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{7}$ б) $\begin{cases} x = 3(\sin t - t\cos t) \\ y = 3(\cos t + t\sin t) \end{cases}$;

В.21) а) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{7} = 1$ б) $\begin{cases} x = arctgt \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$;

В.22) а) $y^2 - x = \cos y$ б) $\begin{cases} x = t^4 \\ y = \ln t \end{cases}$;

В.23) а) $\sin y = xy^2 + 5$ б) $\begin{cases} x = \sqrt[3]{(t-1)^2} \\ y = \sqrt{t-1} \end{cases}$;

В.24) а) $\sin^2(3x + y^2) = 5$ б) $\begin{cases} x = \dfrac{1}{t+1} \\ y = \left(\dfrac{t}{t+1}\right)^2 \end{cases}$;

В.25) а) $arcctgy = 4x + 5y$ б) $\begin{cases} x = 4t + 2t^2 \\ y = 5t^3 - 3t^2 \end{cases}$;

В.26) а) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$ б) $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1} \\ y = \dfrac{t+1}{\sqrt{t^2-1}} \end{cases}$;

В.27) а) $3x + \sin y = 5y$ б) $\begin{cases} x = e^{3t} \\ y = e^{-3t} \end{cases}$;

В.28) а) $ctg^2(x + y) = 5x$ б) $\begin{cases} x = \dfrac{\ln t}{t} \\ y = t\ln t \end{cases}$;

В.29) а) $xy^2 - y^3 = 4x - 5$ б) $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$;

В.30) а) $y = x + \ln y$ б) $\begin{cases} x = \ln t \\ y = t^3 \end{cases}$;

Задание №5.

Для данной функции у и аргумента x_0 вычислить $y'''(x_0)$.

В.1) $y = (5x-4)^5, x_0 = 2$	В.16) $y = \ln(1+x), x_0 = 2$

B.2) $y = x\sin x, x_0 = \frac{\pi}{2}$

B.3) $y = \ln(1+x), x_0 = 2$

B.4) $y = x^2 \cos x, x_0 = \frac{\pi}{2}$

B.5) $y = x\cos 2x, x_0 = \frac{\pi}{12}$.

B.6) $y = \ln(x^2 - 4), x_0 = 3$

B.7) $y = x^4 \ln x, x_0 = 1$

B.8) $y = x^2 \ln x, x_0 = \frac{1}{3}$

B.9) $y = \cos^2 x, x_0 = \frac{\pi}{4}$

B.10) $y = \sin 2x, x_0 = \pi$

B.11) $y = arctgx, x_0 = 1$

B.12) $y = \sin^2 x, x_0 = \frac{\pi}{2}$

B.13) $y = \ln(2 + x^2), x_0 = 0$

B.14) $y = \frac{1}{2}x^2 e^x, x_0 = 0$

B.15) $y = e^x \sin 2x, x_0 = 0$

B.17) $y = x\sin x, x_0 = \frac{\pi}{2}$

B.18) $y = x\arccos x, x_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

B.19) $y = \sin(x^3 + \pi), x_0 = \sqrt[3]{\pi}$

B.20) $y = xarcctgx, x_0 = 2$

B.21) $y = 2^{x^2}, x_0 = 1$

B.22) $y = (x+1)\ln(x+1), x_0 = -\frac{1}{2}$

B.23) $y = (7x-4)^6, x_0 = 1$

B.24) $y = x\sin 2x, x_0 = \frac{\pi}{4}$

B.25) $y = e^{-x}\cos x, x_0 = 0$

B.26) $y = (4x-3)^5, x_0 = 1$

B.27) $y = (2x+1)^5, x_0 = 1$

B.28) $y = \ln^3 x, x_0 = 1$

B.29) $y = e^x \cos x, x_0 = 0$

B.30) $y = (2x-3)^5, x_0 = 3$

Задание №6.

Записать формулу для производной n-го порядка указанной функции.

B.1) $y = \ln\frac{1}{4-x}$; B.2) $y = \sqrt{x+7}$; B.3) $y = 5^x$; B.4) $y = \frac{1}{x-6}$;

B.5) $y = \ln(5x-1)$;

B.6) $y = \cos 3x$; B.7) $y = e^{-5x}$; B.8) $y = \frac{1}{x}$; B.9) $y = \frac{1}{x-3}$; B.10) $y = xe^{6x}$;

B.11) $y = \frac{4}{x+3}$; B.12) $y = \ln(4+x)$; B.13) $y = 7^x$; B.14) $y = \frac{1+x}{\sqrt{x}}$;

B.15) $y = \frac{1}{1+x}$; B.16) $y = \ln(3+x)$; B.17) $y = e^{-2x}$; B.18) $y = \cos x$;

B.19) $y = 2^x$; B.20) $y = \frac{x}{x+5}$; B.21) $y = \ln(3x-5)$; B.22) $y = \frac{1}{x-7}$;

В.23) $y = xe^{3x}$; В.24) $y = \sin x$; В.25) $y = \frac{1}{x+5}$; В.26) $y = \ln(5+x^2)$;

В.27) $y = \ln x$; В.28) $y = \sqrt{x}$; В.29) $y = 10^x$; В.30) $y = e^{-7x}$.

Задание №7.

В.1) Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = x^3 + 2x - 2$ в точке с абсциссой $x_0=1$.

В.2) Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = \ln(x^2 - 4x + 4)$ в точке $x_0=1$

В.3) Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = x^3 - 3x^2 + 9x - 1$ в точке M(1;6).

В.4) Выяснить, в какой точке кривой $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 7x + 9$ касательная составляет с осью OX угол $-\frac{\pi}{4}$.

В.5) Выяснить, в какой точке кривой $y = \frac{x^2}{4} - 7x + 5$ касательная параллельна прямой $y = 2x + 5$.

В.6) Найти точку на кривой $y = -x^2 + 7x + 16$, касательная в которой параллельна прямой $y = 3x + 4$.

В.7) Найти точку на кривой $y = 5x^2 - 4x + 1$, касательная в которой перпендикулярна к прямой $x + 6y + 15 = 0$.

В.8) Найти точку на кривой $y = \frac{x^4}{4} - 7$, касательная в которой параллельна прямой $y = 8x - 4$.

В.9) Записать уравнение касательной к кривой $y = x^2 - 6x + 2$ в точке с абсциссой x=2.

В.10) Записать уравнение касательной к кривой $y = 4tg3x$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{9}$.

В.11) Найти точку на кривой $y = 3x^2 - 5x - 11$, касательная в которой параллельна прямой $x - y + 10 = 0$.

В.12) Выяснить, в какой точке кривой $y = 4x^2 - 10x + 13$ касательная параллельна прямой $y = 6x - 7$.

В.13) Найти точку на кривой $y = 5x^2 - 4x + 1$, касательная в которой перпендикулярна к прямой $x + 6y + 15 = 0$.

В.14) Выяснить, в каких точках кривой $y = \sin 2x$ касательная составляет с осью OX угол $\frac{\pi}{4}$.

В.15) Записать уравнение нормали к кривой $y = 3tg2x + 1$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{2}$.

В.16) Выяснить, в какой точке кривой $y = 7x^2 - 5x + 4$ касательная перпендикулярна к прямой 23y+x-1=0.

В.17) Найти точку на кривой $y = -3x^2 + 4x + 7$, касательная в которой перпендикулярна к прямой $x - 20y + 5 = 0$.

В.18) Записать уравнение нормали к кривой $y = 6tg5x$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{20}$.

В.19) Найти точки на кривой $y = \frac{x^3}{3} - \frac{9x^2}{2} + 20x - 7$, в которых касательные параллельны оси OX.

В.20) Записать уравнение касательной к кривой $y = 4\sin 6x$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{18}$.

В.21) Выяснить, в какой точке кривой $y = 2x^3 - 1$ касательная составляет с осью OX угол $\frac{\pi}{3}$.

В.22) Записать уравнение касательной к кривой $y = \frac{x^2}{4} - x + 5$ в точке с абсциссой x=4.

В.23) Записать уравнение касательной к кривой $y = x^2 - 7x + 3$ в точке с абсциссой x=1.

В.24) Записать уравнение нормали к линии $y = \sqrt{x + 4}$ в точке с абсциссой x=-3.

В.25) Записать уравнение нормали к кривой $y = x^2 - 16x + 7$ в точке с абсциссой x=1.

В.26) Записать уравнение нормали к кривой

$y=\frac{x^4}{4}-27x+60$ в точке с абсциссой x=2.

В.27) Записать уравнение касательной к линии $y=\sqrt{x-4}$ в точке с абсциссой x=8.

В.28) Записать уравнение нормали к кривой $y=x^3-5x^2+7x-2$ в точке (1;1).

В.29) Записать уравнение касательной к кривой $y=-\frac{x^2}{2}+7x-\frac{15}{2}$ в точке с абсциссой x=3.

В.30) Определить угловой коэффициент касательной к кривой $x^2-y^2+xy-11=0$ в точке (3;2).

Задание №8.

Найти указанные пределы, используя правило Лопиталя.

В.1) а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}$ б) $\lim\limits_{x\to1}(x-1)^{x-1}$

В.2) а) $\lim\limits_{x\to0}\frac{tgx-x}{x-\sin x}$ б) $\lim\limits_{x\to0}(1-\sin 2x)^{ctgx}$

В.3) а) $\lim\limits_{x\to1}\frac{1-x}{1-\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-4}{x+3}\right)^{3x}$

В.4) а) $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos x^2}{x^2-\sin x^2}$ б) $\lim\limits_{x\to0}x^x$

В.5) а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^5}$ б) $\lim\limits_{x\to1}x^{\frac{1}{x-1}}$

В.6) а) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\frac{\pi}{x}}{ctg\frac{\pi x}{2}}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln x)^{\frac{1}{x}}$

В.7) а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{tgx}{tg5x}$ б) $\lim\limits_{x\to0}x^{\sin x}$

В.8) а) $\lim\limits_{x\to0}\frac{x\cos x-\sin x}{x^3}$ б) $\lim\limits_{x\to0}(ctgx)^{\sin x}$

В.9) а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^{\frac{1}{x^2}}-1}{2arctgx^2-\pi}$ б) $\lim\limits_{x\to0}(ctg2x)^{\frac{1}{\ln x}}$

В.10) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{tg^2 2x}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+x^2\right)^{\frac{1}{x}}$

В.11) а) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}}\dfrac{1-2\sin x}{\cos 3x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{x}$

В.12) а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{1-x^3}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{ctg^2 x}$

В.13) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{tgx}-1}{tgx-x}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}(\sin x)^{tgx}$

В.14) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln 2x)^{\frac{1}{\ln x}}$

В.15) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\ln(1+2x)}$ б) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)^{\ln x}$

В.16) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-1}{\sin 2x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}(x-1)^{\frac{1}{\ln(2(x-1))}}$

В.17) а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^{x}}{x^5}$ б) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)^{\cos\frac{\pi x}{2}}$

В.18) а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$

В.19) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x-e^{-x}}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{tgx}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

В.20) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^3}-1-x^3}{\sin^2 2x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-2}\right)^{x^2}$

В.21) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-arctgx}{x^3}$ б) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(tgx)^{2x-\pi}$

В.22) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

В.23) а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{tg3x}{tg5x}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(e^{x}+x\right)^{\frac{1}{x}}$

В.24) а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{4x-\sin x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2}{\pi}arctgx\right)^{x}$

В.25) а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sqrt[3]{tg}-1}{2\sin^2 x-1}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}x^{\frac{1}{\ln(e^x-1)}}$

В.26) а) $\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt[3]{1+2x}+1}{\sqrt{2+x}+x}$ б) $\lim_{x\to 0}(\ln ctgx)^{tgx}$

В.27) а) $\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin 4x}{5-5e^{-3x}}$ б) $\lim_{x\to 1}\left(tg\frac{\pi x}{4}\right)^{tg\frac{\pi x}{2}}$

В.28) а) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)$ б) $\lim_{x\to\infty}x^{\frac{6}{1+2\ln x}}$

В.29) а) $\lim_{x\to 1}(1-x)tg\frac{\pi x}{2}$ б) $\lim_{x\to 0}\left(1+\sin^2 x\right)^{\frac{1}{tg^2 x}}$

В.30) а) $\lim_{x\to 0}(1-\cos x)\cdot ctgx$ б) $\lim_{x\to 0}(\ln(x+e))^{\frac{1}{x}}$

Задание №9.

Провести полное исследование указанных функций и построить их графики.

В.1) $y=\frac{x^3}{x^2-x+1}$

В.2) $y=\frac{(x-2)^2}{x+1}$

В.3) $y=x-\ln(1+x^2)$

В.4) $y=\ln(x^2+1)$

В.5) $y=\frac{x^2+6}{x^2+1}$

В.6) $y=\frac{5x}{4-x^2}$

В.7) $y=\frac{4-2x}{1-x^2}$

В.8) $y=\frac{x^3+4}{x^2}$

В.9) $y=x\ln x$

В.10) $y=\frac{2x-1}{(x-1)^2}$

В.11) $y=\frac{x^2}{4x^2-1}$

В.12) $y=x+\frac{\ln x}{x}$

В.13) $y=\frac{x+1}{(x-1)^2}$

В.16) $y=x^3e^{-x^2/2}$

В.17) $y=\frac{x}{9-x}$

В.18) $y=\frac{x^2-x-1}{x^2-2x}$

В.19) $y=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

В.20) $y=e^{\frac{1}{5+x}}$

В.21) $y=x^2-2\ln x$

В.22) $y=\frac{x^5}{x^4-1}$

В.23) $y=\frac{e^{2x}+1}{e^x}$

В.24) $y=\frac{5x^4+3}{x}$

В.25) $y=(x-1)e^{3x+1}$

В.26) $y=\frac{x^3}{x^4-1}$

В.27) $y=x^2+\frac{1}{x^2}$

В.28) $y=\frac{1}{3}\sqrt[3]{x^2}(x-5)$

В.14) $y=\frac{4x-x^2-4}{x}$	В.29) $y=-\ln\frac{1+x}{1-x}$
В.15) $y=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$	В.30) $y=\frac{x^3}{3-x^2}$

Задание №10.

В.1) Закон движения материальной точки $S=\frac{5}{3}t^3-\frac{1}{2}t^2+7$. В какой момент времени её скорость будет равна 42м/с?

В.2) По оси ОХ движутся две материальные точки, законы движения которых $x=5t^2-t+6$ и $x=4t^2+18$. С какой скоростью удаляются эти точки друг от друга в момент встречи?

В.3) Материальная точка движется по гиперболе xy=20 так, что её абсцисса равномерно возрастает со скоростью 1м/с. С какой скоростью изменяется её ордината, когда точка проходит положение (4.5)?

В.4) По оси ОХ движутся две материальные точки, законы движения которых $x=5t^2+2t+6$ и $x=4t^2+3t+18$. С какой скоростью удаляются эти точки друг от друга в момент встречи?

В.5) В какой точке кривой $y^2=16x$ ордината возрастает в четыре раза быстрее, чем абсцисса?

В.6) Закон движения материальной точки $S=3t+t^3$. Найти скорость её движения в момент времени t=2c.

В.7) Тело движется по прямой ОХ по закону $x=\frac{1}{3}t^3-\frac{7}{2}t^2+10t-16$. Определить скорость и ускорение движения тела. В какие моменты времени оно меняет направление движения?

В.8) Траектория движения тела – кубическая парабола $12y=x^3$. В каких её точках скорости возрастания абсциссы и ординаты одинаковые?

В.9) Материальная точка движется по гиперболе xy=12 так, что её абсцисса x равномерно возрастает со скоростью 1м/с. С какой скоростью изменяется ордината точки, когда она проходит положение (6.2)?

В.10) По оси ОХ движутся две материальные точки, законы движения которых $x=4t^2-7$ и $x=3t^2-4t+38$. С какой скоростью эти точки удаляются друг от друга в момент встречи?

В.11) Закон движения материальной точки $S=4\sin\left(\frac{t}{3}+\frac{\pi}{6}\right)-8$.

Найти её скорость в момент времени $t=\frac{\pi}{2}$ с.

В.12) Закон движения материальной точки $S=3t^4-t^3+4t^2+6$. Найти скорость её движения в момент времени t=2с.

В.13) Закон движения материальной точки $S=\frac{3t^2}{4}-3t+7$. В какой момент времени скорость её движения будет равна 2м/с.

В.14) Закон движения материальной точки $S=-3\cos\left(\frac{t}{4}+\frac{\pi}{12}\right)+10$.

Найти её скорость в момент времени $t=\frac{\pi}{3}$ с.

В.15) Зависимость между массой x кг, вещества, получаемого в некоторой химической реакции, и временем t выражается уравнением $x=7(1-e^{-4t})$. Определить скорость реакции в случае, когда t=0с.

В.16) По оси ОХ движутся две материальные точки, законы движения которых $x=\frac{4}{3}t^3-7t+16$ и $x=t^3+2t^2+5t-8$. В какой момент времени их скорости окажутся равными?

В.17) Закон движения материальной точки $S=\frac{5}{3}t^3-2t+7$. Найти скорость её движения в момент времени t=4с.

В.18) По оси ОХ движутся две материальные точки, законы движения которых $x=3t^2-8$ и $x=2t^2+5t+6$. С какой скоростью удаляются эти точки друг от друга в момент встречи?

В.19) В какой точке параболы $y^2=-4x$ ордината возрастает вдвое быстрее чем абсцисса?

В.20) В какой точке параболы $x^2=10y$ абсцисса возрастает в пять раз быстрее, чем ордината?

В.21) Материальная точка движется прямолинейно так, что $v^2=6x$, где v-скорость; x-пройденный путь. Определить ускорение движения точки в момент, когда скорость равна 6 м/с.

В.22) Закон движения материальной точки $S = 4\cos\left(\frac{t}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + 6$.

Найти скорость её движения в момент времени $t = \pi$ с.

В.23) В какой точке параболы $y^2 = 8x$ ордината возрастает вдвое быстрее, чем абсцисса?

В.24) Закон движения материальной точки $S = t^4 - 3t^2 + 2t - 4$. Найти скорость движения точки в момент времени t=2c.

В.25) Закон движения материальной точки $S = 2t^5 - 6t^3 - 58$. Найти скорость её движения в момент времени t=2c.

В.26) Закон движения материальной точки по прямой задан формулой $S = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 - 30t + 18$. В какой момент времени скорость точки будет равна нулю?

В.27) В какой точке параболы $x^2 = 9y$ абсцисса возрастает вдвое быстрее, чем ордината?

В.28) Закон движения материальной точки $S = 4t^3 - 2t + 11$. В какой момент времени её скорость будет равна 190 м/с?

В.29) По оси ОХ движутся две материальные точки, законы движения которых $x = 2t^3 - 2t^2 + 6t - 7$ и $x = \frac{5}{3}t^3 - t^2 + 14t + 4$. В какой момент времени их скорости будут равными?

В.30) Точка движется по прямой ОХ по закону $x = t^3 - 9t^2 + 24t$. Определить скорость и ускорение движения.

Задание №11.

С помощью дифференциала приближенно вычислить.

В.1) 1)$\sqrt[5]{31}$; 2)$(2.01)^3 + (2.01)^2$

В.2) 1)$\sqrt[4]{16.64}$; 2)$(3,03)^5$

В.3) 1)$\sqrt[3]{70}$; 2)$\sqrt{\frac{4-3,02}{1+3,02}}$

В.4) 1)$\sqrt[3]{10}$; 2)$(5,07)^3$

В.5) 1)$tg44°$; 2)$arctg1.05$

В.6) 1)$\cos 151°$; 2)$(3.02)^4 + (3.02)^3$

В.7) 1)$\lg 11$; 2)$\ln tg46°$

В.8) 1)$\lg 9.5$; 2)$4^{1.2}$

B.9) 1)$arctg\sqrt{3.2}$; 2)$\lg 1.5$

B.10) 1)$\sin 31°$; 2)$\sqrt{15}$

B.11) 1)$arctg\sqrt{3.1}$; 2)$tg 59°$

B.12) 1)$ctg 29°$; 2)$\sin 29°$

B.13) 1)$\lg 101$; 2)$\sqrt{1.2}$

B.14) 1)$\sqrt[3]{27.5}$; 2)$\sqrt{\dfrac{(2.037)^2-3}{(2.037)^2+5}}$

B.15) 1)$\sqrt{17}$; 2)$\sqrt[3]{1.02}$

B.16) 1)$\sqrt[10]{1025}$; 2)$\sqrt{640}$

B.17) 1)$arctg 0.98$; 2)$\sqrt[7]{130}$

B.18) 1)$arctg 1.03$; 2)$\lg 102$

B.19) 1)$2^{2.1}$; 2)$\sin 93°$

B.20) 1)$\cos 59°$; 2)$\sqrt{8.76}$

B.21) 1)$\sqrt[3]{26.19}$; 2)$\sqrt[5]{34}$

B.22) 1)$\dfrac{2.9}{\sqrt{(2.9)^2+16}}$; 2)$\sqrt[4]{15.8}$

B.23) 1)$\sqrt[5]{200}$; 2)$arctg 0.95$

B.24) 1)$arctg\sqrt{0.97}$; 2)$\log_2 1.9$

B.25) 1)$arctg\sqrt{1.02}$; 2)$\lg 0.9$

B.26) 1)$\sqrt[3]{200}$; 2)$\ln 1.01$

B.27) 1)$\sqrt[4]{17}$; 2)$\ln 1.02$

B.28) 1)$arctg 1.02$; 2)$\cos 58°$

B.29) 1)$tg 61°$; 2)$(4.01)^{1.5}$

B.30) 1)$arctg 1.04$; 2)$tg 62°$

Решение типового варианта аттестационной работы по теме: «Производная и её приложение».

Задание №1.

а) $$\lim_{x\to 3}\frac{3x^2-7x-6}{2x^2-7x+3}=\lim_{x\to 3}\frac{3(x-3)(x+\frac{2}{3})}{2(x-3)(x-\frac{1}{2})}=\lim_{x\to 3}\frac{3(x+\frac{2}{3})}{2(x-\frac{1}{2})}=\lim_{x\to 3}\frac{3x+2}{2x-1}=\frac{3\cdot 3+2}{2\cdot 3-1}=\frac{11}{5}.$$

б) $$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2-7x+1}{x^3+4x^2-3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{2x^2-7x+1}{x^3}}{\frac{x^3+4x^2-3}{x^3}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{2}{x}-\frac{7}{x^2}+\frac{1}{x^3}}{1+\frac{4}{x}-\frac{3}{x^3}}=\frac{0-0+0}{1+0-0}=0$$

в) $$\lim_{x\to+\infty}\frac{8x^2+4x-5}{4x^2-3x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{8x^2+4x-5}{x^2}}{\frac{4x^2-3x+2}{x^2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{8+\frac{4}{x}-\frac{5}{x^2}}{4-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}=\frac{8+0-0}{4-0+0}=2$$

г) $$\lim_{x\to+\infty}\frac{8x^3+x^2-7}{2x^2-5x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{8x^3+x^2-7}{x^3}}{\frac{2x^2-5x+3}{x^3}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{8+\frac{1}{x}-\frac{7}{x^3}}{\frac{2}{x}-\frac{5}{x^2}+\frac{3}{x^3}}=\frac{8+0-0}{0-0+0}=\infty$$

Последнее равенство понимается в предельном смысле, т.е.
$$\frac{8}{0}=\lim_{x\to+\infty}\frac{8}{\frac{2}{x}-\frac{5}{x^2}+\frac{3}{x^3}}=\infty$$

д)
$$\lim_{x\to-2}\frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}=\lim_{x\to-2}\frac{(\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6})(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})}{(x-3)(x+2)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})}=\lim_{x\to-2}\frac{2-x-(x+6)}{(x-3)(x+2)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})}=$$
$$=\lim_{x\to-2}\frac{-2x-4}{(x-3)(x+2)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})}=\lim_{x\to-2}\frac{-2(x+2)}{(x-3)(x+2)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})}=$$
$$=\lim_{x\to-2}\frac{-2}{(x-3)(\sqrt{2-x}+\sqrt{x+6})}=\frac{-2}{-5(\sqrt{4}+\sqrt{4})}=\frac{2}{4\cdot 5}=\frac{1}{10}$$

е) $$\lim_{x\to 0}\frac{tg3x-\sin 3x}{2x^2}$$

При нахождении этого предела будем использовать первый замечательный предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

$$\lim_{x\to 0}\frac{tg3x-\sin 3x}{2x^2}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin 3x}{\cos 3x}-\sin 3x}{2x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x\left(\frac{1}{\cos 3x}-1\right)}{2x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x(1-\cos 3x)}{2x^2\cdot\cos 3x}=$$

$$\lim_{x\to0}\frac{tg3x-\sin3x}{2x^2}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to0}\frac{\frac{\sin3x}{\cos3x}-\sin3x}{2x^2}=\lim_{x\to0}\frac{\sin3x\left(\frac{1}{\cos3x}-1\right)}{2x^2}=\lim_{x\to0}\frac{\sin3x(1-\cos3x)}{2x^2\cdot\cos3x}=$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin3x\cdot\cancel{2}\sin^2\frac{3x}{2}}{\cancel{2}\cdot3x\cdot\frac{3x}{2}\cdot\cos3x}\cdot\frac{9}{2}=\lim_{x\to0}\frac{\sin3x}{3x}\cdot\lim_{x\to0}\frac{\sin\frac{3x}{2}}{\frac{3x}{2}}\cdot\lim_{x\to0}\frac{1}{\cos3x}\cdot\lim_{x\to0}\sin\frac{3x}{2}\cdot\frac{9}{2}=1\cdot1\cdot1\cdot0\cdot\frac{9}{2}=0$$

ж)

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{x+3}{x-1}-1\right)^{x-4}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{x+3-x+1}{x-1}\right)^{x-4}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{x-4}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{4}}\right)^{\frac{4}{x-1}(x-4)}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x-16}{x-1}}=e^4$$

Мы воспользовались при нахождении этого предела вторым замечательным пределом, точнее его обобщением:

$$\lim_{\varphi(x)\to\infty}\left(1+\frac{1}{\varphi(x)}\right)^{\varphi(x)}=e$$

Задание №2.

Исследовать функцию на непрерывность и построить её график:

а) $f(x)=\begin{cases}-x, x\le0\\ x^2, 0<x\le2\\ x+1, x>2\end{cases}$

Эта функция определена и непрерывна на интервалах $(-\infty;0),(0;2),(2;+\infty)$, на которых она задана непрерывными элементарными функциями.

Поэтому разрыв возможен лишь в точках $x_1=0$ и $x_2=2$.

Для точки $x_1=0$ имеем: $\lim\limits_{x\to-0}f(x)=\lim\limits_{x\to-0}(-x)=0$.

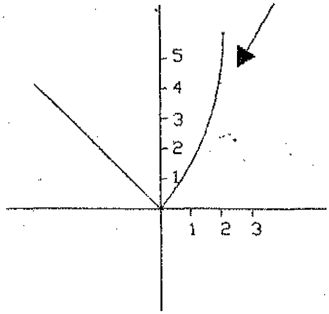
$f(0)=0;\lim\limits_{x\to+0}f(x)=\lim\limits_{x\to+0}x^2=0$

Следовательно, в точке $x_1=0$ функция непрерывна.

Для точки $x_2=2$ находим:

$$\lim_{x\to 2-0} f(x) = \lim_{x\to 2-0} x^2 = 4; \lim_{x\to 2+0} f(x) = \lim_{x\to 2+0}(x+1) = 3; f(2) = 4$$

Следовательно, функция $f(x)$ в точке $x_2=2$ имеет разрыв первого рода. Схематично график этой функции имеет вид:



б) $f(x) = 2^{\frac{1}{x-5}}; x_1 = 4, x_2 = 5$

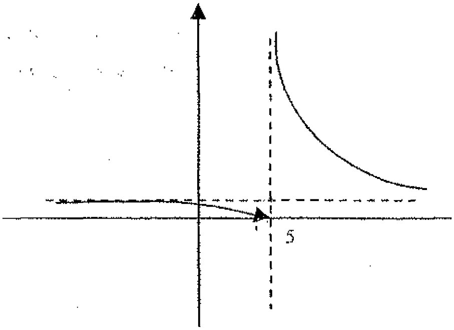
Для точки $x_1=4$ имеем $\lim_{x\to 4-0} f(x) = \lim_{x\to 4-0} 2^{\frac{1}{x-5}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x\to 4+0} f(x) = \lim_{x\to 4+0} 2^{\frac{1}{x-5}} = \frac{1}{2}; f(4) = \frac{1}{2}$.

и в точке $x_1=4$ функция непрерывна.

Для точки $x_2=5$ имеем: $\lim_{x\to 5-0} f(x) = \lim_{x\to 5-0} 2^{\frac{1}{x-5}} = 0$, т.к $\lim_{x\to 5-0} \frac{1}{x-5} = -\infty$.

$\lim_{x\to 5+0} f(x) = \lim_{x\to 5+0} 2^{\frac{1}{x-5}} = +\infty$. В точке $x_2=5$ $f(x)$ не определена. Точка $x_2=5$-точка разрыва второго рода. Схематично график функции выглядит так:



Задание №3.

Продифференцировать данные функции.

1) $y=\sqrt[5]{7x^2-3x+5}-\dfrac{5}{(x-1)^3}$

$$y=(7x^2-3x+5)^{\frac{1}{5}}-5(x-1)^{-3}$$

$$y'=\frac{1}{5}(7x^2-3x+5)^{-\frac{4}{5}}(14x-3)+15(x-1)^{-4}=\frac{14x-3}{5\sqrt[5]{(7x^2-3x+5)^4}}+\frac{15}{(x-1)^4}$$

2) $y=\sin^3 2x\cdot\cos 8x^5$.

$$y'=(\sin^3 2x)'\cos 8x^5+\sin^3 2x(\cos 8x^5)'=3\sin^2 2x\cdot\cos 2x\cdot 2\cdot\cos 8x^5-\sin^3 2x\cdot$$
$$\cdot\sin 8x^5\cdot 40x^4=6\sin^2 2x\cdot\cos 2x\cdot\cos 8x^5-40x^4\cdot\sin^3 2x\cdot\sin 8x^5.$$

3) $y=\lg(x+2)\cdot\arcsin^2 3x$

$$y'=(\lg(x+2))'\cdot\arcsin^2 3x+\lg(x+2)(\arcsin^2 3x)'=$$
$$=\frac{1}{(x+2)\ln 10}\arcsin^2 3x+\lg(x+2)\cdot 2\arcsin 3x\cdot\frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}\cdot 3$$

4) $y=2^{-x^3}\cdot arctg 7x^4$

$$y'=(2^{-x^3})'arctg 7x^4+2^{-x^3}(arctg 7x^4)'=2^{-x^3}\ln 2(-3x^2)arctg 7x^4+2^{-x^3}\frac{1}{1+49x^8}\cdot 28x^3$$

5) $y=\dfrac{e^{-tg 3x}}{4x^2-3x+5}$

Используем формулу $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-v'u}{v^2};(v\neq 0)$

$$y'=\frac{e^{-tg3x}\left(-\dfrac{1}{\cos^2 3x}\right)\cdot 3\cdot\left(4x^2-3x+5\right)-e^{-tg3x}(8x-3)}{(4x^2-3x+5)^2}=\frac{e^{-tg3x}\left(-\dfrac{3(4x^2-3x+5)}{\left(\cos^2 3x\right)^2}-8x+3\right)}{(4x^2-3x+5)^2}$$

6) $y=\dfrac{\log_2(3x+7)}{tg3x}$

$$y'=\frac{\dfrac{1}{(3x+7)\ln 2}\cdot 3\cdot tg3x-\log_2(3x+7)\cdot\dfrac{3}{\cos^2 3x}}{tg^2 3x}$$

7) $y=\sqrt[8]{\dfrac{x-2}{x+2}}\cdot\sin(4x^2-7x+2)$

$$y' = \frac{1}{8}\left(\frac{x-2}{x+2}\right)^{-\frac{7}{8}} \frac{x+2-(x-2)}{(x+2)^2} \cdot \sin(4x^2-7x+2) + \sqrt[8]{\frac{x-2}{x+2}} \cdot \cos(4x^2-7x+2)\cdot(8x-7) =$$

$$= \frac{1}{8}\left(\frac{x-2}{x+2}\right)^{-\frac{7}{8}} \frac{4}{(x+2)^2} \cdot \sin(4x^2-7x+2) + \sqrt[8]{\frac{x-2}{x+2}} \cdot \cos(4x^2-7x+2)(8x-7) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{x-2}{x+2}\right)^{-\frac{7}{8}} \frac{\sin(4x^2-7x+2)}{(x+2)^2} + \sqrt[8]{\frac{x-2}{x+2}} \cdot \cos(4x^2-7x+2)(8x-7).$$

8) $y = (\ln(x+3))^{\sin\sqrt{x}}$

Логарифмируя, получим:

$\ln y = \sin\sqrt{x} \cdot \ln(\ln(x+3))$

Дифференцируем обе части равенства по x:

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \cos\sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln(\ln(x+3)) + \sin\sqrt{x} \cdot \frac{1}{(x+3)\ln(x+3)}$$

$$y' = (\ln(x+3))^{\sin\sqrt{x}}\left(\frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}\ln(\ln(x+3)) + \frac{\sin\sqrt{x}}{(x+3)\ln(x+3)}\right)$$

9) $y = \dfrac{\sqrt[5]{(x+4)^3}}{(x-1)^2 \cdot (x+3)^5}$

$$\ln y = \frac{3}{5}\ln(x+4) - 2\ln(x-1) - 5\ln(x+3)$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \frac{3}{5(x+4)} - \frac{2}{x-1} - \frac{5}{x+3}$$

$$y' = \frac{\sqrt[5]{(x+4)^3}}{(x-1)^2(x+3)^5}\left(\frac{3}{5(x+4)} - \frac{2}{x-1} - \frac{5}{x+3}\right)$$

Задание №4.

а) $e^y = 4x - 7y$. Найдем y' и y''. Данная функция $y = y(x)$ задана неявно – в виде уравнения, не разрешенным относительно функции у. Дифференцируем данное уравнение по х, считая что у является функцией х:

$$e^y \cdot y' = 4 - 7y' \Rightarrow y' = \frac{4}{e^y + 7};\ y'' = (y')' = -\frac{4 \cdot e^y \cdot y'}{(e^y+7)^2}$$

$$y'' = -\frac{4e^y}{(e^y+7)^2} \cdot \frac{4}{e^y+7} = -\frac{16e^y}{(e^y+7)^3}$$

б) $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$ функция задана параметрически.

Согласно формуле $y'_x = \dfrac{y'_t}{x'_t}$. Находим

$$x'_t = e^t \cos t - e^t \sin t = e^t(\cos t - \sin t)$$

$$y'_t = e^t \sin t + e^t \cos t = e^t(\sin t + \cos t)$$

$$y'_x = \frac{\sin t + \cos t}{\cos t - \sin t}$$

$$y''_{xx} = (y'_x)'_x = \frac{(y'_x)'_t}{x'_t}$$

$$y''_{xx} = \frac{(\cos t - \sin t)(\cos t - \sin t) - (\sin t + \cos t)(-\sin t - \cos t)}{(\cos t - \sin t)^2} \cdot \frac{1}{e^t(\cos t - \sin t)} =$$

$$= \frac{\cos^2 t - 2\cos t \cdot \sin t + \sin^2 t + \sin^2 t + 2\sin t \cdot \cos t + \cos^2 t}{e^t(\cos t - \sin t)^3} = \frac{2}{e^t(\cos t - \sin t)^3}$$

Задание №5.

$y = x + arctgx, x_0 = 1, y'''(x_0) - ?$

$$y' = 1 + \frac{1}{1+x^2};\ y'' = -\frac{1}{(1+x^2)^2} \cdot 2x;\ y''' = \left(-\frac{2x}{(1+x^2)^2}\right)' = -\frac{2(1+x^2)^2 - 2x \cdot 2(1+x^2) \cdot 2x}{(1+x^2)^4} =$$

$$= -\frac{2(1+x^2) - 8x^2}{(1+x^2)^3} = -\frac{2+2x^2-8x^2}{(1+x^2)^3} = -\frac{2-6x^2}{(1+x^2)^3}.$$

$$y'''(1) = -\frac{2-6}{2^3} = -\frac{-4}{8} = \frac{1}{2}$$

Задание №6.

$$y = e^{4x}, y^{(n)} - ?$$

$$y' = 4e^{4x}, y'' = (4^2)e^{4x}, y''' = 4^3 e^{4x}$$

$$y^{(n)} = 4^n e^{4x}$$

Задание №7.

Записать уравнение касательной и нормали к кривой в указанной точке.

$y = x^3 - 2x^2 + 4x - 7$ M(2;1)

Уравнение касательной к кривой $y = f(x)$ в точке M(x_0;y_0) имеет вид:

$$y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0)$$

Найдем $y' = 3x^2 - 4x + 4.$ $x_0 = 2, y_0 = 1; y'(2) = 12 - 8 + 4 = 8$

Уравнение касательной: $y - 1 = 8(x-2) \Rightarrow y = 8x - 15,$

$8x-y-15=0; k_k=8; k_H=-\frac{1}{8}$

Уравнение нормали: $y-1=-\frac{1}{8}(x-2)$, или $x+8y-10=0$

Задание №8.

Найти пределы, используя правило Лопиталя.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx-x}{2\sin x+x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{(tgx-x)'}{(2\sin x+x)'}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{1}{\cos^2 x}-1}{2\cos x+1}=\frac{0}{3}=0$

б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\right)^{tgx}$, $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}=\infty$, $\lim\limits_{x\to 0}tgx=0$

Имеем неопределенность ∞^0. Принимая во внимание тождество:

$$\left(f(x)\right)^{\varphi(x)}=e^{\varphi(x)\ln f(x)}$$

$$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\right)^{tgx}=\lim\limits_{x\to 0}e^{tg\ln\frac{1}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0}tgx\ln\frac{1}{x}}$$

Найдем

$$\lim\limits_{x\to 0}tgx\ln\frac{1}{x}=(0\cdot\infty)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\frac{1}{x}}{\frac{1}{tgx}}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\frac{1}{x}}{ctgx}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{-\frac{1}{\sin^2 x}}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x}=$$

$$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\sin x=1\cdot 0=0$$

Таким образом,

$$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\right)^{tgx}=e^0=1$$

Задание №9.

Провести полное исследование функции и построить её график:

$$y=\frac{x^2-3x+2}{x+1}$$

$D(y)=(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2-3x+2}{x+1}=-\infty\quad \lim\limits_{x\to-1-0}\frac{x^2-3x+2}{x+1}=-\infty$$

$$\lim\limits_{x\to-1+0}\frac{x^2-3x+2}{x+1}=+\infty\quad \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2-3x+2}{x+1}=+\infty$$

Находим

$$y' = \frac{(2x-3)(x+1)-(x^2-3x+2)\cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+2x-3x-3-x^2+3x-2}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-5}{(x+1)^2}$$

Находим критические точки, где $y' = 0 \Rightarrow x^2+2x-5=0$

$x_1 = -1+\sqrt{6}; x_2 = -1-\sqrt{6}$

определим знаки y' на интервалах

$(-\infty;-1-\sqrt{6}), (-1;-\sqrt{6};-1), (-1;-1+\sqrt{6}), (-1+\sqrt{6};+\infty)$

$y'(-5) > 0, y'(-2) < 0, y'(0) < 0, y'(3) > 0$

В точке $x=-1-\sqrt{6}$ производная y' меняет знак с + на -. Следовательно, $x=-1-\sqrt{6}$ - точка max. И $f(-1-\sqrt{6}) = \dfrac{5\sqrt{6}+12}{-\sqrt{6}} \approx -10$

В точке $x=-1+\sqrt{6}$ производная y' меняет знак с - на +. Следовательно, $x=-1+\sqrt{6}$ - точка min. И $f(-1+\sqrt{6}) = \dfrac{12-5\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \approx -0{,}1$

Функция $f(x)$ возрастает на промежутках

$(-\infty;-1-\sqrt{6}], [-1+\sqrt{6};+\infty)$ и убывает на промежутках

$[-1-\sqrt{6};-1), (-1;-1+\sqrt{6}]$.

Определим интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции.

$$y'' = \frac{(2x+2)(x+1)^2-(x^2+2x-5)2(x+1)}{(x+1)^4} = \frac{(2x+2)(x+1)-2(x^2+2x-5)}{(x+1)^3} =$$

$$= \frac{2x^2+2x+2x+2-2x^2-4x+10}{(x+1)^3} = \frac{12}{(x+1)^3}$$

Определим знаки y'' на интервалах $(-\infty;-1), (-1;+\infty)$.

$y'' < 0$ в интервале $(-\infty;-1)$, следовательно, в этом интервале график функции выпуклый. В интервале $(-1;+\infty), y'' > 0$, следовательно, график функции вогнутый.

Точек перегиба нет.

Определим точки пересечение графика функции с координатными осями: y=0

$\dfrac{x^2-3x+2}{x+1} = 0 \quad x_1 = 1, x_2 = 2$; (1;0), (2;0) – точки пересечения графика с осью OX.

Если x=0, y=2, т.е. (0;2) - точка пересечения графика с осью OY. Выясним существование асимптот.

Так как $\lim\limits_{x\to -1-0}\dfrac{x^2-3x+2}{x+1}=-\infty$ и $\lim\limits_{x\to -1+0}\dfrac{x^2-3x+2}{x+1}=+\infty$,

то x=-1 является вертикальной асимптотой. Найдем наклонные асимптоты.

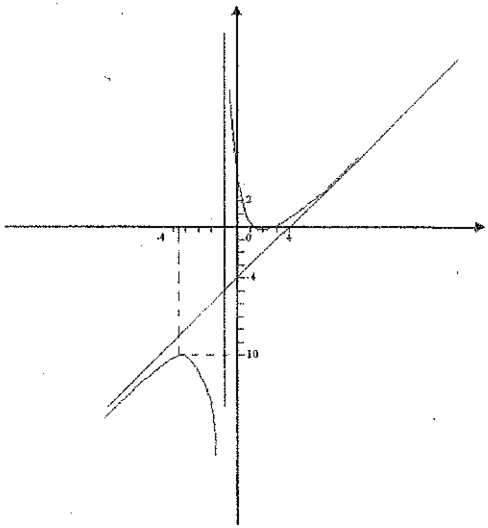
$$k=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-3x+2}{x^2+x}=1$$

$$b=\lim_{x\to\pm\infty}(f(x)-kx)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x^2-3x+2}{x^2+1}-x\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-3x+2-x^2-x}{x+1}=$$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-4x+2}{x+1}=-4$$

Таким образом, y=x-4 наклонная асимптота.

Схематично график функции выглядит следующим образом.



Задание №10.

По оси OX движутся две материальные точки, законы движения которых

$x_1=\dfrac{4}{3}t^3-7t+16$ и $x_2=t^3+2t^2+5t-8$. В какой момент времени их скорости окажутся равными?

Находим скорости обеих точек:

$x_1' = 4t^2 - 7$, $x_2' = 3t^2 + 4t + 5$, $x_1' = x_2'$, $4t^2 - 7 = 3t^2 + 4t + 5$

$t^2 - 4t - 12 = 0$

$t_1 = 6; t_2 = -2$

$t_2 = -2$ не подходит, следовательно t=6c

Задание №11.

С помощью дифференциала приближенно вычислим:

$\sqrt[3]{65}, \cos 61^\circ$

1) Справедлива формула:

$$f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x \Rightarrow \sqrt[3]{x+\Delta x} \approx \sqrt[3]{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \cdot \Delta x$$

$$\sqrt[3]{65} \approx \sqrt[3]{64} + \frac{1}{3\sqrt[3]{64^2}} \cdot 1 = 4 + \frac{1}{3 \cdot 16} = 4 + \frac{1}{48} \approx 4.021$$

2) $\cos 61^\circ$

$y = \cos x \quad \cos(x+\Delta x) \approx \cos x + (-\sin x)\Delta x$

$x = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \quad \Delta x = 1^\circ = \frac{\pi}{180}$

$$\cos 61^\circ \approx \cos 60^\circ - \sin 60^\circ \frac{\pi}{180} = 0.5 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi}{180} \approx 0.485$$

Содержание

Учебно-методическая литература по дисциплине «Высшая математика»

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Наука, 1985 г., т.1.

2. Жевняк Р.М., Карпук А.А. Высшая математика, ч. 1-2, Минск, ВШ, 1984-1988 г.

3. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. М., Наука, 1985 г.

4. Сборник задач для вузов (под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича). М., Наука, 1981 г., ч.1.

5. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике (под ред. А.П. Рябушко), Минск, ВШ, 2000 г., ч.1.

6. Гусак А.А. Высшая математика, т.1. Минск, ВШ, 1988.

7. Гусак А.А. Пособоие к решению задач по высшей математике. Минск, ВШ, 1988.

Учебное издание

Составители: Пархимович Игорь Владимирович
Гоголинская Рената Альфонсовна
Остапчук Евгений Михайлович

Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в анализ.

Методические указания и задания аттестационных работ
по курсу **«Высшая математика»**
для студентов строительного факультета.

Ответственный за выпуск: Пархимович И.В.
Редактор: Строкач Т.В.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 25.05.2007 г. Формат 60*84 $^{1}/_{16}$. Бумага писчая. Усл. п. л. 4,19. Уч. изд. л. 4,5. Тираж 150 экз. Заказ №733. Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный технический университет ». 224017, Брест, ул. Московская, 267.