симума. – М., 1967. – 180 с. 3. Справочник проектировщика расчетно-теоретический. Кн. 2. М.–Л., 1973. – 194 с. 4. Хамутовский А.С. Об оптимальном проектировании стоек ступенчато-переменного сечения. – В сб.: Вопр. стр–ва и архитектуры. Минск, 1977, вып. 7, с. 147–153.

УДК 624.014.072.2

Н.Н. МУРАШКО, канд.техн.наук
(БИСИ)

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УЗЛОВ С ПРОДОЛЬНЫМИ РЕБРАМИ В ТРУБЧАТЫХ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Основываясь на разработанной авторами методике решения контактной задачи для продольного ребра [1,2], рассмотрим более общий случай нагружения оболочки трубы через нерадиально поставленные продольные ребра (рис. 1). По-прежнему исходим из технической моментной теории упругих тонких цилиндрических оболочек [3] в предположении их шарнирного опирания по торцам . Жесткость ребер полагаем неограниченной в своей плоскости и пренебрежимо малой из плоскости, игнорируя тем самым их толщину и считая, что силовое поле целиком совпадает с плоскостью ребра.

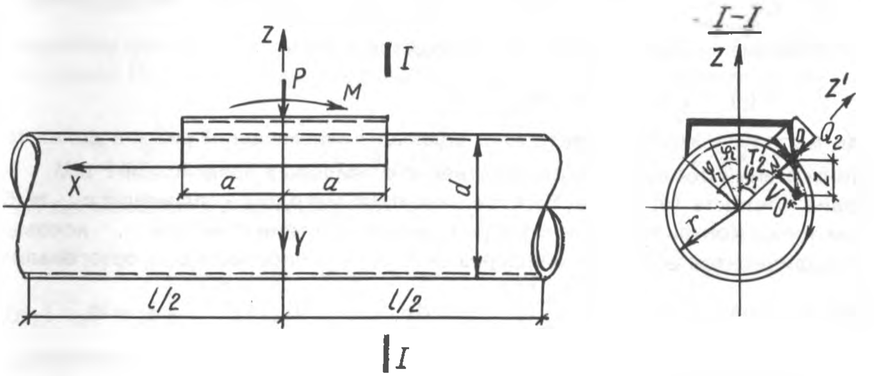

Рис. 1. Общий случай нагружения оболочки трубы через продольные ребра.

На оболочку через парные параллельные продольные ребра длиной 2a, расставленные на $2r\varphi_1$ по дуге окружности цилиндра радиуса r, действует нагрузка, результирующий вектор и момент которой определяются из выражений

$$P = 4r \sum_{к=0,1,2,\ldots} A_к \int_0^{\xi_0} q_к(\xi)\,d\xi; \quad M = 4r^2 \sum_{к=0,1,2\ldots} A_к \int_0^{\xi_0} q_к(\xi)\,\xi\,d\xi, \qquad (1)$$

где $A_к$ – коэффициенты контактной нагрузки, или коэффициенты ряда функций $q_к(\xi) = q_к^c(\xi) + \zeta_к q_к^к(\xi)$, аппроксимирующего контактную нагрузку ребра; $q^c_к$ и $q^к_к$ — соответственно базисная четная или нечетная функция относительно середины ребра; $\xi = x/r$ — относительная продольная координата. Коэффициенты контактной нагрузки $A_к$ и $\xi_к$ определяются из условия совместности перемещений продольного ребра и поверхности оболочки в месте их контакта с учетом взаимного влияния соседних ребер. Согласно рис. 1, перемещение ребра в произвольной точке запишется в следующем виде: $Z(\xi) = W(\xi)\cos\varphi_1 + V(\xi)\sin\varphi_1 = [W_Q(\xi,0) + W_Q(\xi,2\varphi_1) + W_T(\xi,0) + W_T(\xi,2\varphi_1)]\cos\varphi_1 + [V_Q(\xi,0) + V_Q(\xi,2\varphi_1) + V_T(\xi,0) + V_T(\xi,2\varphi_1)]\sin\varphi_1$, (2)

где W_Q, V_Q, W_T, V_T — соответственно радиальные и тангенциальные перемещения точек контакта поверхности оболочки с рассматриваемым ребром ($\varphi=0$) или с соседним ребром ($\varphi=2\varphi_1$) от радиальной $Q_2(\xi)$ и тангенциальной $T_2(\xi)$ компонент контактной нагрузки. Разложив в ряд по базисным функциям решения оболочки функции контактной нагрузки $q_к$, можно записать выражения для поперечного и тангенциального усилий:

$$Q_2(\xi) = \cos\varphi_1 \sum_{к=0,1,} \sum_{n=1,2} A_к a_{кn} f_n(\xi)\,;\quad T_2(\xi) = Q_2(\xi)\,\mathrm{tg}\,\varphi_1\,, \tag{3}$$

где коэффициенты

$$a_{кn} = \frac{4}{l}\int_0^{\xi_0} q_к(\xi)\, f_n(\xi)\, d\xi\,;\quad f_n(\xi) = \frac{1-(-1)^n}{2}\cos\lambda_n\xi + \frac{1+(-1)^n}{2}\sin\lambda_n\xi\,.$$

Условие контакта для ребра запишется в виде

$$F(\xi) = Z(\xi) - \theta_1 h - \theta_2 \frac{h}{a} r\,\xi = 0, \tag{4}$$

где θ_1 и θ_2 — коэффициенты, учитывающие перемещение ребра в долях толщины стенки оболочки h соответственно от силовых воздействий P и M. Условие контакта (4) может быть решено либо методом коллокаций с выбором точки контакта на длине ребра ξ_i в соответствии с числом искомых коэффициентов контактной нагрузки $A_к$ и $\xi_к$, либо методом ортогонализации Бубнова—Галеркина $\int_0^{\xi_0} F(\xi)\, q^c_i(\xi)\, d\xi = 0$; $\int_0^{\xi_0} F(\xi)\, q^к_i(\xi)\, d\xi = 0$; $i = 0, 1, 2, \ldots, к$. В любом случае приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно искомых коэффициентов контактной нагрузки. Входящие в выражение (2) радиальное и тангенциальное перемещения от радиальной нагрузки $Q(\xi)$ запишутся следующими выражениями [1]:

$$\left.\begin{matrix} W_Q(\xi,\varphi_1) \\ V_Q(\xi,\varphi_1) \end{matrix}\right| = \cos\varphi_1 \sum_{j=1;2} \sum_{к=0,1,} \sum_{n=1,2} A_к a_{кn} \beta_n f_n(\xi) \left|\begin{matrix} F_{jn}(\varphi_1) \\ F^*_{jn}(\varphi_1) \end{matrix}\right.; \tag{5}$$

$$F_{jn}(\varphi_1) = C_{jn} A_{jn}(\varphi_1) + D_{jn} B_{jn}(\varphi_1)\,;$$

$F^*_{jn}(\varphi_1) = C_{jn}(\eta_{jn} A_{jn}(\varphi_1) + \gamma_{jn} B_{jn}(\varphi_1)) + D_{jn}(\eta_{jn} B_{jn}(\varphi_1) - \gamma_{jn} A_{jn}(\varphi_1))$; η_{jn}, γ_{jn} — коэффициенты связи, определяемые из условия совместности перемещений

$$\nabla^4 V + (2+\mu)\frac{\partial^3 W}{\partial\xi^2\partial\varphi} + \frac{\partial^3 W}{\partial\varphi^3} = 0;\ A_{jn}(\varphi_1) = e^{-a_{jn}\varphi_1}\cos b_{jn}\varphi_1;$$

$$B_{jn}(\varphi_1) = e^{-a_{jn}\varphi_1}\sin b_{jn}\varphi_1;$$

коэффициенты a_{jn}, b_{jn} находятся из решения однородного уравнения равновесия пологой оболочки

$$\nabla^8 W + 12(1-\mu^2)\left(\frac{r}{h}\right)^2\frac{\partial^4 W}{\partial\xi^4} = 0. \qquad (6)$$

Удерживаемые в решении четыре константы интегрирования при затухающих функциях C_{jn}, D_{jn} определяются из условия неразрывности оболочки при $\varphi = 0$, которые являются следствием симметричной деформации оболочки при радиальной нагрузке:

$$V_n = 0;\quad \frac{\partial W_n}{\partial\varphi} = 0;\ \frac{\partial U_n}{\partial\varphi} = 0. \qquad (7)$$

Присоединяя к ним условие нормирования компонентов радиального перемещения ($W_n(0)=1$), получим 4 условия для определения констант C_{jn}, D_{jn}. Наконец, принимая во внимание равенство внешней нагрузки поперечным силам в двух сечениях при $\varphi = 0$: $\cos\varphi_1\sum_{\kappa=0,1} A_\kappa a_{\kappa n} - 2Q_{2n} = -\frac{2D}{r^3}\frac{\partial^3 W}{\partial\varphi^3}$ определяем функцию влияния n-й единичной компоненты контактной нагрузки ($Q_n = 1$) на амплитудное значение радиального перемещения

$$\beta_n = \frac{1}{2Q_{2n}} = \frac{r^3}{2D\sum_{j=1;2}\left[C_{jn}a_{jn}(a_{jn}^2 - 3b_{jn}^2) + D_{jn}b_{jn}(b_{jn}^2 - 3a_{jn}^2)\right]}. \qquad (8)$$

Из тех же соображений определяются

$$\left.\begin{matrix} W_T(\xi,\varphi_1) \\ V_T(\xi,\varphi_1)\end{matrix}\right| = \sin\varphi_1\sum_{j=1;2}\ \sum_{\kappa=0,1}\ \sum_{n=1,2} A_\kappa a_{\kappa n}\overset{*}{\beta}_n f_n(\xi)\left|\begin{matrix}\bar F_{jn}(\varphi_1) \\ \bar F^*_{jn}(\varphi_1)\end{matrix}\right., \qquad (5^*)$$

где выражения $\bar F_{jn}(\varphi_1)$ и $\bar F^*_{jn}(\varphi_1)$ совпадают соответственно с $F_{jn}(\varphi_1)$ и $F^*_{jn}(\varphi_1)$, но вместо значений констант C_{jn} и D_{jn} принимаются другие значения C^*_{jn} и D^*_{jn}, получаемые из новых условий неразрывности оболочки (φ_1 = =0) при кососимметричной деформации оболочки от нагрузки $T(\xi)$:

$$U^*_n = 0;\ W^*_n = 0;\ \frac{\partial^2 W^*_n}{\partial\varphi^2} = 0. \qquad (7^*)$$

Присоединяя к ним условие нормировки компонентов тангенциального перемещения ($V^*_n(0) = 1$), получаем опять систему из 4 алгебраических уравнений для определения C^*_{jn}, D^*_{jn}, после чего, учитывая, что при $\varphi_1 = 0$, имеет место равенство усилий, т.е.

$$\sin\varphi_1 \sum_{\kappa=0,1} A_\kappa a_{\kappa n} = 2T_{2n} = \frac{2Eh}{(1-\mu^2)} \cdot \left(\frac{\partial V^*}{\partial \varphi} + W^*\right),$$ находим

$$\beta_n^* = \frac{r(1-\mu^2)}{2Eh\sum_{j=1;2} [C_{jn}^* (b_{jn}\gamma_{jn} - a_{jn}\eta_{jn}) + D_{jn}^* (b_{jn}\eta_{jn} + a_{jn}\gamma_{jn})]}. \qquad (8^*)$$

Учитывая, что в силу условий неразрывности (7) и (7^*) $W_T(\xi,0) = V_Q(\xi,0) = 0$, а также малое влияние компонентов $W_T(\xi, 2\varphi_1)$ и $V_Q(\xi, 2\varphi_1)$ на решение задачи, можно записать для $Z(\xi)$ выражение: $Z(\xi) = [W_Q(\xi,0) + W_Q(\xi, 2\varphi_1)]\cos\varphi_1 + [V_T(\xi,0) + V_T(\xi, 2\varphi_1)]\sin\varphi_1 = \sum_{j=1;2} \sum_{\kappa=0,1} \sum_{n=1,2} A_\kappa a_{\kappa n} f_n [\beta_n (1+$

$$+F_{jn}(2\varphi_1))\cos^2\varphi_1 + \beta_n^*(1+\bar{F}_{jn}^*(2\varphi_1))\sin^2\varphi_1]. \qquad (9)$$

С использованием полученных формул был проведен расчет длинной цилиндрической стальной оболочки трубы ⌀ 219 х 5 мм и длиной l=3,0 м на действие продольного момента М, приложенного к парным ребрам. При этом варьировалась длина ребер (a/r=1,1 и 3,3) и их взаимное расположение (φ_1=0; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$). В качестве функций контактных нагрузок приняты [4] $q_o^k = \frac{r}{a}\xi$; $q_k^k = \sin k\pi\frac{r}{a}\xi$ для k= 1—4. При ζ_κ=1 для четных n=2—100 получены значения коэффициентов разложения функции внешней нагрузки

$$a_{on} = \frac{4}{\pi n}\left(\frac{\sin\alpha_n}{\alpha_n} - \cos\alpha_n\right); \quad a_{\kappa n} = (-1)^\kappa \frac{4}{\pi n} \frac{k\pi/\alpha_n}{1-(\kappa\pi/\alpha_n)^2} \sin\alpha_n;$$

$$\alpha_n = \frac{\pi n a}{l}. \qquad (10)$$

Контактная задача решалась методом коллокаций, для чего на половине длины ребра а принималось 5 точек контакта, располагаемых с равным интервалом. После определения A_κ был вычислен по формуле (1) внешний продольный момент М. Внутренние силовые факторы вычислялись по формулам технической моментной теории цилиндрических оболочек [3]. При этом принималось, что $W = W_Q + W_T$; $V = V_Q + V_T$; $M_i = M_i^Q + M_i^T$; $T_i = T_i^Q + T_i^T$. В качествеиллюстрации для a/r= 1,1; a/r=3,3 и при угле обхвата $\varphi_1 = \pi/2$ на рис. 2 приведены эпюры контактных нагрузок и перемещений, а на рис. 3 изгибающих моментов M_i и цепных усилий T_i в кольцевом сечении I—I трубы под концами продольных ребер, располагаемых по касательной к поверхности оболочки.

Как видно из рис. 2, 3, с увеличением длины и углов обхвата трубы продольными ребрами несущая способность значительно возрастает. Напряженное состояние оболочки определяется нормальными напряжениями кольцевого направления, которые превосходят продольные в 1,5—2 раза. При φ_1=

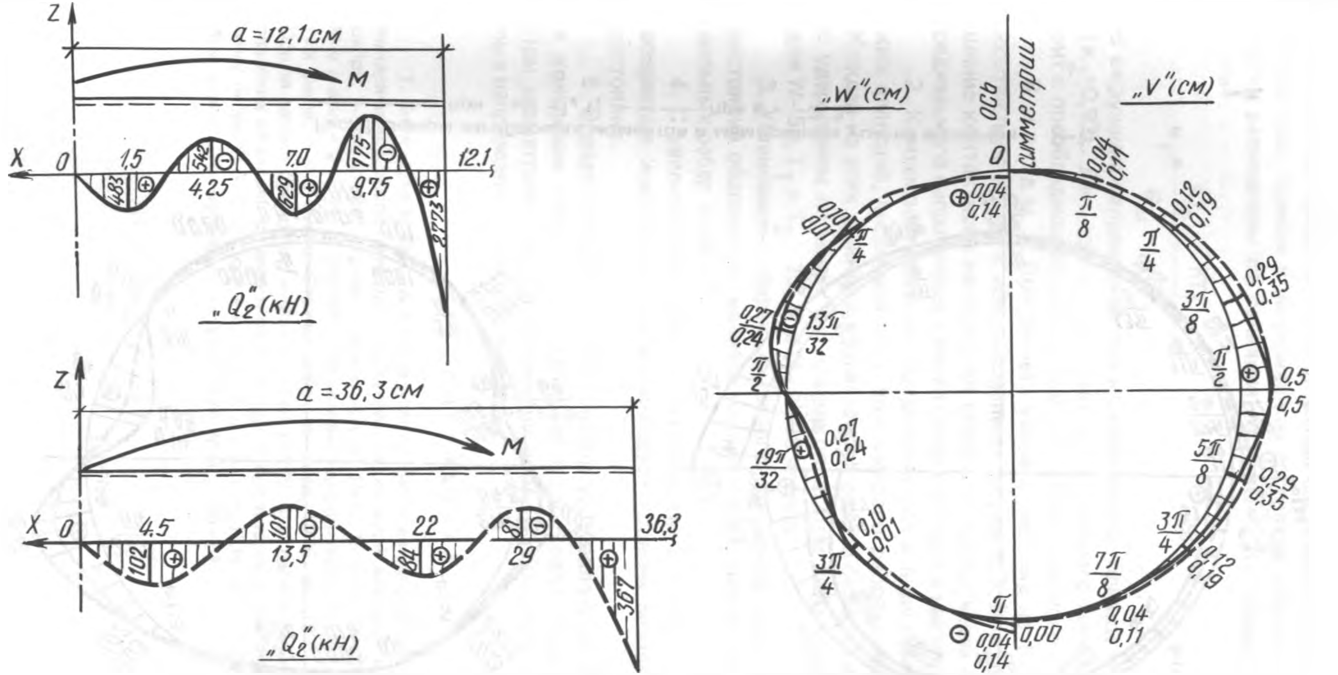

Рис. 2. Эпюры контактных нагрузок и перемещений в сечении I—I :

——— при a/r — 1,1; – – – – – при a/r — 3,3.

9 Зак. 6257

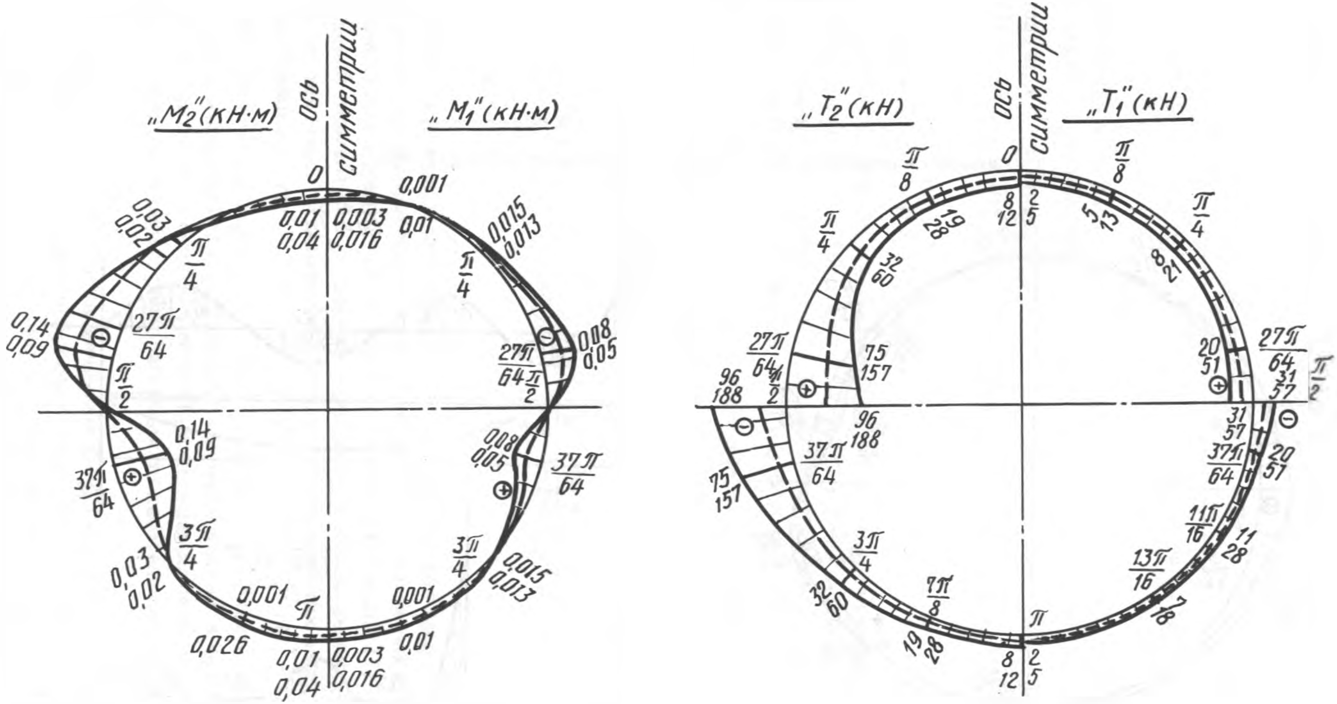

Рис. 3. Эпюры изгибающих моментов и мембранных усилий в сечении 1–1:
——— при a/r –1, 1; – – – – при a/r –3, 3.

$= \pi/2$ цепные продольные напряжения составляют 25—30% соответствующих кольцевых, причем в напряженном состоянии оболочки мембранные напряжения равноценны по величине изгибным, что характеризуется их отношением

$$\kappa_i = \frac{\sigma_{io}}{\sigma_{iu}} = \frac{hT_i}{6M_i}. \qquad (11)$$

В окружном направлении эти коэффициенты близки к единице ($\kappa_2 = 0{,}72$) и ($\kappa_2 = 0{,}93$). Для других значений φ_i, κ_i намного меньше единицы, что говорит о преобладающей роли моментного напряженного состояния.

Выводы. 1. При расчете узлов с ребрами необходимо рассматривать контактную задачу с использованием теории В.З. Власова. Аналитическое решение контактного нагружения оболочки трубы через продольные ребра нерадиального направления рассмотрено впервые в настоящей работе.

2. Контактная нагрузка представляется в виде суммы тригонометрических функций, число которых для каждого ребра должно быть не менее 5. Каждая из этих функций разлагается в ряд по базисным решениям оболочки с удержанием не менее 100 членов ряда. При этом установлена сходимость: для W—50, T_1 и T_2 —25, M_1, M_2 —100 членов.

3. Установлены эффект быстрого затухания моментного напряженного состояния оболочки и наличие концентрации напряжений под концами продольных ребер ($\kappa = 4—6$).

4. С увеличением длины и углов обхвата трубы продольными ребрами возрастает жесткость узла и снижается уровень моментного напряженного состояния.

5. Определяющими напряжениями узла являются изгибные напряжения в кольцевом направлении, которые превосходят продольные в 1,5—2 раза. При диаметральном расположении продольных ребер мембранные и изгибные напряжения близки по величине.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соболев Ю.В., Алешин Н.Н. Напряженно-деформированное состояние цилиндрической оболочки при приложении радиальной внешней нагрузки к продольному ребру. — Изв.вузов. Стр—во и архитектура, 1973, № 7, с. 39—45. 2. Соболев Ю.В., Мурашко Н.Н. К расчету напряженно-деформированного состояния узлов трубчатых ферм. — Изв.вузов. Стр—во и архитектура, 1975, № 11, с- 2—9. 3. Власов В.З. Общая теория оболочек. — М.—Л., 1949, с. 849. 4. К расчету упругих замкнутых цилиндрических оболочек с нагрузкой в середине пролета, приложенной к продольно-радиальному ребру/Ю.В. Соболев, Н.Н. Алешин, Н.Н. Мурашко, Р.А. Попова. — Изв. вузов. Стр—во и архитектура, 1974, № 6, с. 55—61.