

В ы в о д ы. 1. Прочность, жесткость и трещиностойкость блок-комнат из аглопоритобетона на напрягающем цементе удовлетворяют требованиям ГОСТ 8829-66 и технической документации.

2. Проблема трещиностойкости и атмосфероустойчивости в объемно-блочном домостроении в значительной степени может быть решена применением в этих конструкциях напрягающего цемента.

3. Прочность аглопоритобетона на напрягающем цементе достаточно надежно может быть определена комплексными неразрушающими методами

ЛИТЕРАТУРА

1. М и н к и н Б.К. Конструкции объемно-блочных зданий Краснодарского технического направления. — Бетон и железобетон, 1975, № 3, с. 29—34. 2. М о р о з о в Н.В., М и н и к е е в Ш.С. Исследования трещиностойкости моделей блок-комнат, изготовленных на напрягающем цементе. — В сб.: Моделирование при исследовании строительных конструкций: (Материалы к Всесоюзному совещанию). Киев, 1972, с. 23—28.

УДК 624.072.33

Л.И. КОРШУН, канд. техн. наук,
А.С. ХАМУТОВСКИЙ, ст. преп.
(БИСИ)

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРУГИХ РАМ С ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Рассматриваются упругие одноэтажные многопролетные рамы, для которых жесткость стержня постоянна по его длине (рис. 1,а). Известны геометрия системы, форма поперечных сечений ($I_n = k_n F_n$), величины внешних осевых сил и механические свойства материала, работающего в упругой стадии. Необходимо распределить материал по осям системы так, чтобы при минимуме объема выполнялись условия прочности, устойчивости и конструктивные требования.

Математическая модель сформулированной задачи строится с помощью дискретного принципа максимума [1,2]. Исходные уравнения преобразования получим, используя уравнение упругой линии сжато-изогнутого стержня [3]. Так как рама не имеет линейных смещений узлов, то из фазовых координат исключается поперечная сила.

Уравнения преобразования для первого участка зависят от наличия продольной силы в стойке и записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} N_{ст} &\neq 0; \\ x_1^{(2)} &= x_0^{(2)} \xi_1' + x_0^{(3)} \rho_1'; \\ x_1^{(3)} &= -x_0^{(2)} \mu_1' + x_0^{(3)} \xi_1'; \\ x_1^{(5)} &= x_0^{(5)} + b_1' / (\nu_1')^{2/m}. \end{aligned} \right\} \quad (1) \quad \left. \begin{aligned} N_{ст} &= 0; \\ x_1^{(2)} &= -2x_0^{(2)} - x_0^{(3)} / 2i_1'; \\ x_1^{(3)} &= -6x_0^{(2)} i_1' - 2x_0^{(3)}; \\ x_1^{(5)} &= x_0^{(5)} + a_1' (i_1')^{1/m} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

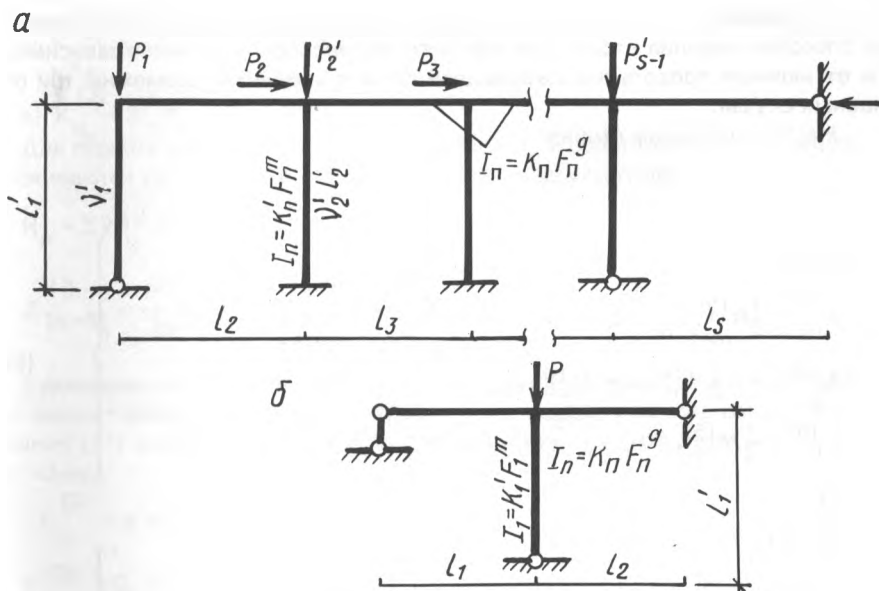


Рис. 1. Расчетные схемы оптимизируемых рам:
а — обобщенная схема; б — схема численного примера.

Здесь $X_n^{(2)}$, $X_n^{(3)}$ — фазовые координаты (угол поворота, изгибающий момент) n -го участка; $X_n^{(5)}$ — объем n -х рассмотренных участков. С помощью фазовой координаты $X_n^{(5)}$ целевая функция

$$V = \sum_{n=1}^s I_n F_n \quad (3)$$

сводится к стандартному виду дискретного принципа максимума [4]; $\nu'_n = (I'_n f'_n / E I_n) \frac{1}{2}$ и $i'_n = E I_n / I'_n$ — управляющие переменные; $N_{ст}$ — продольная сила в стойке:

$$\xi'_n = \frac{\nu'_n \cos \nu'_n - \sin \nu'_n}{\nu'_n - \sin \nu'_n}; \quad \rho'_n = \frac{\nu'_n (\nu'_n \sin \nu'_n - 2 + 2 \cos \nu'_n)}{f'_n (\nu'_n - \sin \nu'_n)};$$

$$\mu'_n = \frac{f'_n \sin \nu'_n}{\nu'_n - \sin \nu'_n}; \quad f'_n = I'_n P'_n;$$

$$b'_n = I'_n (I'_n f'_n / K'_n E)^{1/m}; \quad a'_n = I'_n (I'_n / K'_n E)^{1/m} \quad (4)$$

Здесь и в дальнейшем верхний индекс (штрих) при буквах означает, что рассматриваемый элемент — стойка, а в случае его отсутствия — ригель.

Для промежуточных же участков вид уравнений преобразования зависит от способа опирания стоек. Для каждого из способов опирания в зависимости от наличия продольной сжимающей силы в элементах возможны три основных случая.

Жесткое опирание стойки:

а)

$$\left. \begin{aligned} N_{ст} &\neq 0; \\ X_{n_I}^{(2)} &= \frac{1}{2} R_{n-1}^{(2)} \xi_n + M_{n-1}^{(3)} \rho_n; \\ X_{n_I}^{(3)} &= -\frac{1}{2} R_{n-1}^{(2)} \mu_n + M_{n-1}^{(3)} \xi_n; \\ X_{n_I}^{(5)} &= \frac{1}{2} V_{n-1}^{(5)} + b_n / \nu_n^{2/g}; \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} N_{риг} &\neq 0 \\ X_{n_{II}}^{(2)} &= X_{n_I}^{(2)}; \\ X_{n_{II}}^{(3)} &= X_{n_I}^{(2)} \frac{\xi_n'}{\rho_n'}; \\ X_{n_{II}}^{(5)} &= \frac{1}{2} V_{n-1}^{(5)} + b_n' / (\nu_n')^{2/m} \end{aligned} \quad (5)$$

б)

$$\left. \begin{aligned} N_{ст} &\neq 0; \\ X_{n_I}^{(2)} &= -R_{n-1}^{(2)} - M_{n-1}^{(3)} / 2 i_n; \\ X_{n_I}^{(3)} &= -3 R_{n-1}^{(3)} i_n - 2 M_{n-1}^{(3)}; \\ X_{n_I}^{(5)} &= \frac{1}{2} V_{n-1}^{(5)} + a_n i_n^{1/g}; \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} N_{риг} &\neq 0; \\ X_{n_{II}}^{(2)} &= X_{n_I}^{(2)}; \\ X_{n_{II}}^{(3)} &= X_{n_I}^{(2)} \frac{\xi_n'}{\rho_n'}; \\ X_{n_{II}}^{(5)} &= \frac{1}{2} V_{n-1}^{(5)} + b_n' / (\nu_n')^{2/m} \end{aligned} \quad (6)$$

в)

$$\left. \begin{aligned} N_{ст} &= 0; \\ X_{n_I}^{(2)} &= -R_{n-1}^{(2)} - M_{n-1}^{(3)} / 2 i_n; \\ X_{n_I}^{(3)} &= -3 R_{n-1}^{(2)} i_n - 2 M_{n-1}^{(3)}; \\ X_{n_I}^{(5)} &= \frac{1}{2} V_{n-1}^{(5)} + a_n i_n^{1/g}; \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} N_{риг} &= 0; \\ X_{n_{II}}^{(2)} &= X_{n_I}^{(2)}; \\ X_{n_{II}}^{(3)} &= 4 i_n' X_{n_I}^{(2)}; \\ X_{n_{II}}^{(5)} &= \frac{1}{2} V_{n-1}^{(5)} + a_n' (i_n')^{1/m} \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь ν_n, i_n — управляющие переменные (критический параметр или же погонная жесткость); $N_{риг}$ — продольная сила в ригеле.

$$\left. \begin{aligned} f_n &= I_n \sum_{i=1}^n P_i; \\ R_{n-1}^{(2)} &= X_{(n-1)_I}^{(2)} + X_{(n-1)_{II}}^{(2)}; \\ M_{n-1}^{(3)} &= X_{(n-1)_I}^{(3)} + X_{(n-1)_{II}}^{(3)}; \\ V_{n-1}^{(5)} &= X_{(n-1)_I}^{(5)} + X_{(n-1)_{II}}^{(5)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

При шарнирном опирании стойки все фазовые координаты, исключая $X_n^{(3)}$, будут определяться соответственно из уравнений (5) — (7). Изгибающий же момент $X_{n_{II}}^{(3)}$ находится для каждого случая по выражениям

$$а) X_{n_{II}}^{(3)} = -X_{n_I}^{(2)} \frac{\mu_n^I}{\xi_n^I}; \quad б) X_{n_{II}}^{(3)} = -X_{n_I}^{(2)} \frac{\mu_n^I}{\xi_n^I}; \quad (9)$$

$$в) X_{n_{II}}^{(3)} = 3i_n^I X_{n_{II}}^{(2)}.$$

Для первого участка функции Гамильтона H_n и сопряженный вектор отыскиваются так же, как в [4]. Для остальных же участков

$$\left. \begin{aligned} H_n &= \sum Z_{n_I}^{(i)} X_{n_I}^{(i)} + \sum Z_{n_{II}}^{(i)} X_{n_{II}}^{(i)}; \\ Z_{(n-1)_I}^{(i)} &= \frac{\partial H_n}{\partial X_{(i)}^{(n-1)_I}}; \quad Z_{(n-1)_{II}}^{(i)} = \frac{\partial H_n}{\partial X_{(i)}^{(n-1)_{II}}}, \quad i = 2, 3, 5. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Граничные условия для уравнений преобразования и сопряженного вектора зависят от способа опирания первого и последнего участков рамы. Выражения (11) соответствуют шарнирному опиранию этих участков, а (12) — жесткому.

$$\left. \begin{aligned} X_o^{(3)} &= 0, X_o^{(5)} = 0, Z_o^{(2)} = 0; \\ X_s^{(3)} &= 0, X_s^{(5)} = 0, Z_s^{(5)} = -1. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} X_o^{(2)} &= 0, X_o^{(5)} = 0, Z_o^{(3)} = 0, \\ X_s^{(2)} &= 0, X_s^{(3)} = 0, Z_s^{(5)} = -1. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Используя необходимые условия оптимальности

$$\frac{\partial H_n}{\partial \nu_n} = 0; \quad \frac{\partial H_n}{\partial i_n} = 0,$$

уравнения для нахождения сопряженного вектора, конкретные граничные условия, а также уравнения (1) или (2), (5) — (9), получим зависимости для определения оптимальных размеров поперечных сечений элементов.

Так, при наличии продольной сжимающей силы на последнем участке эти зависимости имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} AB - CD &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial \nu_n} (AB - CD) / \frac{\partial}{\partial \nu_s} (AB - CD) &= \frac{b_n}{b_s} \left(\frac{\nu_s}{\nu_n} \right)^{\frac{2}{g} + 1}; \\ \frac{\partial}{\partial \nu'_n} (AB - CD) / \frac{\partial}{\partial \nu_s} (AB - CD) &= \frac{b'_n g \nu_s}{b_s m (\nu'_n)^{\frac{2}{m} + 1}}; \\ \frac{\partial}{\partial i'_n} (AB - CD) / \frac{\partial}{\partial \nu_s} (AB - CD) &= - \frac{a_n}{2b_s} \frac{1}{i'_n} \left(\frac{\nu_s}{\nu'_n} \right)^{\frac{2}{g} + 1}; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial i_n'} (AB-CD) / \frac{\partial}{\partial v_s} (AB-CD) = - \frac{a_1' g}{2b_s^m} (i_n')^{\frac{1}{m}-1} \left(\frac{2}{g} + 1 \right)^{\nu_s}$$

где A, B, C, D – трансцендентные функции управляющей переменной. Здесь второе и третье уравнения системы (13) справедливы для тех участков, где имеется в элементах продольная сжимающая сила, а четвертое и пятое – для участков, где она отсутствует.

Найденные из уравнений (13) критические параметры и погонные жесткости должны удовлетворять условию прочности

$$\nu_n \leq \left(\frac{m+1}{i_n} \right) \left(\frac{\sigma_o}{k_n E f_n^{m-1}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

и конструктивным ограничениям. В противном случае они назначаются, исходя из условий

П р и м е р. Для рамы, показанной на рис. 1,б, необходимо найти минимальный объем, если $P = 120$ кН, $l_1 = l_1' = l_2 = 6$ м, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^8$ кН/м², предельное допускаемое напряжение $\sigma_o = 2 \cdot 10^5$ кН/м², сечение ригеля – круг, стойки – прямоугольник с постоянной высотой $h = 0,04$ м.

Для такой рамы, когда $N_s = N_2 = 0$, оптимальное управление находится из выражение

$$AB - CD = 0;$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial v_1'} (AB - CD) / \frac{\partial}{\partial i_2} (AB - CD) &= - \frac{2b_1' g}{a_2^m} i_2^{-(\frac{1}{g}-1)} \left(\frac{2}{m} + 1 \right)^{-(\nu_1')} \\ \frac{\partial}{\partial i_1} (AB - CD) / \frac{\partial}{\partial i_2} (AB - CD) &= \frac{a_1}{a_2} \left(\frac{i_1}{i_2} \right)^{\frac{1}{g}-1} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\text{где } A = 3(i_1 + i_2), B = 1, C = \mu_1' / \varepsilon_1', D = 1. \quad (16)$$

Из выражений (4), (15), (16), учитывая, что $g = 2, m = 1, k_1 = k_2 = 1/4 \pi, k_1' = h^2/12$, получим $\nu_1' = 3,60, i_2 = i_1 = 19,11, F_1' = 125 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, F_1 = F_2 = 26,80 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, V = 0,1072 \text{ м}^3$.

Заметим, что при такой форме сечений решение существует, если

$$\Psi = 12b_1' / a_1 \left[3f_1' \left(1 + \frac{a_2^2}{a_1^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \geq 45,85.$$

В ы в о д ы. Предложенный метод, основанный на дискретном принципе максимума, позволяет получать аналитические решения для сложных рамных систем. При этом процесс оптимизации сводится к решению системы трансцендентных уравнений. Достоинством метода является возможность его реализации на ЭВМ малой мощности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными системами. — М., 1973, с. 65–79.
2. Фан Лянь-Цзэнь, Вань Чу-сен. Дискретный принцип мак-

симула. — М., 1967. — 180 с. 3. Справочник проектировщика расчетно-теоретический. Кн. 2. М.—Л., 1973. — 194 с. 4. Х а м у т о в с к и й А.С. Об оптимальном проектировании стоек ступенчато-переменного сечения. — В сб.: Вопр. стр-ва и архитектуры. Минск, 1977, вып. 7, с. 147—153.

УДК 624.014.072.2

Н.Н. МУРАШКО, канд.техн.наук
(БИСИ)

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УЗЛОВ С ПРОДОЛЬНЫМИ РЕБРАМИ В ТРУБЧАТЫХ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Основываясь на разработанной авторами методике решения контактной задачи для продольного ребра [1,2], рассмотрим более общий случай нагружения оболочки трубы через нерадиально поставленные продольные ребра (рис. 1). По-прежнему исходим из технической моментной теории упругих тонких цилиндрических оболочек [3] в предположении их шарнирного опирания по торцам. Жесткость ребер полагаем неограниченной в своей плоскости и пренебрежимо малой из плоскости, игнорируя тем самым их толщину и считая, что силовое поле целиком совпадает с плоскостью ребра.

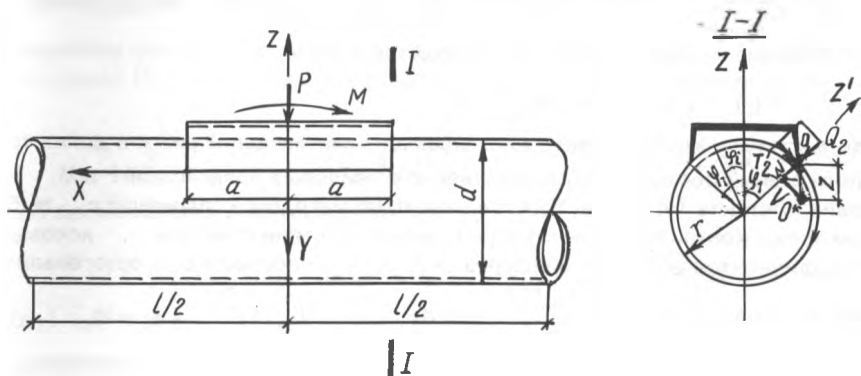


Рис. 1. Общий случай нагружения оболочки трубы через продольные ребра.

На оболочку через парные параллельные продольные ребра длиной $2a$, расставленные на $2r\varphi_1$ по дуге окружности цилиндра радиуса r , действует нагрузка, результирующий вектор и момент которой определяются из выражений

$$P = 4r \sum_{k=0,1,2,\dots} A_k \int_0^{\xi_0} q_k(\xi) d\xi; \quad M = 4r^2 \sum_{k=0,1,2,\dots} A_k \int_0^{\xi_0} q_k(\xi) \xi d\xi, \quad (1)$$

где A_k — коэффициенты контактной нагрузки, или коэффициенты ряда функций $q_k(\xi) = q_k^c(\xi) + \xi_k q_k^k(\xi)$, аппроксимирующего контактную нагруз-