

процентные выплаты по новому и старым долгам. Поскольку дивиденды по привилегированным акциям должны быть выплачены прежде, чем получат и свои деньги владельцы обыкновенных акций, сумму привилегированных дивидендов следует вычесть из дохода, пригодного для выплаты обычных дивидендов. Уравнение 12 вычисляет новую средневзвешенную процентную ставку по долгу. Уравнение 13 вычисляет новое отношение долга к акционерному капиталу за период  $t$ .

Раздел 4 таблицы 1 охватывает обыкновенные акции, в том числе дивиденды и рыночную стоимость. Уравнение 17 дает величину доходов, пригодных для дивидендов по обыкновенным акциям, т.е. посленалоговую прибыль. Уравнение 15 вычисляет доход, подлежащий выплате в качестве дивидендов на обыкновенные акции. Уравнение 17 дает новое число размещенных обыкновенных акций с учетом эмиссии за период  $t$ .

Как видно из уравнения 17, мы получаем число новых обыкновенных акций, разделив поступления от новой эмиссии на курс одной акции, из которого вычтены расходы на эмиссию. Уравнение 18 определяет курс одной акции как произведение прибыли на акцию и отношения курса акции к прибыли на акцию ( $m_1$ ). Уравнение 19 дает стандартное определение прибыли на акцию (EPS), как частное от деления прибыли, пригодной для распределения среди владельцев обыкновенных акций, на число размещенных обыкновенных акций. Похожим образом определены дивиденды в уравнении 20.

#### Литература

1. Крувшиц Л. Финансирование и инвестиции. Неоклассические основы теории финансов / Пер. с нем. Под общей редакцией В.В. Ковалева, З.А. Сабова. – СПб.: Издательство «Питер», 2000. – 400 с.
2. Ченг Ф. Ли, Джозеф И. Финнерти. Финансы корпораций: теория, методы и практика. Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 2000. – 686 с.

## МАТРИЦЫ В УРАВНЕНИЯХ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА

Д.К. Яцушкевич

Связь между отраслями промышленности, как правило, отражается в таблицах межотраслевого баланса. Математическая модель, позволяющая их анализировать, разработана в 1936г. американским экономистом В.Леонтьевым, [1].

Предположим, что рассматривается  $n$  отраслей промышленности, каждая из которых производит свою продукцию. Часть продукции идет на внут-

рипроизводственное потребление данной отраслью и другими отраслями, а другая часть предназначена для целей конечного (вне сферы материального производства) личного и общественного потребления. Рассмотрим процесс производства за некоторый период: времени (например, год). Введем следующие обозначения:  $x_i$  – общий (валовой) объем продукции  $i$ -ой отрасли ( $i = 1, 2, \dots, n$ );  $x_{ij}$  – объем продукции  $i$ -ой отрасли, потребляемой  $j$ -ой отраслью в процессе производства ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ );  $y_i$  – объем конечного продукта  $i$ -ой отрасли для непроизводственного потребления.

Так как валовой объем продукции любой  $i$ -ой отрасли равен суммарному объему продукции, потребляемой  $n$  отраслями, и конечного продукта, то получим систему уравнений вида:

$$x_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + y_i, (i=1, 2, \dots, n), \quad (1)$$

которые называются соотношениями баланса. Будем рассматривать стоимостный межотраслевой баланс, когда все величины, входящие в (1), имеют стоимостное выражение.

Введем коэффициенты прямых затрат:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}, (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

показывающие затраты продукции  $i$ -ой отрасли на производство единицы продукции  $j$ -ой отрасли.

Можно полагать, что в некотором промежутке времени коэффициенты  $a_{ij}$  будут постоянными и зависящими от сложившейся технологии производства. Это означает линейную зависимость материальных затрат от валового выпуска:

$$x_{ij} = a_{ij}x_j, (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

вследствие чего построенная на этом основании модель межотраслевого баланса получила название линейной. Соотношения баланса (1) примут вид:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i \quad (2)$$

Введем матрицы

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix},$$

где  $X$  – вектор валового выпуска,  $Y$  – вектор конечного продукта,  $A$  – матрица прямых затрат.

Тогда систему (2) можно записать в матричном виде:

$$X = AX + Y \quad (3)$$

Если матрица  $(E - A)$  невырожденная, то матричное решение уравнения (3)

$$X = (E - A)^{-1} Y$$

Матрица  $S = (E - A)^{-1}$  называется матрицей полных затрат. Каждый элемент  $s_{ij}$  матрицы  $S$  это величина валового выпуска продукции  $i$ -ой отрасли, необходимого для обеспечения выпуска единицы конечного продукта  $j$ -ой отрасли.

Написана программа, позволяющая решить следующую задачу: предприятие состоит из двух основных цехов и одного вспомогательного, каждый из которых выпускает один вид продукции.

Цеха	a <sub>ij</sub>			y <sub>i</sub>	Материал	b <sub>ij</sub>			Стоимость c <sub>i</sub>
I	a <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>13</sub>	y <sub>1</sub>	Сырье S1	b <sub>11</sub>	b <sub>12</sub>	b <sub>13</sub>	c <sub>1</sub>
II	a <sub>21</sub>	a <sub>22</sub>	a <sub>23</sub>	y <sub>2</sub>	Сырье S2	b <sub>21</sub>	b <sub>22</sub>	b <sub>23</sub>	c <sub>2</sub>
III	a <sub>31</sub>	a <sub>32</sub>	a <sub>33</sub>	y <sub>3</sub>	Топливо	b <sub>31</sub>	b <sub>32</sub>	b <sub>33</sub>	c <sub>3</sub>
					Трудоемкость b <sub>j</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	P

Входные данные: расходные коэффициенты единиц продукции  $i$ -ого цеха; количество единиц  $i$ -ого цеха, предназначенных для реализации; расходные нормы двух видов сырья и топлива на единицу продукции соответствующего цеха; трудоемкость продукции в человеко-часах на единицу продукции; стоимость соответствующего материала и оплата за 1 человеко-час.

Выходные данные: уравнение межотраслевого баланса по Леонтьеву; коэффициенты полных затрат; валовый выпуск для каждого цеха; производственная программа цехов; коэффициенты косвенных затрат; суммарный расход сырья, топлива и трудовых ресурсов на единицу конечной продукции каждого цеха; расход сырья, топлива и трудовых ресурсов по цехам; производственные затраты по цехам и на всю производственную программу предприятия; производственные затраты на единицу конечной продукции для каждого цеха.

**Литература.**

1. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике: Учебник: В 2-х ч. Ч.1. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 224 с.