

где K является контейнером, в котором находится очередь. Таким образом поставленная задача сведена к двум операциям, что значительно сокращает наши вычисления.

Отметим, что X_1, X_2, K, P_1, P_2 — заданы в интервальной форме, т.е. в процессе для решения рассматриваемой задачи используются арифметические операции с нечёткими интервалами и операция сравнения нечётких интервалов.

Таким образом, использование нечётко-интервальных величин позволяет избежать многочисленных испытаний модели.

Литература.

1. Максимей И.В., Имитационное моделирование на ЭВМ. М.: Радио и связь, 1988.
2. Шеннон Р., Имитационное моделирование: искусство и наука. М.: Мир, 1978.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ БАНКОВСКОЙ СЕТИ

А.В. Паньков

(ГрГУ, Гродно.)

Рассматривается модель банковской сети, состоящей из филиалов и центрального отделения банков. Запросы поступают из филиалов в центральный банк, который через некоторое время делает ответ. Обозначим через S_1, S_2, \dots, S_{n-1} - филиалы, а через S_n - центральный банк.

Запросами могут служить: запросы о переводе денег за границу, запросы о совершении операций через межбанковскую валютную биржу. Моделью такой банковской сети может служить сеть массового обслуживания с центральным обслуживающим устройством.

Рассмотрим сеть с двумя периферийными системами обслуживания. Состоянием сети служит вектор числа заявок в системах обслуживания сети. Возможны следующие переходы между состояниями:

$$\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1 - 1, k_2\} \text{ - с вероятностью } \mu_1 dt \text{ за время } dt,$$

$$\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1, k_2 - 1\} \text{ - с вероятностью } \mu_2 dt,$$

$$\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1 + 1, k_2\} \text{ - с вероятностью } \mu_n dt,$$

$$\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1, k_2 + 1\} \text{ - с вероятностью } \mu_n dt,$$

Переход из $\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1 - 1, k_2\}$ означает поступление запроса из S_1 в S_3 ; $\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1 + 1, k_2\}$ - означает поступление ответа в S_1 из S_3 . Аналогично определяются два других состояния.

При переходе между состояниями S_j получает некоторые доходы r_{ij} или терпит некоторые убытки r_{ij} (доходы $(-r_{ij})$):

$\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1 - 1, k_2\}$ - доход r_{13} (перевод денег из S_1 в S_3),

$\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1, k_2 - 1\}$ - доход r_{23} (перевод денег из S_2 в S_3),

$\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1 + 1, k_2\}$ - доход $(-r_{31})$ (перевод денег из S_3 в S_1),

$\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1, k_2 + 1\}$ - доход $(-r_{32})$ (перевод денег из S_3 в S_2).

Пусть, например, матрица интенсивностей переходов имеет вид

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix},$$

а матрица доходов от переходов между состояниями:

$$R = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Тогда вектор нормы выручки Q с компонентами q_i получается из $q_i = r_{ii} + \sum_{j \neq i} a_{ij} r_{ij}$:

$$Q = \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Требуется определить полные ожидаемые доходы. Используя теорию марковских случайных процессов с доходами [1], можно показать, что доходы определяются из системы линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt} v(t) = Q + Av(t),$$

где $v(t)$ - вектор-столбец полных ожидаемых доходов, которые система получает за время t , q - вектор-столбец нормы доходов.

Зададим начальные условия: $v(0) = 0$: Тогда

$$\frac{d}{dt} v(t) = Q + Av(t).$$

Для решения этого уравнения воспользуемся преобразованием Лапласа:

$$w(s) = \frac{1}{s} (sI - A)^{-1} Q + (sI - A)^{-1} v(0).$$

Последняя формула связывает преобразование Лапласа $w(s)$ вектора $v(t)$ с матрицей $(sI - A)^{-1}$, вектором нормы выручки Q и вектором доходов в момент начала процесса. Вектор дохода $v(t)$ можно найти при помощи обратного преобразования Лапласа.

Для указанной выше матрицы A имеем:

$$\frac{1}{s}(sI - A)^{-1} = \frac{1}{s(s - (3 + \sqrt{3}))(s - (3 - \sqrt{3}))} \begin{bmatrix} s - 4 & 2 \\ 1 & s - 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\eta} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{\delta} \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

где $\eta = (s - (3 + \sqrt{3}))(s - (3 - \sqrt{3}))$, $\delta = s(s - (3 + \sqrt{3}))(s - (3 - \sqrt{3}))$. Обратное преобразование Лапласа для функции $\frac{1}{(p+a)(p+b)}$ равно $\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$, а для функции $\frac{1}{p(p+a)(p+b)}$: $\frac{1}{ab(a-b)}[(a-b) + be^{-at} - ae^{-bt}]$. Применяя для $w(s)$ обратное преобразование Лапласа, получим

$$v(t) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \left(e^{(3+\sqrt{3})t} - e^{(3-\sqrt{3})t} \right) \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \end{bmatrix} + \frac{1}{-12\sqrt{3}} \times \\ \times \left(-2\sqrt{3} - (3 - \sqrt{3})e^{(3+\sqrt{3})t} + (3 + \sqrt{3})e^{(3-\sqrt{3})t} \right) \begin{bmatrix} 52 \\ -22 \end{bmatrix}.$$

Если система начинает функционировать с перехода $\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1 - 1, k_2\}$, то полный ожидаемый доход в момент времени t :

$$v_1(t) = \frac{-5}{\sqrt{3}} \left(e^{(3+\sqrt{3})t} - e^{(3-\sqrt{3})t} \right) - \frac{13}{3\sqrt{3}} \left(-2\sqrt{3} - (3 - \sqrt{3})e^{(3+\sqrt{3})t} + (3 + \sqrt{3})e^{(3-\sqrt{3})t} \right),$$

если с перехода $\{k_1, k_2\} \rightarrow \{k_1, k_2 - 1\}$, то:

$$v_2(t) = \frac{3}{\sqrt{3}} \left(e^{(3+\sqrt{3})t} - e^{(3-\sqrt{3})t} \right) - \frac{11}{6\sqrt{3}} \left(-2\sqrt{3} - (3 - \sqrt{3})e^{(3+\sqrt{3})t} + (3 + \sqrt{3})e^{(3-\sqrt{3})t} \right).$$

Литература.

1. Ховард Р.А. Динамическое программирование и марковские процессы. М.-1964. 192с.

АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ В БГТУ

А.А. Паук, В.А. Суслов

(БГТУ, г. Брест, КПУ, Польша)

Представление результатов. В существующем варианте компьютерной системы контроля знаний результаты теста не визуализируются, а записываются в файл протокола, что предполагает возможность их дальнейшей обра-