ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕЖОТРАСЛЕВАЯ БАЛАНСОВАЯ МОДЕЛЬ

Е.В. Гаспадарик

(БГТУ, г. Брест)

Статические межотраслевые балансовые модели [1;2], т.е. модели, в которых все зависимости отнесены к одному моменту времени, разрабатываются лишь для отдельно взятых периодов, причем в рамках этих моделей не устанавливается связь с предшествующими или последующими периодами. В таких моделях капиталовложения вынесены из сферы производства в сферу конечного использования вместе с предметами потребления и непроизводственными затратами, т.е. включены в конечный продукт.

В отличие от статических динамические модели призваны отразить не состояние, а процесс развития экономики, установить непосредственную взаимосвязь между предыдущими и последующими этапами развития и тем самым приблизить анализ на основе экономико-математической модели к реальным условиям развития экономической системы.

В рассматриваемой здесь динамической модели, являющейся развитием статической межотраслевой модели, производственные капитальные вложения выделяются из состава конечной продукции, исследуются их структура и влияние на рост объема производства. В основе построения модели в виде динамической системы уравнений лежит математическая зависимость между величиной капитальных вложений и приростом продукции. Решение системы, как и в случае статической модели, приводит к определению уровней производства, но в динамическом варианте в отличие от статического эти искомые уровни зависят от объемов производства в предшествующих периодах.

Принципиальная схема динамического межотраслевого баланса приведена в следующей таблице:

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли									
	Межотраслевые потоки текущих затрат				Межотраслевые потоки капитальных вложений				Конечный продукт	Валовый продукт
	1	2	...	n	1	2	...	n		
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1n}	$\Delta\Phi_{11}$	$\Delta\Phi_{12}$	...	$\Delta\Phi_{1n}$	Y_1	X_1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{in}	$\Delta\Phi_{i1}$	$\Delta\Phi_{i2}$	...	$\Delta\Phi_{in}$	Y_i	X_i
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nn}	$\Delta\Phi_{n1}$	$\Delta\Phi_{n2}$	...	$\Delta\Phi_{nn}$	Y_n	X_n

Модель содержит две матрицы межотраслевых потоков. Матрица текущих производственных затрат с элементами x_{ij} совпадает с соответствующей матрицей статического баланса. Элемент $\Delta\Phi_{ij}$ второй матрицы $\Delta\Phi=(\Delta\Phi_{ij})$, $i,j=1\ldots n$, показывает какое количество продукции i-ой отрасли направлено в текущем периоде в j-ю отрасль в качестве производственных капитальных вложений в ее основные фонды. Материально это выражается в приросте в потребляющих отраслях производственного оборудования, сооружений, производственных площадей транспортных средств и др.

В статическом балансе потоки капиталовложений не дифференцируются по отраслям и отражаются общей величиной в составе конечной продукции Y_i. В динамической схеме конечный продукт Y_i включает продукцию i-ой отрасли, идущую на личное и общественное потребление, накопление непроизводственной сферы, прирост оборотных фондов, незавершенного строительства, на экспорт. Таким образом, сумма потоков капиталовложений и конечного продукта динамической модели равна конечной продукции статического баланса:

$$\sum_{j=1}^{n}\Delta\Phi_{ij}+Y_i'=Y_i,\qquad i=1..n.$$

Следовательно, уравнение динамического баланса примет вид:

$$X_i=\sum_{j=1}^{n}x_{ij}+\sum_{j=1}^{n}\Delta\Phi_{ij}+Y_i'. \tag{1}$$

Межотраслевые потоки текущих затрат можно выразить из равенства Леонтьева

$$x_{ij}=a_{ij}X_j, \tag{2}$$

где a_{ij} - коэффициенты прямых затрат. Межотраслевые потоки капитальных вложений обуславливают прирост продукции, причем в рассматриваемой модели предполагается, что прирост продукции текущего периода обусловлен вложениями, произведенными в этом же периоде. Если текущий период обозначить через t, то прирост продукции ΔX_j, равен разности абсолютных уровней производства в период t и в предшествующий (t-1)-й период:

$$\Delta X_j=X_j^{(t)}-X_j^{(t-1)} \tag{3}$$

С другой стороны, будем считать, что прирост продукции пропорционален приросту производственных фондов:

$$\Delta\Phi_{ij} = \varphi_{ij} \cdot X_j, \quad i,j=1..n, \tag{4}$$

где φ_{ij} - коэффициент вложений или коэффициент приростной фондоемкости. Их смысл в том , что они показывают, какое количество продукции i-ой отрасли следует вложить в j-ю отрасль для увеличения производственной мощности j-ой отрасли на единицу продукции.

Окончательно, с учетом (2) и (4) система уравнений (1) представится в виде

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \Delta X_j + Y_i', \quad i=1..n \tag{5}$$

Система (5) есть система линейных разностных уравнений первого порядка. Ее можно привести, используя равенства (2)-(4), к обычной системе

$$X_i^{(t)} = \sum_{j=1}^{n} \left(a_{ij} + \varphi_{ij}\right) X_j^{(t)} - \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} X_j^{(t-1)} + Y_i'^{(t+1)}, \qquad i=1..n \tag{6}$$

Пусть известны уровни валовой продукции всех отраслей в предыдущем периоде $X_j^{(t-1)}$ и конечный продукт отраслей в t-м периоде. Тогда соотношения (6) позволяют определить выпуск продукции в последующем периоде в зависимости от уровня, достигнутого в предыдущем периоде.

Если перейти от дискретных величин к непрерывным, то (4) примет вид

$$\frac{d\,\Phi_{ij}}{d\,t} = \varphi_{ij} \frac{d\,X_j}{d\,t}$$

и, следовательно, соотношения (5) примут вид

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + \sum_{j=1}^{n} \varphi_{ij} \frac{d\,X_j}{d\,t} + Y_i', \qquad i=1..n \tag{7}$$

Соотношение (7) – это система n линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Для ее решения помимо матриц (a_{ij}) и (φ_{ij}) нужно знать уровни валового выпуска в начальный момент времени $t=0$ и закон изменения величины конечного продукта, т.е. вид функций $Y'(t)$. Решая, таким образом, задачу Коши для системы (7), можно найти уровни выпуска теоретически для любого момента времени.

Литература.

1. Федосеев В.В., Гармаш А.Н. и др Экономико-математические методы и прикладные модели. –М.: ЮНИТИ. –1999. –391с. 2. *Красс М.С.* Математика для экономических специальностей.–М.:“ИНФРА-М”.–1998.–464с.