величин изломов. Естественным является вопрос о гладкости сопряжения φ между двумя гомеоморфизмами f_1 и f_2, имеющие точки излома и одинаковые иррациональные числа вращения $\rho = \rho(f_1) = \rho(f_2)$. Эта проблема называется проблемой "жесткости"гомеоморфизмов окружности. В этом направлении в течение последних 20 лет были получены много важных и интересных (см.напр.[2]).

Теперь сформулируем основной результат нашей работы.

Теорема 4. Пусть $f_i \in C^{2+\epsilon}(S^1 \setminus \{a_i, b_i\}), i = 1, 2$ гомеоморфизмы окружности с двумя точками изломами не лежащие на одной орбиты и $\sigma_1(f_1) \cdot \sigma_2(f_1) = \sigma_1(f_2) \cdot \sigma_2(f_2)$, $\sigma_1(f_1) \neq \sigma_2(f_2)$. Пусть $\mu_1([a_1, b_1]) = \mu_2([a_2, b_2])$, где $\mu_i, i = 1, 2$ инвариантные меры f_i. Тогда существует подмножество $M_\rho \subset [0, 1]$ полной Лебеговой мере такой, что сопряжение ψ между f_1 и f_2 $\mu_\rho \subset [0, 1]$, является сингулярным, если $\mu_{f_1}([a_1, b_1]) \in M_\rho$.

Литература

1. Cornfeld, I. P., Fomin, S. V., and Sinai, Ya. G., *Ergodic Theory*, Grundlehren Math. Wiss., vol. 245, New York: Springer, 1982.

2. Khanin, K. M. and Kocic, S.,*Hausdorff Dimension of Invariant Measure of Circle Diffeomorphisms with Breaks*, Ergod. Theory Dyn. Syst., 2017, vol. 63, pp. 1-9.

РЕШЕНИЯ НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А.И. Жук[1], Е.Н. Защук[2]

[1] Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь
aizhuk85@mail.com
[2]Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь
shvichkina@tut.by

Рассмотрим следующую систему на отрезке $T = [0, a] \subset \mathbb{R}$:

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f^{ij}(t, x(t))\dot{L}^j(t), i = \overline{1,p} \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = x_0$, где $f^{ij}, i = \overline{1,p}, j = \overline{1,q}$ - некоторые функции, $x(t) = [x^0(t), x^1(t), x^2(t), ..., x^p(t)]$, а $L^i(t), i = \overline{1,q}$ - непрерывные функции ограниченной вариации на отрезке T.

Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$x_n^i(t + h_n) - x_n^i(t) = \sum_{j=1}^{q} f_n^{ij}(t, x_n(t))[L_n^j(t + h_n) - L_n^j(t)], i = \overline{1,p} \tag{2}$$

с начальным условием $x_n(t)|_{[0,h_n)} = x_{n0}(t)$. Здесь $L_n^j(t) = (L^j * \rho_n)(t) = \int\limits_0^{\frac{1}{n}} L^j(t+s)\rho_n(s)\, ds$, где $\rho_n(t) = n\rho(nt)$, $\rho \in C^\infty(\mathbb{R})$, $\rho \geq 0$, $supp\rho \subseteq [0, 1]$, $\int\limits_0^1 \rho(s)\, ds = 1$, а $f_n = f * \widetilde{\rho}_n$, $\widetilde{\rho}_n(x_0, x_1, ..., x_p) = n^{p+1}\widetilde{\rho}(nx_0, nx_1, ..., nx_p)$, $\widetilde{\rho} \in C^\infty(\mathbb{R}^{p+1})$, $\widetilde{\rho} \geq 0$, $\int\limits_{[0;1]^{p+1}} \widetilde{\rho}(x_0, x_1, ..., x_p)\, dx_0dx_1...dx_p = 1, supp\widetilde{\rho} \subset [0; 1]^{p+1}$.

Для описания предельного поведения решения задачи (2) рассмотрим систему

$$x^i(t) = x_0^i + \sum_{j=1}^{q} \int\limits_0^t f^{ij}(s, x(s))\, dL^j(s), i = \overline{1,p}. \tag{3}$$

Теорема. *Пусть* f^{ij} $i = \overline{1,p}, j = \overline{1,q}$ *удовлетворяют условию линейного роста и ограничены,* L^j- *функции ограниченной вариации и непрерывны* ($j = \overline{1,q}$). *Тогда при* $n \to \infty$, $h_n \to 0$ *решение* $x_n(t)$ *задачи Коши (2) сходится к решению системы уравнений (3) в пространстве* $L^1(T)$, *если* $\int_T |x_{n0}(\tau_t) - x_0|\, dt \to 0$.

Аналогичные теоремы с другими условиями для функций f^{ij} $i = \overline{1,p}, j = \overline{1,q}$ были рассмотрены в работах [1,2].

Литература

1. Жук А.И., Яблонский О.Л., Спасков С.А. *Ассоциированные решения системы неавтономных дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами. Смешанный случай* // Весці БДПУ. Сер. 3, Фізіка, матэматыка, інфарматыка, біялогія, геаграфія. 2019. № 4. С. 16–22.

2. Жук А.И., Хмызов А.К. *Системы квазидифференциальных уравнений в прямом произведении алгебр мнемофункций. Симметрический случай* // Вестник Белорусского государственного университета. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. 2010. № 2. С. 87–93.

ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ С КОЭФФИЦИЕНТАМИ, ИМЕЮЩИМИ ОСОБЕННОСТЬ

Е.В. Кузьмина[1]

[1]Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина

бульвар Космонавтов 21, 224016 Брест, Беларусь elena_kuzmina@inbox.ru

Рассмотрим задачу о существовании обобщенных решений линейных дифференциальных уравнений на $\mathbb{R}$ вида

$$U' - QU = 0 \tag{1}$$

с обобщенным коэффициентом Q, совпадающим с такой заданной мероморфной функцией q на дополнении к множеству полюсов этой функции, при которой уравнение на комплексной плоскости, соответствующее (1), имеет мероморфное решение. Частный случай такой задачи рассмотрен в [1]. Для (1) не определено понятие решения, так как при подстановке в (1) обобщенной функции U возникает произведение обобщенных функций.

Воспользуемся общим подходом к введению понятия решения, при котором вместо обобщенных коэффициентов Q рассматривают $q_\varepsilon(x)$ – их аппроксимации семействами гладких функций, зависящими от малого параметра ε. Если в пространстве распределений существует при $\varepsilon \to 0$ предел решений $u_\varepsilon(x)$ соответствующих аппроксимирующих уравнений, то он называется *обобщенным решением* исходного уравнения при заданном способе аппроксимации коэффициентов.

На конечном интервале $(-N;\ N)$ функция q представляется в виде

$$q(x) = \sum_{|a_k|<N} \frac{s_k}{x - a_k} + b_N(x),$$

где $b_N(z)$ – гладкая на $(-N;\ N)$ функция, s_k – целые числа. Функции q соответствует семейство линейных непрерывных функционалов на $\mathcal{D}(-N, N)$ вида

$$Q_N = \sum_{|a_k|<N} s_k \left[P\left(\frac{1}{x - a_k}\right) + M_k \delta_{a_k} \right] + b_N(x), \tag{2}$$

где M_k — произвольные комплексные числа. При заданных M_k обобщенная функция Q определена на всем пространстве $\mathcal{D}(\mathbb{R}) = \cup_N \mathcal{D}(-N, N)$. Пусть $\lambda_k = \frac{1}{2} + \frac{M_k i}{2\pi}$. На интервале $(-N;\ N)$ аппроксимирующее семейство для функции (2) может быть записано в виде

$$q_{\varepsilon_N}(x) = \sum_{|a_k|<N} \frac{\lambda_k s_k}{x + i\varepsilon - a_k} + \sum_{|a_k|<N} \frac{(1 - \lambda_k) s_k}{x - i\varepsilon - a_k} + b_N(x). \tag{3}$$