

УДК 624.05

Найчук А.Я., Драган В.И., Петрукович А.Н.

## К ВОПРОСУ МЕТОДИКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЯЗКОСТИ РАЗРУШЕНИЯ ДРЕВЕСИНЫ $K_{II}$

Общеизвестно, что состояние предельного равновесия и процесс разрушения конструкций в условиях их эксплуатации определяются трещиностойкостью материала, т.е. его сопротивлением развитию трещины нормального отрыва, поперечного и продольного сдвига. Характеристиками трещиностойкости являются критические значения некоторых параметров напряженно-деформированного состояния тел с трещинами. Так, при разрушениях поперечным сдвигом для линейно-упругих материалов такими характеристиками являются коэффициенты интенсивности напряжений  $K_{II}$  и скорость освобождения упругой энергии  $G_{II}$ , а для упругопластических -  $J_{II}$  - интеграл. Предельные значения коэффициентов интенсивности напряжений называют вязкостью разрушения [1, 2].

Разработка методики по определению трещиностойкости древесины должна включать в себя решение следующих вопросов: изготовление образцов, имеющих трещину заданных размеров; создание в образце напряженного состояния с надежно измеряемыми параметрами; обеспечение малости возмущающего влияния трещины на напряженно-деформируемое состояние всего образца; регистрация момента старта трещины и измерение ее длины; регистрация критической нагрузки, приводящей к старту трещины и дальнейшему ее развитию; преобразование измеренных величин в константы материала.

Для анализа процессов разрушения древесины при поперечном сдвиге было изготовлено и испытано 6 балочных образцов со сквозной трещиной, расположенной вдоль волокон по нейтральной оси (рис. 1). Все образцы были одинаковые по форме и размерам, и изготавливались из клееной древесины.



Рисунок 1— Схема балочного образца с трещиной, расположенной по нейтральной оси

Испытание образцов осуществлялось в испытательной машине УМЭ-10 по двум вариантам нагружения. По первому варианту нагружение осуществлялось с заданной скоростью перемещения активного захвата, а по второму - ступенчато с постоянной величиной ступени. Первый образец нагружался со скоростью 0,05 мм/мин; второй - 1 мм/мин и третий - 5 мм/мин, а остальные три образца нагружались ступенчато.

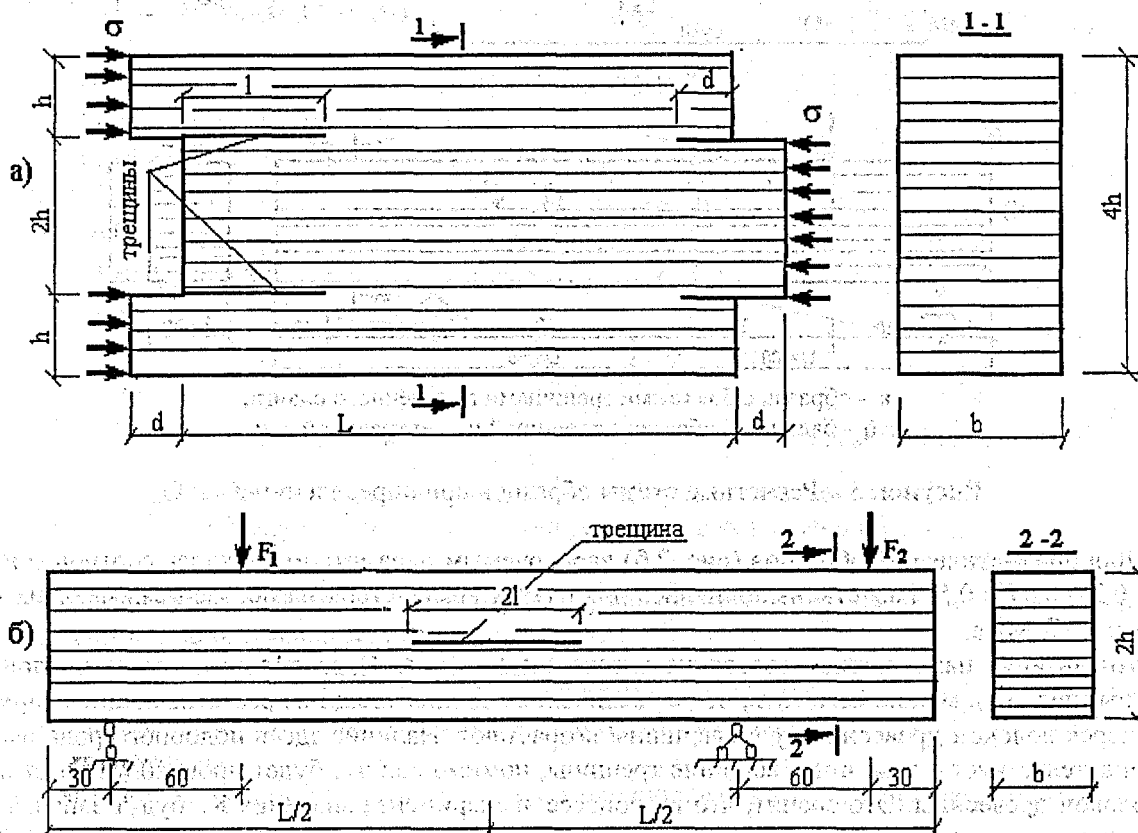
Все образцы в процессе испытаний доводились до полного разрушения. Регистрируемыми параметрами в процессе испытаний являлась нагрузка и относительное смещение берегов трещины в точках 1 и 2 (рис. 1) в направлении действия сдвигающего усилия (в первом варианте нагружения), а также относительных деформаций у вершины трещины (во втором варианте нагружения). Усилия  $F_1$  и  $F_2$  передавались на образец с помощью траверсы. При испытаниях образцов с заданной скоростью нагружения на двухкоординатном самописце осуществлялась запись нагрузки и относительного смещения берегов трещины. Измерение относительного смещения берегов трещины осуществлялось с помощью датчика, фиксирующего перемещение берегов выреза в точках 1 и 2 (рис. 1) по направлению сдвигающего усилия. Относительные деформации  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{45}$  измерялись посредством тензорезисторов базой 5 мм, наклеенных в виде розеток вокруг вершины трещины (рис. 1), и регистрировались с помощью автоматического измерителя деформаций АИД-2М. Относительные деформации сдвига определялись по формуле

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{45} - (\varepsilon_x + \varepsilon_y), \quad (1)$$

где  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{45}$  – относительные деформации вдоль, поперек и под углом  $45^\circ$  к волокнам древесины.

Отметим, что разрушение всех образцов в процессе испытаний имело хрупкий характер и происходило в результате скалывания древесины вдоль волокон по линии трещины.

В результате анализа полученных диаграмм было установлено, что скорость нагружения незначительно сказывается на величине относительного смещения берегов трещины; а при нагрузках, близких к разрушающим, для них характерна незначительная нелинейность. При этом нелинейная часть относительных деформаций вблизи вершины трещины составляет около 5% от общей части, что позволяет сделать вывод о незначительных размерах зоны нелинейности у вершины трещины.



а – призматический образец на сжатие с боковыми трещинами поперечного сдвига;  
б – балочный образец с трещиной по нейтральной оси

Рисунок 2 – Схемы образцов с трещинами поперечного сдвига

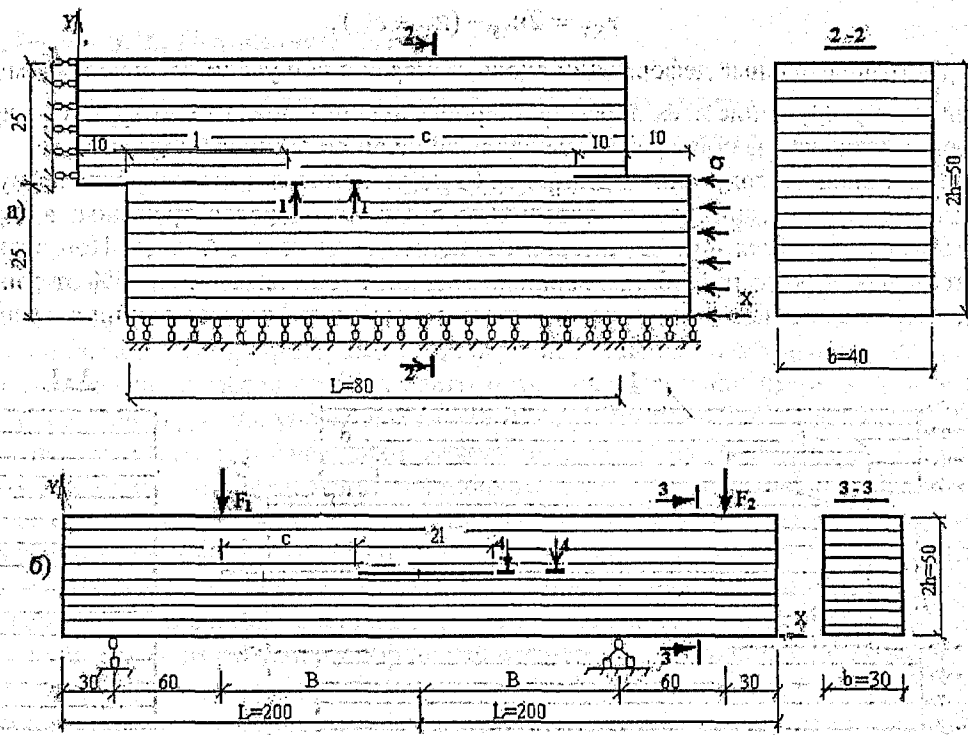
Для определения  $K_{II}$  были рассмотрены два вида образцов. Первый – в форме призмы с боковыми трещинами (рис. 2,а), а второй – в форме балочки с трещиной по нейтральной оси (рис. 2,б).

При определении  $K_{II}$  основными размерами образцов, кроме общей длины, являются длина трещины, толщина и ширина сечения, а также длина не прорезанного трещиной участка [3, 4]. Для уточнения параметров разрушения образцов (рис. 2,а) был проведен поисковый численный эксперимент по определению  $K_{II}$  и оценке напряженно деформируемого состояния древесины в зоне вершины трещины с использованием программы «Stizar».

С точки зрения расчетной схемы, каждый образец рассматривался в виде ортотропной полосы ограниченной ширины, длины и толщины с имеющимися в ней трещинами длиной  $l$ , моделируемые в виде математического разреза. К граням полосы прикладывались сжимающие (рис.2,а) или изгибающие (рис. 2,б) усилия.

Во всех расчетах упругие характеристики древесины принимались:  $E_x = 10000$  МПа,  $E_y = 500$  МПа,  $\mu_{yx} = 0,4$ ,  $\mu_{xy} = 0,02$ ,  $G_{xy} = 500$  МПа.

При составлении расчетных схем учитывалась симметрия образцов и приложение нагрузки. Расчетные схемы образцов приведены на рис. 3.



а – образец с боковыми трещинами поперечного сдвига;  
 б – балочный образец с трещиной по нейтральной оси

Рисунок 3 – Расчетные схемы образцов при определении  $K_{II}$  и  $G_{II}$

Для призматических образцов (рис. 2,б) варьируемым параметром являлось соотношение  $l/L = 0,125; 0,25; 0,375; 0,5$ . Расчеты выполнялись для случая воздействия на образец сжимающих напряжений  $\sigma = 7,2$  МПа.

Анализируя напряженное состояние в сечении 1-1 (рис. 4), расположенном на продолжении трещины (рис. 3,а), можно отметить, что с увеличением длины трещины растягивающие напряжения  $\sigma_y$  (поперек волокон древесины) у ее вершины возрастают. Наличие здесь подобного рода напряжений свидетельствует о том, что в вершине трещины, помимо сдвига, будет происходить отрыв поперек волокон древесины. Это значит, что в процессе эксперимента значения  $K_{II}$  будут занижены, так как старт трещины наступит при нагрузке меньшей, чем в случае «чистого» сдвига.

В результате расчетов для каждого значения  $l/L$  определялось соответствующее значение  $J$  - интеграла. Коэффициент интенсивности напряжений  $K_{II}$  определялся согласно [3] по формуле:

$$K_{II}^M = \sqrt{\frac{J_{II}}{c_2}} \tag{2}$$

где  $K_{II}^M$  – коэффициент интенсивности напряжений при кососимметричном напряженно-деформированном состоянии, определяемый по значениям  $J_{II}$ ;  
 $J_{II}$  – значения, полученные расчетным путем;  
 $c_2$  – величина, характеризующая механические свойства материала:

$$c_2 = \left(\frac{a_{11}}{\sqrt{2}}\right) \left[ \left(\frac{a_{22}}{a_{11}}\right)^{1/2} + \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{11}} \right]^{1/2} \tag{3}$$

где  $a_{11} = 1/E_x$ ;  $a_{22} = 1/E_y$ ;  $a_{12} = -\nu_{xy}/E_y = -\nu_{yx}/E_x$ ;  $a_{66} = 1/G_{xy}$ ;  
 $E_x, E_y$  – модуль упругости вдоль и поперек волокон древесины;  
 $G_{xy}$  – модуль сдвига;  
 $\nu_{yx}, \nu_{xy}$  – коэффициенты поперечной деформации.

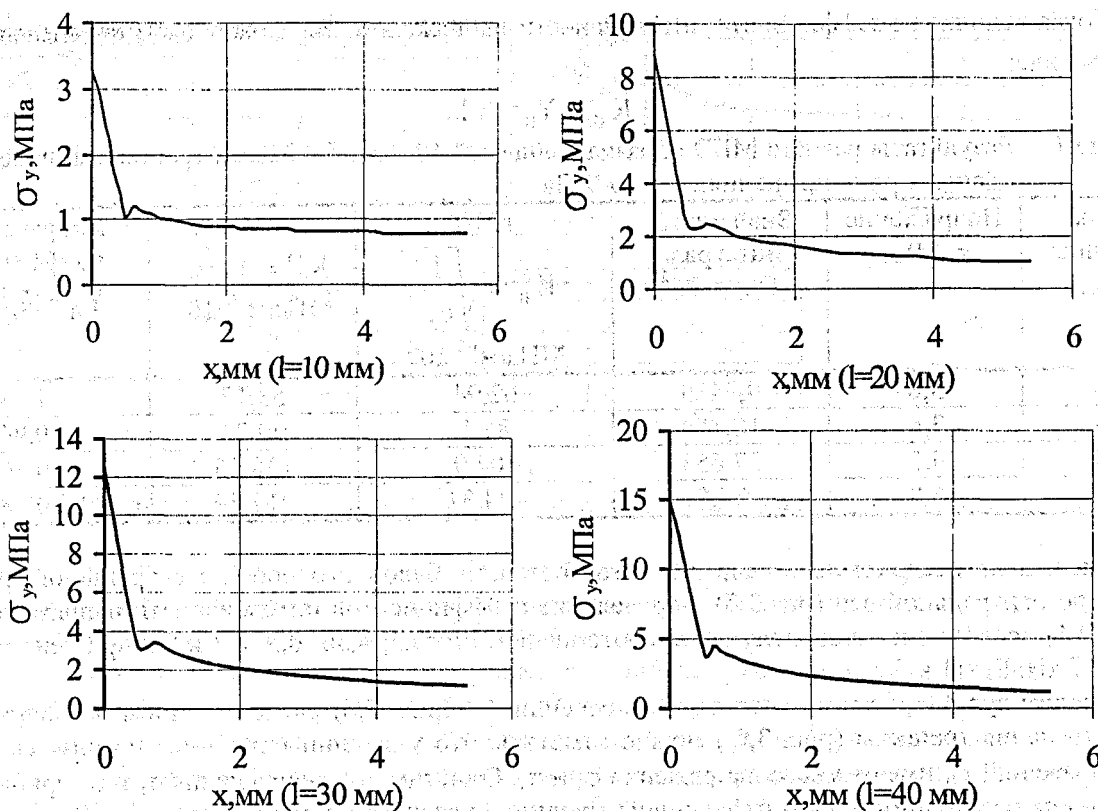


Рисунок 4 – Напряженное состояние призматического образца с боковыми трещинами поперечного сдвига в сечении 1-1

Согласно [3], коэффициент интенсивности напряжений  $K_{II}$  для бесконечной пластинки с трещиной, подверженной поперечному сдвигу, равняется

$$K_{II}^{\Phi} = \tau \sqrt{\pi l}, \quad (4)$$

где  $\tau$  – номинальные касательные напряжения, действующие вдоль трещины;  
 $l$  – длина трещины.

В нашем случае величина  $\tau$  определялась в предположении равномерного распределения напряжений по площадке скалывания из выражения:

$$\tau = \frac{\sigma h}{c}, \quad (5)$$

где  $c$  – длина площадки скалывания (рис. 3,а).

С целью получения более простой формулы по определению коэффициента интенсивности напряжений  $K_{II}$  нами был введен к формуле (4) поправочный коэффициент  $Y_{II}$ , численно равный

$$Y_{II} = \frac{K_{II}^M}{\tau \sqrt{\pi l}}, \quad (6)$$

где  $K_{II}^M$  – коэффициент интенсивности напряжений определяемый по формуле (2);

$\tau$  – скалывающие напряжения, определяемые по формуле (5);

$l$  – длина трещины.

Результаты расчетов по определению  $Y_{II}$  приводятся в табл. 1.

В результате аппроксимации значений  $Y_{II}$  было получено следующее выражение:

$$Y_{II} = 1,435 - 2,184 \frac{1}{L} + 0,96 \left( \frac{1}{L} \right)^2, \quad (7)$$

Тогда величина коэффициента интенсивности напряжений  $K_{II}$  может быть определена в следующем виде:

$$K_{II} = Y_{II} \tau \sqrt{\pi l} \quad (8)$$

Таблица 1 – Результаты расчёта МКЭ образца толщиной 40 мм с боковыми трещинами поперечного сдвига, при напряжениях  $\sigma = 10$  МПа.

Длина трещины $l$ , мм	Напряжение $\tau$ , МПа	Значение J-интеграла $H$ мм $10^{-2}$	КИН $K_{II}^M = \sqrt{\frac{J}{c_2}}$ , МПа·м <sup>1/2</sup> ·10 <sup>-2</sup>	КИН $K_{II}^\Phi = \tau \sqrt{\pi l}$ , МПа·м <sup>1/2</sup> ·10 <sup>-2</sup>	Поправочный коэффициент $Y_{II} = K_{II}^M / K_{II}^\Phi$
10	3,0	9,9489	62,94	53,17	1,18
20	3,6	18,184	85,1	90,24	0,94
30	4,5	27,653	104,9	138,15	0,76
40	6,0	38,8	124,31	212,69	0,58

Численные исследования напряженного состояния балочного образца с трещиной, расположенной по нейтральной оси (рис.3.б), определение коэффициентов интенсивности напряжений  $K_{II}$  и значений  $J_{II}$  проводились для следующих соотношений  $l/B=0,2; 0,36; 0,5; 0,7$  и  $0,9$  при действии усилий  $F_1=17$  кН,  $F_2=11$  кН.

Анализируя напряженное состояние в сечении 4-4 (рис. 5,6) расположенном по направлению распространения трещины (рис. 3,б), можно отметить, что у вершины трещины помимо скалывающих напряжений  $\tau_{xy}$  имеют место напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ . Отметим, что напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  приближаются к нулю на расстоянии 0,5 мм от вершины трещины и зависят от длины трещины. С увеличением длины трещины напряжения  $\sigma_y$  даже меняют знак и возрастают по абсолютной величине (рис. 6). При малых длинах в вершине трещины имеет место незначительный отрыв поперек волокон древесины, а с увеличением длины трещины, т.е. приближении к линии опоры или же усилию (рис. 3.б), сказывается их локальное воздействие, что и приводит к появлению сжатия поперек волокон. Значения касательных напряжений  $\tau_{xy}$  в вершине трещины при  $2l = 80$  мм на два порядка больше величины растягивающих напряжений  $\sigma_y$ , действующих поперек волокон древесины, чего нельзя было сказать о призматических образцах с боковыми трещинами поперечного сдвига, и на порядок ниже тех же напряжений  $\sigma_y$ , но уже сжимающих, при  $2l = 154$  мм.

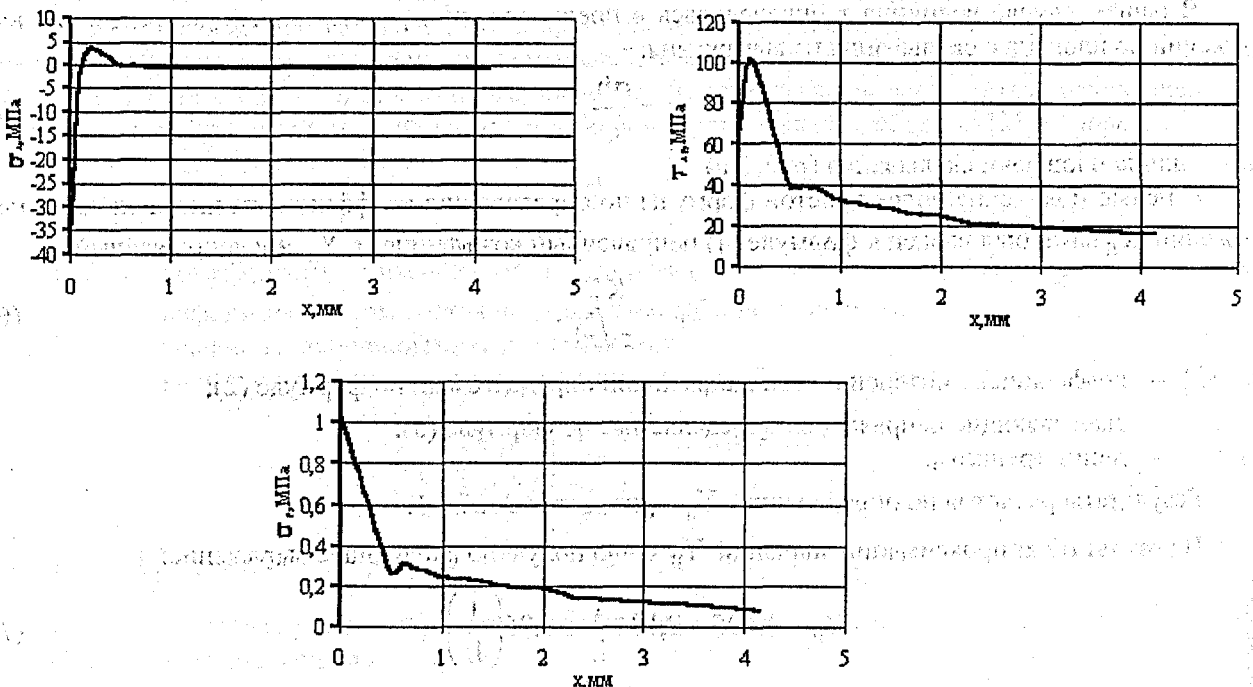


Рисунок 5 – Напряженное состояние балочного образца с трещиной длиной  $2l = 80$  мм в сечении 4-4

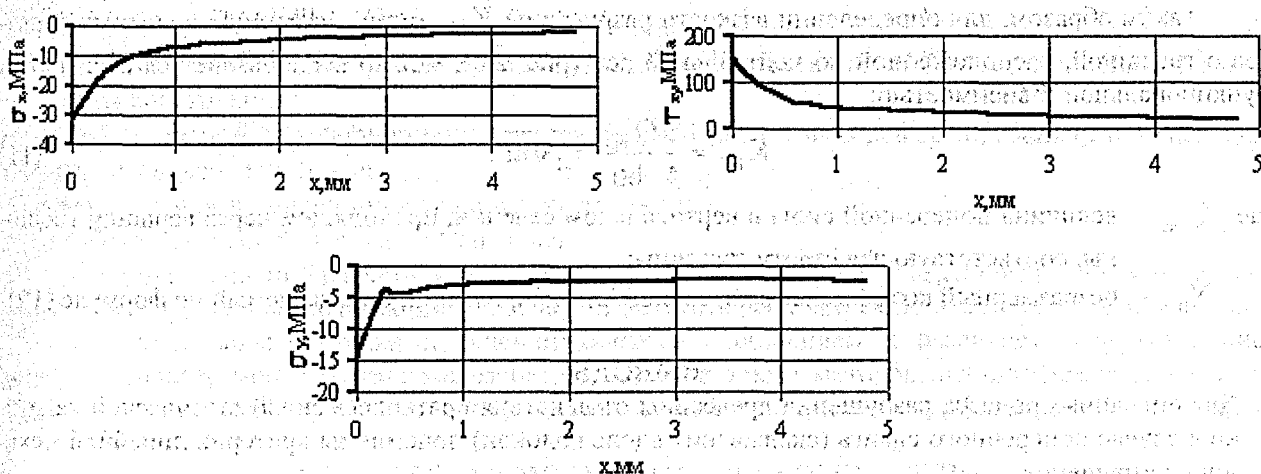


Рисунок 6 – Напряженное состояние балочного образца с трещиной длиной  $2l = 154$  мм в сечении 4-4

Таким образом, балочные образцы с трещиной, расположенной по нейтральной оси, являются более предпочтительными при экспериментальном определении характеристик трещиностойкости древесины для случая поперечного сдвига (рис. 2б), чем призматические образцы с боковыми трещинами (рис. 2а). Что же касается самих балочных образцов, то наиболее удачными, с точки зрения «чистоты» эксперимента по определению трещиностойкости древесины при поперечном сдвиге, являются образцы с длиной трещины  $2l = 80$  мм, так как здесь практически моделируется «чистый» сдвиг.

В результате расчетов балочных образцов, величины коэффициентов интенсивности напряжений  $K_{II}$  для каждого соотношения  $l/B$  определялись через соответствующие значения J-интеграла по формуле (2). Как и в случае образцов с боковыми трещинами, здесь был введен поправочный коэффициент  $Y_{II}$ , определяемый по формуле (6), в которой касательные напряжения  $\tau$  принимались исходя из выражения:

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{Q}{2hb}, \quad (9)$$

где  $Q$  – величина поперечной силы в вертикальном сечении балочки, расположенном у вершины трещины;

$2h; b$  – соответственно высота и ширина сечения балочки (рис. 3б).

Результаты расчетов балочного образца с трещиной, расположенной по нейтральной оси, по определению  $Y_{II}$  приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Результаты расчёта МКЭ балочного образца толщиной 30 мм с трещиной по нейтральной оси, при напряжениях  $\tau = 6$  МПа.

Длина трещины $l$ , мм	Длина участка с постоянной поперечной силой $Q/2B$ , мм	Значение J-интеграла $H \text{ мм} \cdot 10^{-2}$	КИН $K_{II}^M = \sqrt{\frac{J}{c_2}}$ , $\text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2} \cdot 10^{-2}$	КИН $K_{II}^\Phi = \tau \sqrt{\pi l}$ , $\text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2} \cdot 10^{-2}$	Поправочный коэффициент $Y_{II} = K_{II}^M / K_{II}^\Phi$
22	220	71,4233	168,6611	157,7	1,069506
34		1,13,161	212,2967	196,1	1,082594
40		139,7049	235,8852	212,7	1,109004
55		215,8147	293,1806	249,4	1,175544
77		335,9895	365,8118	295,1	1,23962
99		379,482	388,7679	334,6	1,161889

В результате аппроксимации значений  $Y_{II}$  было получено следующее выражение:

$$Y_{II} = 1,1748 - 1,1428(l/B) + 3,5664(l/B)^2 - 2,5699(l/B)^3, \quad (10)$$

Таким образом, для определения вязкости разрушения  $K_{IIc}$  путем испытания балочных образцов с трещиной, расположенной по нейтральной оси (рис. 2.6), можно воспользоваться следующей функциональной зависимостью:

$$K_{IIc} = \frac{3 Q_{max}}{4 bh} Y_{II} \sqrt{\pi l}, \quad (11)$$

где  $Q_{max}$  – величина поперечной силы в вертикальном сечении, проходящем через вершину трещины, соответствующая старту трещины;

$Y_{II}$  – безразмерный коэффициент интенсивности напряжений, определяемый по формуле (10).

### ВЫВОДЫ

1. Для описания процесса разрушения древесины от действия кратковременной статической нагрузки в случае поперечного сдвига (скалывания вдоль волокон) приемлемы критерии линейной механики разрушения.
2. Полученные методом конечных элементов зависимости коэффициентов интенсивности напряжений  $K_{II}$  для балочных и призматических образцов могут быть использованы для определения вязкости разрушения древесины  $K_{IIc}$ .

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 25.506 – 85 Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний материалов. Определение характеристик трещиностойкости (вязкости разрушения) при статическом нагружении. – М.: Издательство стандартов, 1985 – 61 с.
2. Панасюк В.В. Механика разрушения и прочность материалов. Т.2. Киев, Наукова думка, 1988, -620 с.
3. Механика хрупкого разрушения. Г.П. Черепанов – М.: издательство "Наука", Главная редакция физико-математической литературы, 1974 – 640 с.
4. Писаренко Г.С., Науменко В.П. Экспериментальные методы механики разрушения материалов// Физ.-хим. Механика материалов. – 1982. – № 2. – с. 28-41.

УДК 624.014.2

Новиков В.Е.

## ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРОИЗВОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Определение напряженно-деформированного состояния стержневого элемента в линейной постановке представляет собой прямую краевую задачу пространственной теории упругости. Решение задачи сводится к решению системы дифференциальных уравнений в частных производных. Точное аналитическое решение даже линейной задачи в общем виде затруднительно, в связи с чем прибегают к различным упрощениям или приближенным методам решения. К ним отнесем наиболее известные метод взвешенных невязок, метод Бубнова-Галеркина, метод Релея-Ритца, метод конечных элементов, метод граничных элементов. Решение некоторыми методами данной задачи с учетом физической и геометрической нелинейностей также возможно, но более сложно, чем линейной.

Другой подход состоит в сведении геометрически нелинейной объемной задачи (3d) пространственной теории пластичности к физически нелинейной плоской задаче (2d) и геометрически нелинейной одномерной задаче (1d). При решении двумерной задачи обычно рассматривается поперечное сечение, а при одномерной – продольная ось стержневого элемента.

В расчетной модели рассматривается стержневой элемент, который:

- прямолинеен, не имеет начальных деформаций;
- имеет произвольное односвязное поперечное сечение нормальное продольной оси  $X$ ;
- воспринимает крутящий  $M_x$  и изгибающие моменты в двух плоскостях  $M_y, M_z$ , продольное усилие  $N_x$ .

Предлагаемая расчетная модель описывает напряженно-деформированное состояние произвольного односвязного стального поперечного сечения (рис. 1), представляет собой систему интегральных уравнений и включает в себя: